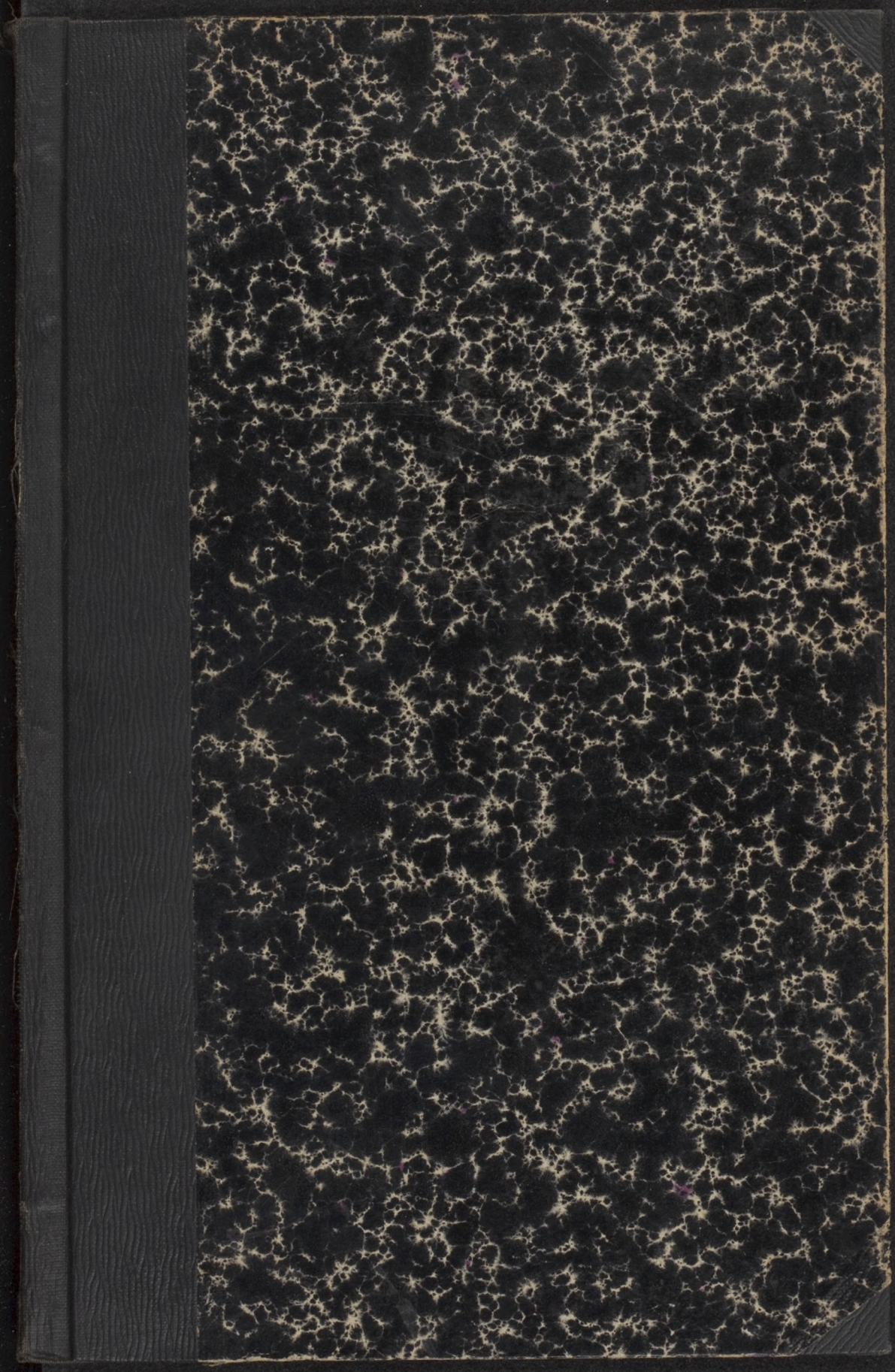


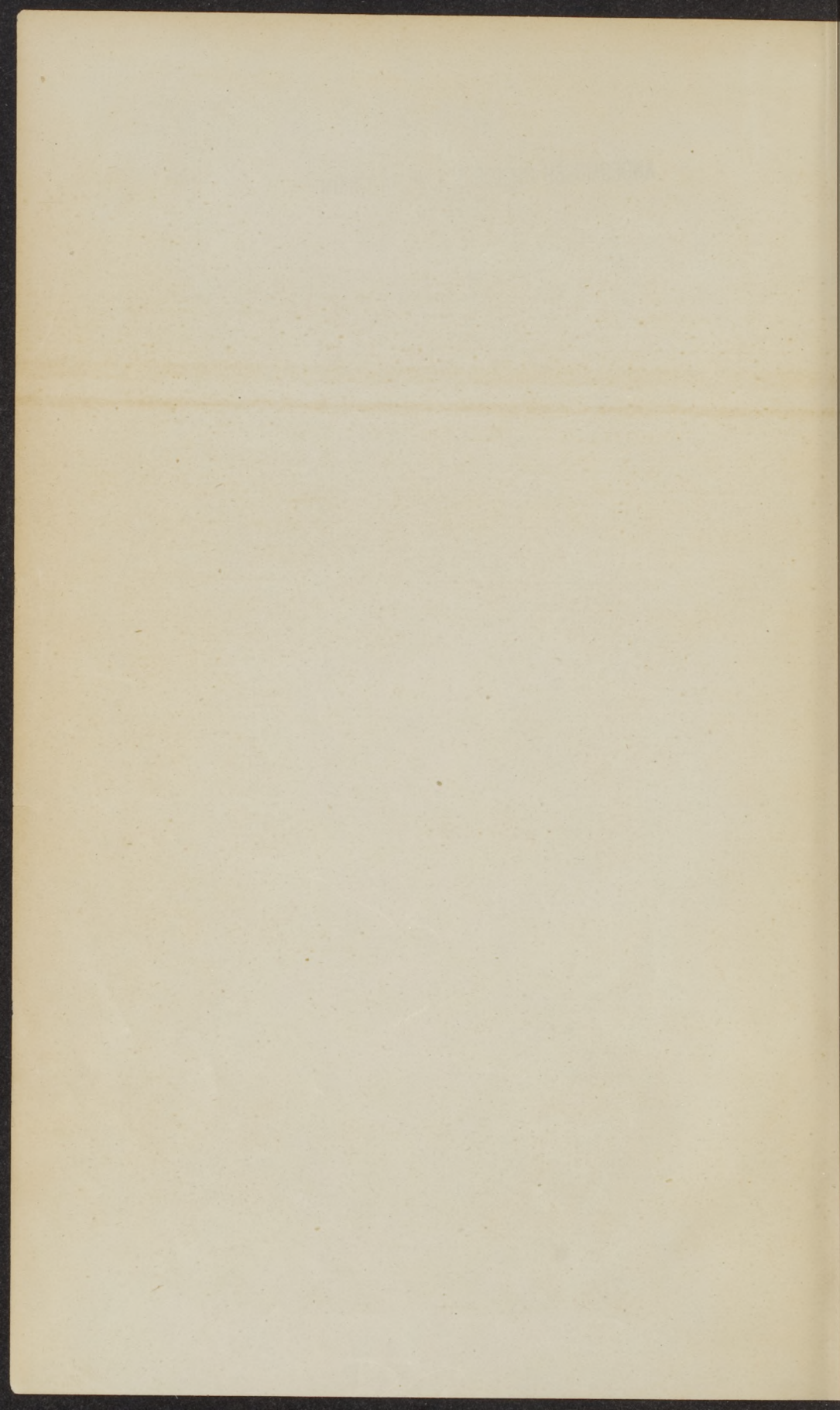


Universiteit Leiden



2 039 935 3

ANORGANISCH CHEMISCH LABORATORIUM
LEIDEN.



PHYSICA

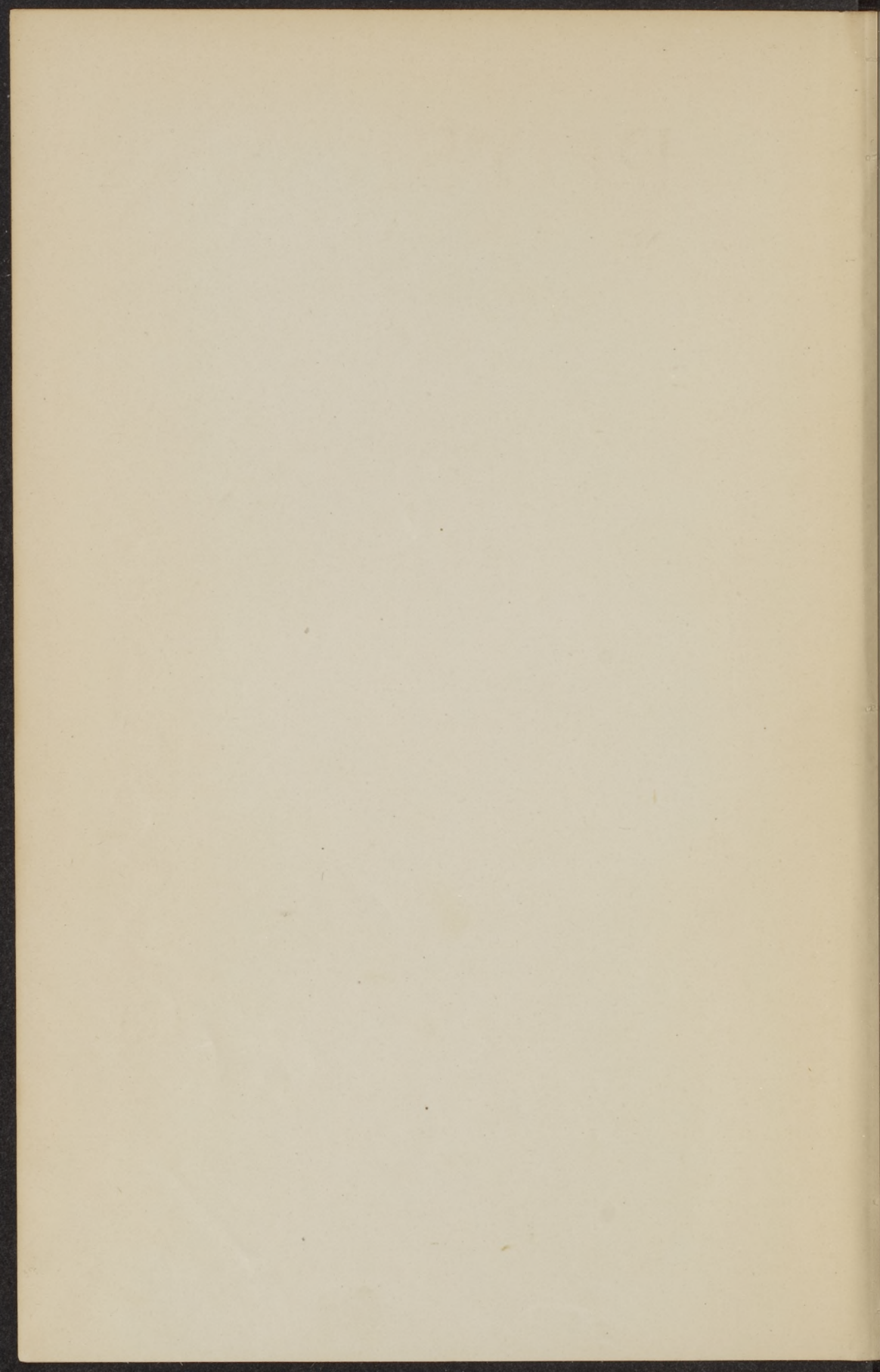
PHYSICAL SCIENCE

WILLIAM BARKER

PHYSIC

PHYSICAL SCIENCE

PHYSICAL SCIENCE



ANORGANISCH CHEMISCH LABORATORIUM

LEIDEN.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT

VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE:

A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS, BALTH. VAN DER POL.

2e JAARGANG.

1922

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT

VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE:

A. D. FOKKER E. GOSTERHUIS, BALTH. VAN DER POL

26 JAARGANG

1932

Register van Namen en Onderwerpen

2de Jaargang Physica, 1922.

- A**antrekking van in vloeistof gedompelde voorwerpen 375
- Astronomenclub 52, 277
- Atomen en zonnestelsels 174
- Atoombouw en eigenschappen der elementen 269, 381
- B**akhuysen, W. H. van de Sande, Het warmte-theorema van Nernst 76
- Beginsel van Huygens in middelbaar onderwijs 235
- Boerema, J.**, Regentypen in Nederlandsch Indië 234
- Boogzender, boventonen van . . . 259
- Breking in den dampkring der zon 54
- Burger, H. C.**, Glijvlakken in tinkristallen 26, 56
- Bepaling van de dichtheid van wolfram met behulp van Röntgenstralen . . . 114
- Burger, H. C.** en **L. S. Ornstein**, Ionisatie in sterrenatmosfeeren . . 308
- Burgers, J. M.**, Strooming van een vloeistof langs een vaste wand . 27
- Busé, A. J. H.**, Onderzoek van kleine zwartingen der fotografische plaat 84
- C**hemische werking van geïoniseerde gassen 48
- Circulatie-verhoudingen op de zon. 203
- Clay, J.**, De wederkeerigheidswet van Rayleigh bij samendrukking 226
- Conseil International des Recherches 392
- Corpusculaire stralen, demonstratieproef voor 73
- D**ampspanningslijn, verlengde van 143
- De Haas*, zie Haas.
- Didactiek der physica 267
- E**instein, A., Over lichtemissie . 158
- Einstein-effect in zonnenspectrum . . 216
- Electrische trillingen, demonstratieproeven 197
- Electromagnetisch veld en inductiestroom 33
- Electromagnetisch veld van magnetischen dipool 207, 361
- Electronen, beweging in gassen 15, 148
- gemiddelde weglengte in neon en argon. 87
- Elias, G. J.**, Electromagnetisch veld van een magnetischen dipool 207, 361
- F**okker, A. D., Verklaring der minimum-deviatie zonder formules, 82
- Realisme, formalisme en tweetrappig natuurkundig onderwijs 108
- Druk in zonnearmosfeer en het Einstein-effect . . . 216
- Beginsel van Huygens in het middelbaar onderwijs . . 235
- Fotografeeren van sterren 46
- Fotografische plaat, kleine zwartingen 84
- G**alvanometer met snelle aanwijzing 379
- Gaslagen, dikte van geadsorbeerde op metalen spiegels . . 135
- Geïoniseerde gassen, chemische werking van 48
- Geleiding van electriciteit in gassen 15, 61, 93, 148
- Geluidsgolven, zichtbaar maken van 315

- Gerlach, Walther*, Experimenteel bewijs van het quantiseeren naar de richting in een magnetisch veld 122
- Glimlichtlamp voor demonstratie van elektrische trillingen 197
- Glijvlakken in tinkristallen . . . 26, 56
- Groot, H.*, Fotografeeren van sterren 46
- Dichtheid van de atmosfeer der zon 165
- Haak, J. J.*, Dikte van geadsorbeerde gaslagen 12
- Haas, H. K. de*, Circulatie-verhoudingen op de zon 203
- Haas, M. de*, door L. H. Siertsema 288
- Haas, W. J. de*, Demonstratieproef voor corpusculaire stralen 73
- Ter nagedachtenis van Prof. Kuenen 281
- Haga, H.*, door C. Schoute . . . 253
- Hemellichamen, spectra 1
- ionisatie in de atmosfeeren 293, 308
- Hertz, G.*, Over de geleiding van electriciteit in gassen 15, 61, 93, 148
- De gemiddelde vrije weglengte van langzame electronen in neon en argon 87
- Hertzsprung, E.*, Over kleurequivalenten 52
- Holst, G. en E. Oosterhuis*, Chemische werking van geioniseerde gassen 48
- Hysteresis, demonstratie van magnetische 154
- Ionisatie in de atmosfeeren der hemellichamen 293, 308
- Julius, W. H.*, De uitlegging der spectra van hemellichamen . . . 1
- K***amerlingh Onnes*, zie Onnes.
- Keesom, W. H.*, Diffractie van Röntgenstralen in vloeistoffen . . 118
- Kleurequivalenten 52
- Kolkmeyer, N. H.*, R. Sissingh . 129
- Kramers, H. A.*, Zonnestelsels en atomen 174
- Bouw der atomen en de eigenschappen der elementen 269, 381
- Kuenen, J. P.*, Ter nagedachtenis 281
- Lijst van verhandelingen . . 342
- Laar, J. J. van*, Aanteekeningen over de theorie van het paramagnetisme 326
- Lakeman, C.*, Zichtbaar maken van geluidsgolven 315
- Lenzenformule, afleiding van . . . 145
- Lichtemissie 158
- Lohuizen, T. van*, Schoolclubs en practische oefeningen 49
- M**agnetische dipool, electromagnetisch veld. 207, 361
- Magnetisch moment van zilberatomen 122
- Mann, I.*, Een nieuwe spoelgalvanometer 379
- Meerburg, J. H.*, Iets over de didactiek der physica. 267
- Meeren, schommelingen in Indische 229
- Michels, A.*, Schijnbare aantrekking van twee gedeeltelijk in vloeistof gedompelde voorwerpen 375
- Minimum-deviatie, verklaring zonder formules 82
- Minnaert, M.*, Onregelmatige breking in den dampkring der zon . 54
- N**atuurkundig onderwijs, tweetrapp. 108
- Natuurkundige Vereeniging . . . 27, 53, 84, 118, 158, 190, 315, 345

Natuurkundige Vereeniging, Jaarverslag	53
Nederlandsch-Indisch natuurwetenschappelijk congres	225
Nicol, verbetering aan	81
Niessen, K. F., Theorie van het positieve waterstofion	345

Oosterhuis, E., en G. Holst, Chemische werking van geïoniseerde gassen	48
--	----

Oosting, H. J., Demonstratieproeven over elektrische trillingen	197
--	-----

Onderwijs in de natuurkunde	49, 82, 108, 145, 235, 267
---------------------------------------	----------------------------

Onnes, H. Kamerlingh, door J. D. van der Waals Jr.	321
Jubileum	359

Ornstein, L. S., en H. C. Burger, Ionisatie in sterrenatmosfeeren	308
---	-----

Pannekoek, Ant., Ionisatie in de atmosfeeren der hemellichamen	293
---	-----

Paramagnetisme, theorie van	326
---------------------------------------	-----

Pérot, A., Druk in zonneatmosfeer en het Einsteineffect	216
--	-----

Prijsvraag Vereeniging voor Luchtvaart	395
--	-----

Quanteuze energiewisseling bij botsing van electronen tegen gasmoleculen.	61, 93
--	--------

Quantiseeren naar richting in magnetisch veld	122
---	-----

Radiogenootschap	60
-----------------------------------	----

Redactie, Van de	225, 359
----------------------------	----------

Reeser, C. A., Oppervlaktelagen op metalen spiegels	135
Verbetering aan den nicol	81

Regentypen in Nederlandsch Indië	234
--	-----

Röntgenstralen, diffractie in vloeistoffen	118
ter bepaling van dichtheid	114

Samendrukkingen en wederkeerigheidswet.	226
--	-----

Sande Bakhuyzen, W. H. van de, zie Bakhuyzen.	
--	--

Schoolclubs en praktische oefeningen	49
--	----

Schoute, C., H. Haga	253
---------------------------------------	-----

Siertsema, L. H., M. de Haas	288
---	-----

Sissingh, R., door N. H. Kolkmeijer Demonstratie van magnetische hysteresis	129 154
---	------------

Skritzký, N., Boventonen bij den boogzender	259
--	-----

Slingertoestellen	190
-----------------------------	-----

Spectra van hemellichamen	1
-------------------------------------	---

Spectraalreeksen en quanteuze energiewisseling	93
--	----

Sterren, fotografeeren van	46
ionisatie in de atmosfeer	293, 308

Strooming van een vloeistof	27
---------------------------------------	----

Tinkristallen, glijvlakken in	26, 56
--	--------

Uitterdijk, W., Energie van het electromagnetische veld en de inductiestroom	33
Eenvoudige afleiding van lenzenformule	145

Van Laar, zie Laar.	
----------------------------	--

Van Lohuizen, zie Lohuizen.	
------------------------------------	--

Van der Waals, zie Waals.	
----------------------------------	--

Vening Meinesz, F. A., Demonstratie van slingertoestellen	190
--	-----

Verschaffelt, J. E., Verlengden van dampspanningslijn en middel-lijn	143
---	-----

Vloeistoffen, strooming van	27
diffractie van Röntgenstralen	118
aantrekking van ingedompelde voorwerpen	375

<i>Vreedenburgh, C. G. J.</i> , Harmonische schommelingen in Indische meeren.	229	Z ilver, magnetisch moment van het atoom	122
W aals, Jr., <i>J. D. van der</i> , H. Kamerlingh Onnes	321	Zon, breking in den damkring	54
Warmtetheorema van Nernst.	76	dichtheid van de atmosfeer	165
Waterstofion, theorie van	345	druk in de atmosfeer	216
Wederkeerigheidswet van Rayleigh bij samendrukking	226	circulatie-verhoudingen	203
Wolfraam, dichtheid van	114	spectrum en Einsteineffect	216
		Zonnestelsels en atomen	174

BOEKBESPREKINGEN.

<i>Arrhenius, Svante</i> , Der Lebenslauf der Planeten	162
<i>Bauer, E.</i> , La théorie de Bohr, la constitution de l'atome et la classification périodique des éléments	220
<i>Bouwman, Everh.</i> , Physica, Leerboek der Natuurkunde	355
<i>Campbell, N. R.</i> , Physics; The elements	250
<i>Case, J.</i> , The theory of direct-current dynamos and motors	128
<i>Donder, Th. de</i> , Leçons de thermodynamique et de chimie physique I	195
<i>Einstein, A.</i> , Geometrie und Erfahrung	193
<i>Groot, H.</i> , Beknopte inleiding tot de kennis van ons zonnestelsel	161
<i>Grossmann, H., und Marie Wreschner</i> , Die anomale Rotationsdispersion	90
<i>Humbert, P.</i> , Introduction à l'étude des fonctions elliptiques	252
<i>Kayser, H.</i> , Lehrbuch der Physik für Studierende	278
<i>Klaus, A.</i> , Atome, Elektronen, Quanten	279
<i>Kohnstamm, Ph.</i> , Over natuurwetten, wetmatigheid en determinisme	248
<i>Laue, M. von</i> , Das physikalische Weltbild	196
<i>Lorentz, H. A.</i> , Lessen over theoretische natuurkunde V. Kinetische problemen	160
VI. Het relativiteitsbeginsel voor eenparige translaties	357
<i>Murani, O.</i> , Lezioni di Termodinamica	222
<i>Nernst, W.</i> , Theoretische Chemie	91
<i>Sirks, J. F.</i> , Kijkers en kompassen	247
<i>Thornton, W. M.</i> , Electrical transmission of energy	277
<i>Walker, J.</i> , Einführung in die physikalische Chemie	221

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

JANUARI 1922

NUMMER 1.

OVER DE UITLEGGING DER SPECTRA VAN HEMELLICHAMEN

door W. H. JULIUS.

Alle inlichting die de spectroscop ons geven kan aangaande den aard, den physischen toestand en de bewegingen der materie welke in de hemellichamen is opgehoopt, hangt af van de wijze waarop men de spectraalverschijnselen interpreteert.

Die interpretatie ontleent men in de eerste plaats aan de uitkomsten van laboratoriumproeven. Worden namelijk bekende stoffen aan verschillende, welomschreven invloeden blootgesteld en spectroscopisch onderzocht, zoo ziet men daarbij de kenmerkende lijnen zich somtijds verplaatsen, of splitsen, of veranderen van breedte, relatieve lichtsterkte, polarisatietoestand. De lijnen der kosmische spectra nu komen meerendeels voldoende nauwkeurig in golfte overeen met de lijnen van bekende aardsche elementen om ons het recht te geven tot de uitspraak, dat zij ons de aanwezigheid van zeer vele aardsche stoffen in hemellichamen bewijzen. Dit inzicht danken wij vooral aan Kirchhoff. Maar *volkomen* samenvallen doen de kosmische en aardsche lijnen in 't algemeen niet; uit het karakter der afwijkingen tracht men, op grond der bovenbedoelde proefnemingen, af te leiden welke physische invloeden in het hemellichaam werkzaam zijn.

Bij deze pogingen treedt het noodzakelijk verschil tusschen de werkwijzen van den astrophysicus en den physicus duidelijk aan den dag. Terwijl de laatste willekeurig sommige invloeden kan laten inwerken en andere buitensluiten, en daardoor veelal in de gelegenheid is, de juiste oorzaken aan te wijzen van waargenomen wijzigingen in een spectrum, moet eerstgenoemde zich tevreden stellen met de aangeboden verschijnselen en gissen naar de oorzaak; hij moet door veelvuldige scherpe waarneming met behulp

van combinatievermogen en steeds waakzame kritiek trachten aan te vullen, wat hem aan vermogen tot ingrijpen is ontzegd.

Natuurlijk behoort men in de astrofysica rekening te houden met al wat het natuurkundig onderzoek tot heden heeft geleerd, maar bij de toepassing daarvan op kosmische problemen is groote omzichtigheid noodig. Immers temperaturen, dichtheden, bestralingstoestanden daarginds liggen wellicht buiten de grenzen van het op aarde bereikbare, en men mag niet vergeten dat de kosmische lichtbronnen vele billioenen malen grootter zijn dan de grootste gasmassa's waarmee men ooit geëxperimenteerd heeft.

Voor al op deze laatste overweging wil ik de aandacht vestigen.

Het licht dat van zon en sterren tot ons komt heeft duizenden kilometers afgelegd door reusachtige gasmassa's. Bij laboratoriumproeven met kunstmatige lichtbronnen vindt men dergelijke omstandigheden nimmer verwezenlijkt. Welke invloed ervan te verwachten is op de samenstelling van den uittredenden lichtbundel moet dus door physische redeneering worden afgeleid uit zoodanige voorstellingen omtrent die gasmassa's, als men op grond van algemeene astronomische kennis het meest aannemelijk acht. De gevolgtrekkingen, op deze wijze gemaakt, vergelijkt men dan met de waargenomen spectraalverschijnselen. Zoolang men daarbij niet op tegenstrijdigheden stuit, kan men de gekozen voorstellingen beschouwen als bruikbaar.

Hoogst merkwaardig is nu het groote verschil tusschen de denkbeelden aangaande den physischen toestand der hemellichamen waartoe men geraakt, al naar gelang men *niet* of *wel* in aanmerking neemt dat de kosmische straling meestal zeer lange wegen door gasmassa's van varieerende dichtheid en samenstelling heeft afgelegd. Het eerste standpunt zullen wij door *A*, het tweede door *B* aanduiden.

A is het meest gebruikelijke standpunt. Men gaat uit van de bekende onderstelling van Kirchhoff dat in het spectrum de heldere lijnen geheel aan selectieve emissie, de donkere geheel aan selectieve absorptie toe te schrijven zijn, en neemt aan dat dit evenzeer voor de spectra van kosmische als voor die van aardsche lichtbronnen geldt. Reeds in dunne lagen absorbeert een gas de lichtsoorten, die aan zijne vrije perioden beantwoorden, nagenoeg volkomen. Wijzigingen in de plaatsen, de intensiteiten, de breedten der spectraallijnen kunnen in dezen gedachtengang

slechts worden uitgelegd als kenteekenen van veranderingen in den toestand der stralende of absorbeerende deeltjes (wegens temperatuur, druk, bestraling, krachtvelden), of wel van zeer snelle bewegingen (van lichtbron, waarnemer of middenstof),

Wie zich op het standpunt *B* plaatst, moet dezelfde mogelijke oorzaken van lijnverandering steeds in het oog houden, maar bedenkt *bovendien* dat elke absorptielijn van de doorloopen middenstof gehuld is in een, meer of minder duidelijken, „dispersieband” of „dispersielijn”. De lichtsoorten toch uit de naaste omgeving eener absorptielijn ondergaan anomale dispersie; zij worden bijzonder sterk verstrooid, zoowel moleculair (Rayleigh) als door straalkromming in ruimten waar de dichtheid der middenstof ongelijkmatig is. Daardoor wordt in den regel de omgeving der absorptielijn donkerder, doch in sommige gevallen kan zij ook aan lichtsterkte winnen. De lichtverdeeling in een zoo gevormde donkere of heldere omhullende dispersielijn hangt af van de stofverdeeling op den weg der stralen; zij kan onsymmetrisch, zelfs zeer onregelmatig zijn ¹⁾; en daar men aan een spectraallijn niet zoo onmiddellijk zien kan, welk deel van haar duisterheid of helderheid te danken is aan absorptie of selectieve emissie, welk deel aan verstrooiing, is het zeer wel mogelijk dat bijv. een asymmetrische dispersielijn ten onrechte wordt aangemerkt als een verplaatste absorptie- of emissielijn — en omgekeerd.

Niemand zal ontkennen dat *principeel* de opvatting *B* te verkiezen is boven *A*. Het is echter de vraag of het voor 't begripen van de verschijnselen inderdaad *noodig* blijkt, veel aandacht te schenken aan de anomale dispersie van het licht in hemellichamen, dan wel of de invloed ervan slechts gering is en men dus doorgaans zal kunnen volstaan met de gebruikelijke uitlegging der kosmische spectra.

Een middel om den verstrooienden invloed, dien we verdenken, buiten te sluiten of naar willekeur te versterken — zooals de physicus in 't laboratorium doen zou — bezitten we in ons geval helaas niet. Langs andere wegen moeten wij trachten uit te vinden welk aandeel emissie en absorptie, welk aandeel lichtbreking en verstrooiing hebben in de vorming der spectraallijnen. Bijvoorbeeld aldus:

Wij bepalen voorloopig de aandacht tot de zon; onderstellen

¹⁾ Onderzoekingen over het ontstaan en de eigenschappen van dispersielijnen vindt men o.a. beschreven in de proefschriften van Dr. B. J. v. d. Plaats (1917) en Dr. P. H. van Cittert (1919).

dat deze gasvormig is tot diep onder de zoogenaamde fotosfeeroppervlakte, terwijl dan de verschillende elementen in die gas-massa zoo innig gemengd mogen zijn als stikstof en zuurstof in onzen dampkring; achten het waarschijnlijk dat de gemiddelde dichtheid en ook de samenstelling van 't gasmengsel in radialen zin slechts langzaam veranderen doordien de graviteit in sterke mate wordt tegengewerkt door (selectieven) stralingsdruk en vermoedelijk ook door corpusculairstraling; nemen aan dat er daarentegen door de gansche massa heen vele steilere, onregelmatig georiënteerde dichtheidsgradienten voorkomen in verband met convectiestroomen en wervelingen, die het gevolg zijn van de rotatie der zon en haar energieverlies door uitstraling. Op dit voorstellingen-complex, dat men tot op zekere hoogte reeds quantitatief heeft uitgewerkt en dat uit physisch en astronomisch oogpunt niet onaannemelijk schijnt, passen wij de bekende wetten der voortplanting van het licht door selectief absorbeerende middestoffen van ongelijkmatige dichtheid toe. Daarbij komen dan van zelf conclusies aan den dag betreffende eigenaardigheden, die de *dispersielijnen* van het zonnenspectrum in verschillende gevallen zouden moeten vertoonen, en men kan die vergelijken met hetgeen de waarnemingen aangaande het gedrag van *Fraunhoferlijnen* in het spectrum van de verschillende deelen der zonnenschijf heeft geleerd.

Zoo zal men wellicht kunnen uitmaken, in hoeverre *Fraunhoferlijnen* als *dispersielijnen* mogen worden beschouwd.

Uit een reeks onderzoekingen volgens dit plan uitgevoerd is nu, in groote trekken, het volgende gebleken.

Vooreerst wettigen zekere overwegingen in verband met de quantenleer de onderstelling, dat de dempingsparameter, dien men gewoon is in de dispersietheorie in te voeren, niet constant is, doch uit twee termen bestaat: een constanten term die de (Rayleigh'sche) diffusie bepaalt, en een eigenlijken absorptie-term, die een groote waarde heeft voor de eigen-frequentie ν_0 , maar op zeer kleinen afstand daarvan absoluut nul wordt ¹⁾. Deze opvatting vindt krachtigen steun in feiten betreffende lichtverdeeling over de zonnenschijf, waarnaar hier slechts verwezen kan worden ²⁾.

In de omgeving eener absorptielijn strekt zich merkbare anomalie

1) Versl. Kon. Akad. v. W. Amst. 19, 1016 (1911); Physik. Zeitschr. 12, 333 (1911).

2) Versl. Kon. Akad. v. W. Amst. 25, 1256—1258 (1917); Arch. Néerl. III A, 5, 128—130 (1918).

van den brekingsindex uit over een breeder spectraalgebied dan merkbare extinctie. Dispersielijnen zijn dus uit den aard der zaak breeder dan de absorptielijnen waarvan hun bestaan afhankelijk is, maar zij kunnen zoowel zwakker als sterker dan deze zijn. Hun intensiteit toch wordt bepaald door omstandigheden die men „uitwendige” zou kunnen noemen, zooals: absolute hoeveelheid der absorbeerende stof die zich op den lichtweg bevindt, grootte en ligging der dichtheidsgradienten op dien weg, plaats en sterkte van de lichtbronnen wier straling ons door de brekende middenstof heen bereiken kan. Door niet voldoende te letten op het groote verschil tusschen dergelijke uitwendige omstandigheden al naar gelang men te maken heeft met kosmische gevallen of met laboratorium-proeven over anormale dispersie, heeft men wel eens geheel ten onrechte het bestaan van dispersie-effecten in 't zonnenspectrum ontkend op grond van het feit, dat de intensiteitsverhouding van zekere Fraunhoferlijnen niet bleek overeen te stemmen met de relatieve mate waarin men anormale dispersie-effecten had waargenomen bij laboratoriumproeven met de corresponderende elementen (Wilsing, Adams, St. John). Wij mogen natuurlijk evenmin het tegenovergestelde besluit trekken, namelijk het bestaan van merkbare anormale dispersie in de zon „bewezen” achten indien er wél overeenstemming gevonden wordt tusschen een of ander zonneverschijnsel en de uitkomst van een aardisch experiment op dat gebied. De eenige veilige methode is: *onderstellen* dat in die uitgestrekte gasmassa's het licht zeer merkbaar anormaal gebroken en verstrooid wordt, zoodat inderdaad de Fraunhoferlijnen in hoofdzaak dispersielijnen zouden zijn, en dan streng onderzoeken of er soms verschijnselen of overwegingen bestaan die noodzaken, deze hypothese te aanvaarden, dan wel als ondoelmatig of overbodig te verwerpen.

Sedert vele jaren hebben wij ernaar gestreefd, dit vraagstuk van alle kanten te beschouwen; en elders, o.a. op Mount Wilson, heeft men zich veel moeite gegeven om aan te toonen dat de hypothese onjuist of althans overbodig was; terecht, want onnoodige complicaties moet men vermijden, en het groote systeem van verklaringen, gebouwd op de opvatting die wij door A hebben aangeduid, behoorde verdedigd te worden.

Tot heden heeft echter de meest strenge kritiek *geen enkel* feit of verschijnsel doen kennen, dat wél verklaarbaar is van uit het standpunt A, doch niet indien men uitgaat van de opvatting B.

Eigenlijk spreekt dat vanzelf; immers alle verschijnselen die inderdaad berusten op den bijzonderen toestand der stralende of absorbeerende deeltjes of op Doppler-effect, en dus betrekking hebben op de ware centra van emissie en absorptie, kunnen zonder eenig bezwaar op gelijke wijze worden verklaard uit de beide oogpunten.

Maar het ruimere gezichtspunt *B* veroorlooft, andere uitlegingen daarnevens te stellen, die dienen kunnen in geval de waargenomen verschijnselen geheel of gedeeltelijk niet de *lijnkernen*, doch de omhullende *dispersiebanden* mochten betreffen: een onderscheiding waarin men zoo maar op het oog niet beslissen kan. Intusschen is het zeer wel mogelijk dat men algemeene eigenschappen van Fraunhoferlijnen leert kennen, begrijpelijk volgens *B*, doch onverklaarbaar volgens *A*. Doet dit geval zich voor, dan zullen wij zonder aarzeling de opvatting *B* kunnen aanvaarden, met alle gevolgen die daaruit voortvloeien.

Nu zijn er werkelijk een aantal verschijnselen die zeer beslist in de bedoelde richting wijzen. Zij hebben meerendeels betrekking op de algemeene verschuiving der Fraunhoferlijnen naar het rood ¹⁾. Men heeft getracht die verplaatsingen te verklaren als gevolgen van drukking, van beweging in de gezichtslijn, van gravitatie-potentiaal, maar is er niet in geslaagd langs deze wegen rekenschap te geven van de hoofdeigenaardigheden der roodverschuivingen, als daar zijn: 1o haar van lijn tot lijn zeer sterk uiteenlopend bedrag (zonder verband met experimenteel gevonden waarden van druk-verschuivingen); 2o haar onmiskenbare afhankelijkheid van de lijnsterkte (hetgeen blijkt als men voor elke sterkteklasse de gemiddelde verplaatsing opmaakt en die gemiddelden onderling vergelijkt); 3o de geleidelijke aangroeiing der verplaatsingen bij overgang van het centrum naar den rand der zonneschijf (de zoogenaamde rand-centrum verschuivingen); 4o de wederzijdsche invloed van naburige Fraunhoferlijnen (die zich zóó openbaart, dat voor lijnen met een begeleider aan den rooden kant de roodverschuiving gemiddeld kleiner dan de normale, voor lijnen met een begeleider aan den violetten kant gemiddeld groter dan de normale is).

¹⁾ Sedert waarnemingen van Jewell in 1896, maar vooral na de uitvoeriger onderzoekingen van Fabry en Buisson, Adams, Evershed, St. John, weten wij dat verreweg de meeste Fraunhoferlijnen naar het rood verschoven zijn vergeleken met de plaatsen van de overeenkomstige lijnen in aardsche spectra. De verplaatsingen zijn zeer ongelijk van grootte; zij liggen meerendeels tusschen + 0.015 en — 0.005 Ångströmsche eenheden.

De eenige wijze waarop men, als vanzelf en zonder nevenonderstellingen in te voeren, een samenhangende verklaring voor dit alles vindt, schijnt die te zijn, welke uitgaat van de hypothese dat Fraunhoferlijnen *in hoofdzaak* dispersielijnen zijn ¹⁾. Zelfs wie de medewerking van anormale dispersie voor sommige zonneverschijnselen wel is waar mocht toegeven, doch haar algemeenen invloed op de lichtverdeeling in Fraunhoferlijnen slechts *gering* onderstelt, zal er vermoedelijk niet in slagen, de bovengenoemde bijzonderheden bevredigend te verklaren.

Indien er inderdaad merkbare straalkrommingen in de zonnegassen plaats hebben, zullen zij zich niet alleen in het spectrum openbaren, doch evenzeer in de lichtverdeeling over en rondom de zonneschijf, dus in de spectroheliogrammen en in de beelden van chromosfeer en protuberanties. Ook van deze zonneverschijnselen zijn tot in bijzonderheden afdalende verklaringen gegeven uit het gezichtspunt *A*, en andere, niet minder uitvoerige verklaringen, gezien uit *B* zijn daarnevens gesteld. Een besliste keuze daartusschen is in de meeste gevallen weer niet onmiddellijk te doen. Wederom moeten wij zoeken naar algemeene eigenschappen der lichtbeelden, die slechts te begrijpen zijn als men zich plaatst op 't tweede standpunt; en dat is voldoende, immers evenals in het geval van de spectraalverschijnselen is het uitgesloten, dat een *juiste* verklaring van eenig verschijnsel volgens *A* niet ook uit 't oogpunt *B* zou kunnen worden aanvaard.

Om criteria van de bedoelde soort op te sporen wordt thans een speciale methode van spectroheliografisch onderzoek uitgewerkt in het Heliophysisch Instituut te Utrecht. Maar het is nog onzeker of de hier beschikbare instrumenteële hulpmiddelen voldoende zullen blijken te zijn voor het zichtbaar maken van de fijne onderscheidingen, die in deze zaak de beslissing moeten brengen.

Daarom zou het zoo nuttig zijn indien ook de groote, wel-toegeruste observatoria als Yerkes, Lick, Mount Wilson, Kodaikanal, Meudon, de noodige opmerkzaamheid aan den mogelijken invloed van onregelmatige straalkromming wilden schenken. Men heeft daar echter tot heden meer neiging gehad om geloof te hechten aan gevolgtrekkingen, die de afwezigheid van merkbare lichtbreking en anormale dispersie in de zon schenen te bewijzen. Dat is

¹⁾ Voor nadere toelichting zij verwezen naar de Versl. d. Kon. Akad. v. W. Amst. 24. 678—689 en 865—878 (1915), en *Astroph. Journ.* 54. 92—115 (1921).

misschien mede de oorzaak waardoor men er bijv. den wederzijdschen invloed van naburige Fraunhoferlijnen niet heeft opgemerkt, hoewel dat verschijnsel buiten twijfel opgesloten lag in het reeds gepubliceerde waarnemingsmateriaal. Voorstanders van de opvatting A zullen waarschijnlijk wederom trachten, dien wederzijdschen invloed tot waarnemingsfouten of fotografische storingen terug te brengen.

Mocht het pleit beslecht worden ten gunste van het standpunt B, dan zal dit in vele heerschende denkbeelden veranderingen te weeg brengen, die gelukkig meerendeels vereenvoudigingen blijken te zijn. Enkele daarvan willen wij hier aanstippen; een eenigszins bevredigende toelichting, gegrond op détail-waarnemingen, kan natuurlijk in dit kort bestek niet worden gegeven.

Wat de zon betreft is het dan o.a. niet meer noodig, aan te nemen dat protuberanties het gevolg zijn van heftige uitbarstingen, waarbij bepaalde gassen in allerlei richtingen weggeslingerd worden met snelheden van somtijds vele honderden kilometers in de seconde, welke snelheden bovendien op raadselachtige wijze veranderlijk zouden moeten zijn, en gemiddeld veel grooter loodrecht op de meridiaanvlakken van de zon dan in die vlakken! Het is inderdaad onbegrijpelijk hoe men ooit vrede kan hebben gehad met de voorstelling, dat in een gasvormige zon groote massa's van enkele bepaalde gassen zich met dergelijke snelheden over honderdduizenden kilometers zouden voortbewegen (soms tijds tangentieel aan een breedtecirkel), en daarbij de andere gassen onaangeroerd laten. Dergelijke moeilijkheden verdwijnen zoodra men het recht heeft, de lichtverschijnselen die men gewoon is aan te duiden als protuberanties, chromosfeer en flits, eenvoudig op te vatten als gevolgen van anomale lichtbreking in een gasmengsel, vrijwel homogeen van samenstelling, waarin onregelmatige dichtheidsgradienten voorkomen.

Zoo vereenvoudigt zich ook de vraag, wat er toch wordt van al de stralingsenergie die in de Fraunhoferlijnen schijnbaar te loor gaat, zoodra men van al dat lichtverlies, dat steeds geheel aan absorptie is toegeschreven, nu een aanmerkelijk gedeelte niet meer op rekening van absorptie doch van verstrooiing stelt. Immers het verstrooide licht is slechts dáárdoor in het zonnespectrum met minder intensiteit voorhanden, dat het gedeeltelijk naar de bron is teruggekeerd. Het wordt, om zoo te zeggen, in

langzamer tempo naar buiten uitgestraald. Geabsorbeerde straling daarentegen moet overgegaan zijn in andere vormen van energie, en stelt ons dus voor een probleem, dat van uit *A* grooter moeilijkheden biedt dan van uit *B*.

Na de ontdekking, door Hale, van het Zeemaneffect in zonnevlekken kan men met groot vertrouwen het denbeeld aanvaarden, dat aldaar de materie in wervelende beweging verkeert. Beschouwd uit het oogpunt *A* stuit evenwel het begripen van de *duisterheid* der vlekken toch op een belangrijk fysisch bezwaar. Men schrijft namelijk in dien gedachtengang de duisterheid toe aan het heerschen van een aanmerkelijk lagere temperatuur in de bovenste deelen der wervelende gasmassa, tengevolge waarvan het absorptievermogen daar grooter en vele spectraallijnen dus breeder zouden zijn, terwijl scheikundige verbindingen het vlek-spectrum zouden verrijken met nieuwe lijnen en banden. — Maar moet niet in de buitenste lagen der zon, die dan toch zeer doorschijnend zijn tot zelfs diep onder de schijnbare fotosfeeroppervlakte, de temperatuur nagenoeg geheel bepaald worden door *straling* en dus vrij gelijkmatig zijn? Men zou het, op zichzelf beschouwd, zeker nooit waarschijnlijk hebben geacht, dat in een begrensde gebied, gelegen binnen een in stralingsevenwicht verkeerende omgeving, de temperatuur 2000° à 2500° kon dalen en op die lagere waarde somtijds weken lang gehandhaafd blijven — indien niet enkele spectraalverschijnselen tot steun van dat denkbeeld waren aangevoerd. ¹⁾

Juist deze aan het spectrum ontleende argumenten voor lage temperatuur verliezen nu hun overtuigende kracht zoodra men, overeenkomstig het standpunt *B*, in de Fraunhoferlijnen hoofdzakelijk dispersielijnen ziet. Er is dan geen reden meer om zóo lage temperaturen in het vlekgebied aan te nemen. Tevens bezitten we in de stelselmatige dichtheidsgradiënten rondom den wervel en de daardoor veroorzaakte kromming der lichtstralen voldoende gegevens, om niet slechts de verminderde lichtsterkte in umbra en penumbra op ongedwongen wijze te verklaren, maar bovendien vele eigenaardigheden van de lijnen in het vlek-spectrum, zooals: veranderingen in relatieve sterkte en breedte, asymmetrie en stelselmatige scheefheid (Evershed-effect), gelijkenis (en voor sommige lijnen bepaalde verschillen) met de lijnen in 't spectrum van den zonsrand, enz.

¹⁾ Zie: Abbot, „The Sun” (Appleton & Co., 1912), p. 207—211.

Al wijken de op anomale dispersie berustende voorstellingen sterk af van die, welke men zich op grond van de opvatting *A* omtrent vlekken heeft gevormd, zij zijn minstens evengoed als deze vereenigbaar met de voornaamste conclusies betreffende het Zeeman-effect in vlekken, daar magnetische splitsing betrekking heeft op de lijn-kernen en elke component weer in een dispersielijn gehuld is.

Niet alleen op de denkkeelden over de zon, maar natuurlijk ook op die aangaande sterren zal het grooten invloed hebben of men de opvatting *A* dan wel *B* als uitgangspunt neemt. In het tweede geval toch opent zich de mogelijkheid om te onderstellen, dat zekere lijnverplaatsingen die men altijd als Doppler-effecten heeft uitgelegd, eigenlijk berusten op asymmetrie van dispersielijnen. Proefondervindelijk kan men zonder bezwaar door anomale dispersie verplaatsingen der „zwaartepunten” van lijnen teweegbrengen die, als men ze als gevolgen van beweging in de gezichtslijn wilde interpreteren, zouden wijzen op snelheden van honderden kilometers per seconde. Neemt men nu in een sterrespectrum dergelijke groote verschuivingen waar bij sommige lijnen, terwijl in 't zelfde spectrum andere, dunnere, lijnen veel kleinere verplaatsingen toonen (wat vaak voorkomt), dan is het niet meer noodig, die lichtbron gesplitst te denken in onderdeelen wier relatieve bewegingen men ontraadselen moet; het verschillend gedrag der lijnen kan eenvoudig berusten op verschillen in de concentratie, waarmee de bestanddeelen in het gasmengsel der ster vertegenwoordigd zijn.

Nog grooter wellicht is de vereenvoudiging, die het gezichtspunt *B* veroorlooft te brengen in de verklaring van veranderlijke sterren, vooral van de vele „onregelmatig veranderlijken” met hoofdperioden welke meerendeels tusschen 150 en 450 dagen liggen.

Wij behoeven ons namelijk slechts voor te stellen dat dit zeer uitgestrekte, gasvormige hemellichamen zijn, in een vroeger stadium van ontwikkeling dan ons zonnestelsel. Indien zich in de stof-massa reeds plaatselijke verdichtingen gevormd hebben, zal het licht uit de kern zich niet gelijkmatig naar alle richtingen des hemels uitbreiden, doch een met de richting varieerenden graad van divergentie vertoonen. Bij de rotatie van het hemellichaam wentelt derhalve een „ongelijkmatig stralingsveld” mede, en men ziet van uit de aarde de lichtsterkte van de ster veranderen.

Natuurlijk zullen de intensiteitsvariatiën in 't algemeen grooter zijn voor het sterker gebroken licht uit de naaste omgeving der absorptielijnen, zoodat de lichtverdeeling in het spectrum zeer veranderlijk kan wezen, heldere en donkere dispersielijnen elkander kunnen afwisselen. Voor elk bijzonder geval moet men zich dan afvragen, welke stofverdeeling rekenschap zou kunnen geven van de waargenomen lichtverdeeling in het spectrum; maar de concepties die men op deze wijze van 't hemellichaam verkrijgt, zijn toch zeer zeker eenvoudiger en meer aannemelijk dan de voorstelling, dat een stofmassa, grooter dan de zon, telkens in perioden van ongeveer een jaar zulke catastrophale veranderingen zou ondergaan, als men uit het oogpunt *A* beschouwd wel heeft moeten aannemen.

Misschien kunnen ook de verschijnselen der Novae voor een goed deel in lichtbreking een redelijke verklaring vinden.

Uit deze enkele voorbeelden moge duidelijk zijn, dat het voor onzen kijk op de sterrenwereld lang niet onverschillig is, welk uitgangspunt wij kiezen bij de interpretatie der kosmische spectra. Zelfs de fraaie resultaten van Kapteyn betreffende den bouw en de beweging van het Melkwegstelsel kunnen wellicht eenige aanvulling behoeven als in aanmerking genomen wordt dat niet alle lijnverplaatsingen geheel op Doppler-effect berusten. Men denke verder aan de (veelal in nevelmassa gehulde) helium-*(B)*-sterren en de absoluut heldere *K*- en *M*-sterren, die alle bijzonder groote massa schijnen te hebben en voor welke de relatief sterke algemeene roodverschuiving hunner spectraallijnen evengoed door de dispersietheorie als door Einstein's gravitatietheorie kan worden verklaard. En de oplossing van het groote physische probleem van dezen tijd: het al of niet bestaan van de roodverschuiving die door de nieuwe gravitatietheorie gevorderd wordt, hangt eveneens nauw samen met de vraag of dispersielijnen een belangrijke rol spelen in kosmische spectra.

Onderzoekingen die er toe leiden kunnen, een gewettigde keuze te doen tusschen de twee in dit artikel met elkander vergeleken opvattingen, verdienen dus krachtig te worden voortgezet.

Mocht het resultaat zijn, dat men het standpunt *A* dient op te geven, dan zou de sterrenwereld er iets minder raadselachtig en wonderbaar (dus ook minder aantrekkelijk?) uitzien; maar daarin zouden wij ons dan maar moeten voegen.

Utrecht, Januari 1922.

OVER DE DIKTE VAN GEADSORBEERDE GASLAGEN

door J. J. HAAK.

In het Novembernummer van *Physica* komt een verslag voor over een lezing van Dr. Langmuir, waarin o.a. de adsorptie van gassen door wolfram en glas wordt besproken. Gaarne zou ik in verband daarmee iets over een eigen onderzoek willen mededeelen, ten einde op een verschilpunt te wijzen.

Als volgt, zeer in het kort, de manier, waarop ik de dikte van een geadsorbeerde droge luchtlaag op schoon kwik heb bepaald. ¹⁾ Wanneer een homogene lichtstraal, gepolariseerd onder een azimut van 45° bijv., op een kwikoppervlak, of in 't algemeen op een geleidend oppervlak valt, en daardoor wordt teruggekaatst, worden de amplitudines loodrecht op en evenwijdig aan het invalsvlak verkleind, terwijl er een fazeverschil tusschen deze componenten optreedt. Dit fazeverschil Δ wordt opgeheven, dus tegelijkertijd bepaald door een compensator van Babinet. De componenten zijn dan weer gelijk in faze, kunnen weer samengesteld worden tot rechtlijnig gepolariseerd licht, en het azimut ψ daarvan kan vervolgens weer worden gevonden, waardoor men de verhouding der teruggekaatste amplitudines te weten komt.

De waarden van Δ en ψ zijn afhankelijk van de hoek van inval i . Bij een bepaalde hoek I , de hoofdinvalshoek, is $\Delta = \frac{1}{4}$. Het daarbij behorende „hersteld azimut” wordt hoofdazimut H genoemd.

Bevindt zich nu op het kwik de een of andere doorzichtige oppervlaktelaag, dan worden bij dezelfde condities van de invallende straal de Δ en ψ na terugkaatsing iets anders, stel Δ' en ψ' . Vat men zoo'n oppervlaktelaag op als te bestaan uit afzonderlijke dunne lagen onder elkaar, waarvan de dichtheid meer en meer toeneemt, dan krijgt men te doen met herhaalde reflecties, die tot een fazeverschil in de sombeweging aanleiding geven. Zijn de lagen doorzichtig dan boeten de somamplitudines er weinig bij in. Op deze manier is het wel in te zien dat de strenge theorie een vrij groote variatie van Δ , een zeer geringe verandering van ψ geeft, tengevolge van een oppervlaktelaag.

¹⁾ Proefschrift, Amsterdam, 1918. Kon. Ak. v. Wet., 27, 417, 1918.

Volgens Drude ¹⁾ is:

$$1) \quad \Delta' - \Delta = l \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) f_1(i, \lambda, I, H).$$

$$2) \quad \psi' - \psi = (1 - n^2 \cos^2 i) f_2(\Delta' - \Delta, i, \lambda, I, H).$$

Hierin is door mij verondersteld dat de brekingsindex n over de geheele dikte l van de laag constant mag worden genomen; de functies f_1 en f_2 zijn precies bekend.

$\psi' - \psi$ is zeer gering. Elk azimut wordt natuurlijk bepaald met behulp van een analysator in zijn uitdoovingsstand. Het instellen op volledige duisternis ging echter bij mijn opstelling met zoo'n groote fout gepaard, dat ik de meting van $\psi' - \psi$ wel achterwege moest laten.

De bepaling van $\Delta' - \Delta$ gaat met de compensator vrij goed. Voor de geadsorbeerde luchtlaag op het kwik vond ik een verschil voor geel licht van $25/2868$, terwijl de gemiddelde aflezingsfout $3/2868$ is.

Om tot een orde van grootte te komen voor de dikte van de luchtlaag nam ik als brekingsindex het gemiddelde van de indices boven in de laag en beneden in de laag. Om de n te vinden beneden in de laag, stelde ik de dichtheid van de lucht vlak bij het kwik gelijk 13,6 en berekende daaruit n met behulp van de formule $(n-1)/d = \text{constant}$. Op die manier moest in formule 1 voor de gemiddelde n , gesubstitueerd worden 2,52. Zoo vond ik voor de dikte der laag $1,6 \mu\mu$.

Reeser ²⁾ verbeterde daarna de opstelling en kon daardoor wel $\psi' - \psi$ bepalen. Dus kon hij uit formule 2 rechtstreeks de gemiddelde n oplossen. Hij vond $n_{\text{geel}} = 2,54$ en $l = 2,3 \mu\mu$. (Hier is geen stofvrije droge lucht gebruikt, waardoor l gemakkelijk iets te groot kan zijn uitgevallen).

Uit deze proeven zou dus volgen dat de geadsorbeerde laag ongeveer 5 moleculen dik is en wel een laag, die in 1 dag door kwik wordt vastgelegd.

Men kan met behulp van deze effecten der metallieke reflectie heel goed de laag zien aangroeien. Is het kwikoppervlak zuiver dan begint men Δ op de compensator af te lezen. Is met een kwikpomp van Gaede de lucht boven het kwik weggezogen dan blijft Δ constant. Laat men droge lucht van atmosferische spanning

1) Wied. Ann. 39, 488, 1890.

2) Proefschrift, Amsterdam, 1921. Kon. Ak. v. Wet., 30, 151, 1921.

toe, dan is al gauw een andere waarde op de compensator af te lezen. Na 1 uur is het fazeverschil met $5/2868$ veranderd, hetgeen wijst op een laag van ongeveer 1 molecuul dik. Na 1 dag is de maximale dikte vrijwel bereikt, de Δ verandert niet meer. Is de laag éénmaal gevormd, dan is het zelfs na 8 uur pompen niet mogelijk ook maar een geringe vermindering van de dikte te constateeren.

In verband met de verkregen resultaten zou ik dadelijk met Dr. Langmuir mee kunnen gaan, waar deze een bijzonder stabiel vastgelegde zuurstoflaag om de wolframdraad van een vacuumgloeilamp aanneemt. Ik moet dan wel veronderstellen dat er oorspronkelijk een luchtlaag is geadsorbeerd, die tijdens de fabricatie van de lamp, waarbij de draad flink is verhit in een sterk luchtledig, bijna geheel is verdreven en waarvan de één atoom dikke zuurstoflaag, die chemisch aan het wolfram gebonden werd, het overblijfsel is.

Maar zijn nu dergelijke geadsorbeerde lagen altijd slechts één atoom of één molecuul dik, zooals Dr. Langmuir dat denkt?

Ook als er geen hoge temperaturen in het spel zijn, zooals bij het aangehaalde geval van argon op glas?

De manier, die Prof. Debye in het vorige nummer van *Physica* schetst om tot een theorie over de gasadsorptie te geraken, laat ook al niet veel meer toe dan luchtlagen van 1 molecuul dik, wanneer ten minste alleen de attractie van het geleidend oppervlak op de gasmoleculen wordt beschouwd. Misschien kan nu de eerste laag, als deze inderdaad met zoo groote dichtheid wordt vastgelegd, dienst doen om een tweede laag aan te trekken, en dan deze weer een derde.

Wellicht ook zijn de bewerkingen, waarmee Drude tot de gebruikte formules komt, niet geheel juist. Hoe het ook zij, klaarheid is er m.i. nog niet en het verschil dient toch zeker te worden opgelost.

Summary.

In view of a lecture by Dr. Langmuir on adsorbed gaslayers, in the foregoing lines the result is given of an experimental inquiry into the thickness of a dry airlayer on mercury. According to the formulae of Drude, the thickness is found to be about 5 molecules. Dr. Langmuir states 1 atom or 1 molecule.

How to account for this difference?

OVER DE GELEIDING VAN ELECTRICITEIT IN GASSEN.

I. ALGEMEENE GEZICHTSPUNTEN OMTRENT DE BEWEGING VAN ELECTRONEN EN IONEN IN GASSEN

door G. HERTZ.

Volgens het tegenwoordige inzicht in de electriche geleiding in gaspen zijn de dragers der electriche ontlading uitsluitend electronen en ionen, en vinden de bij de electriche ontlading optredende verschijnselen (lichtuitzending, ionisatie) hun oorzaak in de botsingen der electronen en ionen met de gasmoleculen en met de electroden. Uitgaande van deze opvatting is het mogelijk de methodes der kinetische gastheorie over te brengen op het gebied van de electriche geleiding in gaspen. De mogelijkheid om deze methodes hier met vrucht toe te passen, is gebleken uit de theorie der stootionisatie van Townsend welke, bouwende op zeer eenvoudige veronderstellingen, verrassende resultaten opleverde. Weliswaar is later gebleken, dat het uitgangspunt van de theorie van Townsend, speciaal bij edelgaspen en metaaldampen, niet met de werkelijkheid overeenkomt.

Om een volledige theorie van de geleiding in gaspen te kunnen opstellen, moet men nauwkeurig bekend zijn met de wetten, waardoor de wisselwerking tusschen electronen en ionen eenerzijds en gasmoleculen en electrodenmateriaal anderzijds beheerscht wordt. Nu is onze kennis hieromtrent nog verre van volledig, speciaal wat betreft het gedrag der positieve ionen, die vooral bij de zelfstandige ontlading een belangrijke rol spelen; maar met onze tegenwoordige inzichten is men toch wel in staat in eenvoudige gevallen, met name voor de electriche geleiding in edelgaspen, zich een voorstelling van de ontladingsverschijnselen te vormen, welke in hoofzaak ongetwijfeld wel juist zal zijn.

Wij zullen ons daarom in het volgende meer in het bijzonder met de edelgaspen bezig houden, omdat de verschijnselen hier het meest eenvoudig en overzichtelijk zijn. De andere gaspen gedragen zich in vele opzichten verschillend van de edelgaspen; wij zullen nagaan, door welke eigenschappen dit afwijkend gedrag wordt veroorzaakt. De verschijnselen, die aan de electroden optreden, laten wij „voorloopig rusten. Verder zullen wij ons tot het be-

schouwen van electronen en positieve ionen beperken, daar negatieve ionen in edelgassen in het geheel niet voorkomen en in andere gassen in het algemeen slechts een ondergeschikte rol spelen bij de ontladingsverschijnselen.

Het probleem, dat ons bezig houdt kunnen wij nu als volgt stellen: Gegeven een aantal electronen of positieve ionen met bekende beginsnelheid in een gas met bekenden druk; gevraagd wordt, wat er gebeuren zal onder den invloed van een bepaald electrisch veld.

Aan de gastheorie ontleenen wij het begrip: *gemiddelde vrije weglengte*. In ons geval zij deze als volgt gedefinieerd: Men denke zich N_0 electronen (resp. ionen), die van het punt $x = 0$ uitgaande in de richting van de X -as, een gas van den druk p met de snelheid v doorloopen. Het aantal electronen (ionen), die een afstand x doorloopen zonder met eengasmolecuul te botsen, zij N . Daar voor ieder electron en voor ieder wegelement dx de kans om te botsen steeds de zelfde is, geldt de betrekking:

$N = N_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$. De constante λ in deze formule beteekent niet anders dan de gemiddelde vrije weglengte, waarvan men zich met behulp van de eenvoudig af te leiden vergelijking:

$$\frac{1}{N_0} \int_0^{N_0} x dN = \lambda$$

gemakkelijk overtuigt. De grootheid $1/\lambda$ treedt als een soort „absorptieconstante” op. Men kan haar opvatten als de som der, bij een botsing werkzame, doorsneden van alle gasmoleculen; zij wordt daarom ook wel als „absorbeerende doorsnede” aangeduid (Lenard).

Over de gemiddelde vrije weglengte van ionen en electronen kan men theoretisch het volgende zeggen. Voor de positieve ionen is de zaak vrij eenvoudig. Positieve ionen zijn atomen of moleculen, waaraan een electron onttrokken is. Schattenderwijze is wel in te zien, dat de lading slechts een zeer geringen invloed kan hebben op de gemiddelde vrije weglengte, behalve wanneer de snelheid der ionen zeer gering is. Het is dus te verwachten, dat de gemiddelde vrije weglengte voor positieve ionen eenvoudig, evenals in de gastheorie, uit den atoom- (resp. molecuul-) diameter berekend kan worden. In het geval van een gasontlading, waar

gewoonlijk de snelheid, welke de positieve ionen aan het elektrische veld te danken hebben, groot is ten opzichte van de thermische snelheid der gasmoleculen, treedt nog een verdere vereenvoudiging op. Voor de berekening der gemiddelde vrije weglengte der positieve ionen mag men dan de gasmoleculen als stilstaand beschouwen, en de gemiddelde vrije weglengte is in dit geval $= \sqrt{2}$ maal de gemiddelde vrije weglengte der gasmoleculen. Dit resultaat is door directe meting van de gemiddelde vrije weglengte voor positieve ionen bevestigd.

In het geval van electronen is het veel moeilijker om theoretisch eenige voorspellingen te doen. Immers een atoom bestaat, volgens onze tegenwoordige opvatting, uit een positieve kern van zeer kleine afmetingen, omringd door een zwerm van electronen, die, op relatief zeer groote afstanden, om den kern heen loopen. Een ongeladen deeltje ter groote van een electron, zou, wanneer het door een atoom vliegt, slechts uiterst zelden tegen een der electronen of tegen den kern botsen; zulk een deeltje zou dus een geweldig lange vrije weglengte hebben. Tengevolge van zijn lading zal echter een electron met de electronen van het atoom in wisselwerking kunnen treden zonder rechtstreeks er tegen te botsen (d.w.z. tot op oneindig kleinen afstand te naderen). De krachten, die bij een botsing van twee atomen werkzaam zijn, zijn te danken aan de wederzijdsche inwerking van de buitenste electronen der beide atomen. Daar de straal van het atoom volgens de theorie van Bohr ongeveer met den straal van de buitenste electronenbanen overeenstemt, is te verwachten, dat een electron den atoomkern tot op een afstand gelijk aan den straal van het atoom naderen moet, om met de electronen van het atoom energie (resp. hoeveelheid van beweging) te kunnen uitwisselen, m.a.w. met het atoom te botsen. Bij de botsing van twee atomen kunnen de kernen elkander tot op een afstand gelijk aan tweemaal den straal van het atoom naderen; een electron daarentegen moet, voor het met een atoom botst, den kern tot op een afstand gelijk aan den straal van het atoom genaderd zijn. De vrije weglengte zal voor een electron dus 4 maal grooter zijn dan voor een atoom met de zelfde snelheid. Aangezien voor electronen in nog veel hoogere mate dan voor positieve ionen geldt, dat hun snelheid zeer groot is ten opzichte van de snelheid van gasmoleculen, zal hier ook de factor $\sqrt{2}$ moeten optreden. Wij verwachten dus voor electronen een gemiddelde vrije weglengte $= 4 \sqrt{2}$ maal de vrije weglengte der

gasmoleculen. Van het standpunt der gewone kinetische gastheorie gedragen electronen zich dus als deeltjes met te verwaarloozen afmetingen en met oneindig gróote snelheid. Men moet echter niet uit het oog verliezen, dat de hier gehouden beschouwing zeer globaal is en dat een goede overeenstemming niet te verwachten is, vooral niet wanneer de snelheden van de vrije electronen en van de electronen van het atoom zeer verschillend zijn. Inderdaad zijn experimenteel ook groote afwijkingen gevonden, met name voor electronen met groote snelheid. Voor langzamere electronen echter, met een snelheid, overeenkomende met een doorloopen spanning van hoogstens een paar honderd volt, is de bovengevonden betrekking voor de gemiddelde vrije weglengte in het algemeen door de meting behoorlijk goed bevestigd. De vrije weglengte wordt gemeten door een „straal” van electronen met één bepaalde snelheid in een gas te schieten en dan na te gaan hoe het aantal electronen, waarvan de snelheid onveranderd is gebleven wat grootte zoowel als wat richting betreft, afneemt met toenemenden afstand van het punt van uitgang; of wel men meet de absorptie van een dergelijke electronenstraal in een gas, als functie van den gasdruk (Lenard). Zulk een electronenstraal verkrijgt men door de uit een electronenbron (gloeijende draad, of metaalplaat die langs foto-electrischen weg electronen uitzendt) uittredende electronen door een electrisch veld te versnellen op een weg, die kort is vergeleken met de gemiddelde vrije weglengte.

Zooals boven reeds vermeld werd, voerden de experimenten tot het resultaat, dat voor snelle electronen de gemiddelde vrije weglengte in hooge mate afhangt van de snelheid, en wel neemt de vrije weglengte bij grootere snelheid steeds toe, zooals door Lenard is aangetoond. Met deze snelle electronen, die in verschillende opzichten een veel gecompliceerder gedrag vertoonen, zullen wij ons nu niet verder bezig houden, daar zij bij een normale glimontlading geen rol spelen.

Wel is het gewenscht aandacht te schenken aan andere afwijkingen van het normale, die onlangs door Ramsauer ¹⁾ bij zijn proeven over de vrije weglengte van electronen zijn waargenomen. Bij de meeste gassen vond Ramsauer de vrije weglengte voor zeer langzame electronen vrijwel onafhankelijk van hun snelheid

¹⁾ C. Ramsauer, Phys. Zeitschr. 22, 613, 1921.

en in behoorlijke goede overeenstemming met de waarden, zooals die volgens de kinetische gastheorie worden berekend. Argon echter vertoonde een geheel afwijkend gedrag. Volgens zijn metingen zou in argon de gemiddelde vrije weglengte voor electronen een minimum waarde hebben bij een snelheid corresponderende met 12 Volt, en wel ongeveer $\frac{1}{3}$ van de berekende waarde; bij grootere en bij kleinere snelheden neemt de vrije weglengte weer toe. Zeer opvallend is bij de resultaten van Ramsauer verder nog, dat bij zeer geringe snelheden der electronen enorm groote waarden voor de vrije weglengte werden gevonden; dit zou betekenen, dat zeer langzame electronen ongehinderd door het inwendige der argonatomen kunnen loopen. Waar de reden voor een dergelijk merkwaardig gedrag theoretisch niet gemakkelijk is in te zien, zou het zeer gewenscht zijn, wanneer het resultaat van deze moeilijke metingen met zeer langzame electronen, ook op andere wijzen bevestigd kon worden. In ieder geval kan de gevonden afhankelijkheid der vrije weglengte van de snelheid der electronen bij de ontladingsverschijnselen in argon zeer goed een belangrijke rol spelen. Het minimum der vrije weglengte werd namelijk geconstateerd bij een snelheid overeenkomende met 12 Volt; en zooals wij later zullen zien, is dit juist de resonantie-spanning van argon. Dit punt zal later bij de bespreking van het specifieke verschil tusschen de glimontlading in argon en in neon weder ter sprake komen.

Afgezien van deze afwijkingen in bijzondere gevallen, kunnen wij echter de gemiddelde vrije weglengte der electronen en positieve ionen als een grootheid beschouwen, die niet van de snelheid afhangt, en berekend kan worden volgens de formules der kinetische gastheorie; de straal der positieve ionen moet daarbij gelijk aan de straal van het atoom (resp. van het molecuul wanneer men met geïoniseerde moleculen te doen heeft) worden genomen, de straal van het electron wordt $= 0$ gesteld; en voor ionen en electronen beiden wordt de snelheid als groot ten opzichte van die der gasmoleculen aangenomen.

In de tweede plaats komt nu de vraag aan de orde: *wat gebeurt er bij een botsing?* In de kinetische gastheorie treedt bij een botsing uitsluitend een uitwisseling van energie en van hoeveelheid van beweging op; het zijn hierbij alleen de mechanische translatie- en rotatiesnelheden, die verandering ondergaan. Wanneer

echter electronen of ionen tegen een gasmolecuul botsen, staat de zaak anders. Onder den invloed van het electrisch veld kunnen deze zoo groote snelheid verkrijgen, dat zij in staat zijn ook aan de inwendige vrijheidsgraden van een molecuul energie af te geven.

Wij willen ons ook hier voorloopig tot het minst gecompliceerde geval van de eenatomige edelgasen en electropositieve metaaldampen beperken. Chemische krachten spelen hier geen rol; van het standpunt der atoomtheorie van Bohr moet dus een afgifte van energie aan de inwendige vrijheidsgraden (d. w. z. aan de electronen van het atoom) hierop neerkomen, dat de verdeling der electronen op de verschillende mogelijke quanta-banen een andere wordt. Daar er slechts een eindig aantal mogelijke quanta-toestanden van een atoom bestaat, die ieder met een bepaald energieniveau correspondeeren, is, van het standpunt der theorie van Bohr, te verwachten, dat niet alleen bij bestraling maar even goed bij botsing een atoom alleen in bepaalde quanta energie kan opnemen. Wij zullen zien, dat deze verwachting inderdaad tenvolle bevestigd is. Onder alle mogelijke veranderingen in de configuratie der electronen van een atoom is er altijd één, waarbij de ermede samengaan de verandering in de energie het kleinste is; deze energiehoeveelheid is dan ook de kleinste, die men met mogelijkheid aan een atoom kan afgeven, en een electron moet minstens deze energie bezitten om bij botsing met een atoom energie aan dit atoom te kunnen afstaan. De spanning, die een electron vrij moet doorloopen om een kinetische energie te verkrijgen gelijk aan deze „kleinste energiehoeveelheid” noemt men de „aanslagspanning” van het atoom; een electron moet op zijn minst deze spanning vrij doorloopen hebben om een ongestoord atoom tot een „aangeslagen” atoom te kunnen maken.

Is de snelheid van een electron kleiner dan de snelheid, welke met de aanslagspanning correspondeert, dan kan dit electron bij botsing met een atoom onmogelijk energie afstaan aan de inwendige vrijheidsgraden van het atoom; het zal in dit geval gewoon *elastisch* met het atoom botsen; voor deze botsingen gelden de eenvoudige betrekkingen, die uit de wetten van het behoud van arbeidsvermogen en het behoud van hoeveelheid van beweging worden afgeleid. Botst een kleine massa m met een kinetische energie L tegen een groote massa M , dan wordt daarbij volgens de wetten der elastische botsing gemiddeld een energie afge-

geven $= 2 L m / M$. De massa van een electron is ongeveer $1 / 1850$ van de massa van een waterstofatoom; het quotient $2 m / M$ is deshalve steeds zeer klein (in helium b.v. $1 / 3700$, in neon $1 / 18500$, in argon $1 / 35000$). Beneden de aanslagspanning verliest een electron dus bij de (elastische) botsing tegen een atoom slechts een zeer klein gedeelte van zijn energie. Dit gedeelte is zoo klein, dat in de meeste gevallen (zoolang men niet met zeer hoge drukken of zeer kleine veldsterkte te doen heeft) dit energieverlies practisch niet te bemerken zal zijn. Men kan hieruit de volgende belangrijke conclusie trekken:

Laat men vanuit een zeker beginpunt electronen zonder beginsnelheid uitgaan en onder invloed van een electrisch veld een gas doorloopen, dan is de snelheid, die zij op een bepaalde plaats verkregen zullen hebben, onafhankelijk van den gevolgden weg en van het aantal botsingen, en alleen afhankelijk van de doorloopen spanning. Tusschen de snelheid der electronen en de doorloopen spanning bestaat dezelfde betrekking als in vacuo geldt: $\frac{1}{2} m v^2 = V e$, waarin e de lading en m de massa van het electron is. Experimenten hebben geleerd, dat het gedrag van electronen in edelgassen en metaaldampen inderdaad hiermede in overeenstemming is. Zoolang men beneden de voor ieder gas karakteristieke aanslagspanning blijft, zijn de botsingen tusschen electronen en atomen volledig elastisch, de electronen worden practisch zonder energieverlies door de atomen gereflecteerd; en de kinetische energie, die zij bij het doorloopen van een bepaalde spanning verkrijgen, is in het gas dezelfde als wanneer deze spanning in vacuo doorloopen wordt. Ook het kleine verlies van energie, dat de electronen bij den elastischen stoot lijden, heeft men experimenteel kunnen aantoonen.

De in chemisch opzicht actieve gassen gedragen zich geheel anders. Hier kunnen, zooals proefondervindelijk blijkt, de electronen ook beneden de aanslagspanning energie aan de gasmoleculen afgeven tot een bedrag, dat grooter is dan de kinetische energie, welke de moleculen volgens de wetten der eenvoudige botsing kunnen ontvangen; noodwendig moet dus deze energie aan de inwendige vrijheidsgraden van het molecuul worden afgegeven, waarbij dezelfde krachten in het spel zullen komen, die ook de chemische activiteit van de betrokken elementen veroorzaken. Inderdaad is dit energieverlies des te grooter, naarmate het element in chemisch opzicht meer electronegatief is. Om het chemische

karakter van de wisselwerking tusschen electronen en dergelijke gasmoleculen te doen uitkomen, spreekt men van de „electronen-affiniteit” van het gas. Hoe grooter de electronenaffiniteit van een gas is, des te grooter is het energieverlies, dat de electronen bij deze botsing lijden. Quantitatief is hierover nog zeer weinig bekend.

In gasen met zeer groote electronenaffiniteit zooals zuurstof of chloor, zijn de chemische krachten zoo groot, dat een langzaam electron bij botsing tegen een gasmolecuul niet alleen zijn kinetische energie geheel verliezen kan, maar zelfs aan het molecuul kan blijven vastzitten. Er is dan een negatief ion gevormd. De arbeid die noodig is om zulk een negatief ion weer in een electron en een molecuul te splitsen, wordt als maat voor de electronenaffiniteit genomen. Voor verschillende elementen, b.v. de halogenen, is uit fysisch-chemische berekeningen de electronenaffiniteit (der atomen) bekend. Later bij de bespreking van de lichtopwekking door botsingen van electronen, zullen wij ons nog nader moeten bezig houden met deze energie, die door een electron wordt afgestaan bij de botsing tegen een electronegatief molecuul resp. de vorming van een negatief ion.

Al is dus van het gedrag der electronen in gasen met electronenaffiniteit in finesses nog niet veel bekend, toch is het verschillend karakter dezer gasen in vergelijking met edelgasen of metaaldampen een vaststaand feit, waaruit belangrijke gevoltrekkingen voortvloeien. In electronegatieve gasen verliest een electron bij iedere botsing een zekere hoeveelheid energie die afhangt van den aard van het gas. Dit heeft tengevolge, dat een electron in een dergelijk gas bij het doorloopen van een electrisch veld een kinetische energie verkrijgt, die altijd kleiner moet zijn dan bij het doorloopen van het zelfde veld in een edelgas of in vacuo. Is de electronenaffiniteit van een gas zeer groot, zoodat een electron bij iedere botsing vrijwel al zijn energie verliest, dan kan een electron nooit grooter snelheid verkrijgen dan die, welke het op één vrije weglengte ontvangt. Hiermede hangt nu direct het groote verschil tusschen de ontlading in electronegatieve gasen en in edelgasen samen, welk verschil o.a. in de veel lagere doorslagspanning der edelgasen tot uiting komt. Voor het tot stand komen van een zelfstandige ontlading is het namelijk een vereischte, dat de electronen een zoo groote snelheid verkrijgen, dat zij door botsing tegen de gasmoleculen deze kunnen

ioniseeren. In een electronegatief gas moeten de electronen de daartoe noodige energie op één of misschien op eenige weglengten ontvangen, in een edelgas daarentegen zal het electron de daartoe noodige energie eenvoudig verkrijgen bij het doorloopen van de daarvoor vereischte spanning, terwijl het bij het doorloopen van die spanning een willekeurig aantal malen met de gasmoleculen mag botsen. In een edelgas zal dus een veel kleinere elektrische veldsterkte nodig zijn dan in een ander gas; in de elastische botsingen eenerzijds en de met energieverlies gepaard gaande botsingen anderzijds is dus de verklaring te zoeken voor de veel kleinere doorslagspanning in edelgasen; tevens wordt hierdoor het feit begrijpelijk, dat een glimontlading in edelgasen nog mogelijk is bij veel hoogere drukken dan in andere gasen.

In vele gevallen is het van belang het *aantal botsingen* te kennen, dat het electron bij het doorloopen van een bepaalden afstand in een edelgas maakt bij een gegeven elektrisch veld. Dit probleem is nog niet streng opgelost, daar het tot groote mathematische moeilijkheden leidt. De vrije wegen der electronen onder den invloed van een elektrisch veld zijn namelijk parabolen, welker gedaante met de grootte en richting van de snelheid van het electron samenhangt; en in de waarschijnlijkheidsfunctie, die de verdeeling der weglengtes aangeeft, moet de lengte van deze paraboolbogen worden ingezet. Men kan echter tot een oplossing van het probleem komen, die voor gemiddelde waarden van druk en veldsterkte in vele gevallen een voldoende benadering geeft, wanneer men, evenals bij de electronentheorie van de elektrische geleiding in metalen, den weg, dien het electron onder invloed van het veld in het gas aflegt, uit de afzonderlijke stukken opbouwt, waarover het electron op al zijn verschillende vrije wegen zich in de richting van het veld verplaatst. Hierbij wordt aangenomen, dat het bedrag, waarmee de kinetische energie van het electron op een vrije weg toeneemt, tengevolge van het elektrisch veld, klein is ten opzichte van de kinetische energie, welke het electron reeds bezit.

De snelheid van een electron zij v , de veldsterkte E , dan is de versnelling $\gamma = E e / m$; een vrije weg van de lengte l wordt in den tijd $\tau = l / v$ doorloopen. Gedurende dien tijd verschuift het electron in de richting der (negatieve) veldsterkte een stuk

gelijk aan $\frac{1}{2} \gamma \tau^2$, volgens de wet van den vrijen val. Per seconde komen een aantal vrije wegen voor, met een tijdsduur gelegen tusschen τ en $\tau + d\tau$; dit aantal stellen we voor door $f(\tau) d\tau$. De verschuiving van het electron in de richting van het veld in een tijdselement $d\tau$ is dan:

$$dx = d\tau \int_0^\infty \frac{1}{2} \gamma \tau^2 f(\tau) d\tau.$$

De functie $f(\tau)$ kan als volgt bepaald worden: volgens de bovengenoemde definitie van de gemiddelde vrije weglengte is de kans, dat een electron een vrije weg van een lengte minstens gelijk

aan l zonder te botsen aflegt, gelijk $e^{-\frac{l}{\lambda}}$. De kans dat de lengte van een willekeurige vrije weg tusschen l en $l + dl$ ligt, is dus

$\frac{1}{\lambda} e^{-\frac{l}{\lambda}} dl$. Voert men, in plaats van de lengte l , de tijdsduur

τ in, dan vindt men, dat de kans, dat een vrije weg in een tijdsduur tusschen τ en $\tau + d\tau$ gelegen, doorloopen wordt, gelijk is

aan $\frac{v}{\lambda} e^{-\frac{v\tau}{\lambda}} d\tau$. Het totale aantal vrije wegen per seconde

is v/λ , zoodat wij voor het aantal vrije wegen per seconde, waarvan de tijdsduur tusschen τ en $\tau + d\tau$ valt, de uitdrukking

vinden: $f(\tau) d\tau = \frac{v^2}{\lambda^2} e^{-\frac{v\tau}{\lambda}} d\tau$. Wanneer wij dit resultaat

in de bovengevonden uitdrukking voor dx invoeren, vinden wij tenslotte voor de snelheid, waarmee het electron in de richting van het veld opschiet, de waarde:

$$\frac{dx}{d\tau} = \int_0^\infty \frac{1}{2} \gamma \tau^2 \frac{v^2}{\lambda^2} e^{-\frac{v\tau}{\lambda}} d\tau = \frac{\gamma \lambda}{v}.$$

Terwijl v de werkelijke snelheid van het electron op zijn gecompliceerde baan is, is $dx/d\tau$ de snelheid, waarmee de gemiddelde plaats van het electron gedurende een groot aantal botsingen in het gas voortschrijdt. Het is verrassend dat deze voortschrijdings-snelheid omgekeerd evenredig met v is; want dit beteekent, dat het electron onder den invloed van het electrische veld des te

langzamer opschiet, naarmate het sneller is. Het is echter eenvoudig in te zien, dat dit zoo moet zijn; immers wanneer de snelheid van het electron b.v. verdubbelt, dan verdubbelen weliswaar ook het aantal vrije wegen per seconde, maar de tijdsduur van iederen vrijen weg wordt tevens half zoo groot; daarmede wordt het stukje, dat het electron op een vrijen weg in de richting van het veld valt, viermaal kleiner, zoodat het electron inderdaad slechts half zoo snel voortschrijdt.

Het quotient $\frac{v}{\frac{dx}{dt}} = \frac{v^2}{\gamma \lambda}$ kan men als „omwegfactor” aanduiden,

want het geeft de verhouding aan van den werkelijk doorloopen weg tot de afstand welke het electron in het gas voortschrijdt. Het aantal botsingen, dat het electron maakt, wanneer het over een afstand van 1 cm is voortgeschreden, is, zooals nu eenvoudig is in te zien, gelijk aan $v^2 / \gamma \lambda^2$. Dit aantal botsingen neemt dus evenredig met het kwadraat van den gasdruk en met het kwadraat van de snelheid v toe, en is omgekeerd evenredig met de elektrische veldsterkte.

Een zeer eenvoudige betrekking, welke door Dr. Holst werd opgemerkt, moge in dit verband nog vermeld worden. Laat men een electron met een beginsnelheid nul van een zeker punt uitgaan, en in een homogeen electrisch veld met veldsterkte E een bepaalden afstand x doorloopen, dan is het totale aantal botsingen, dat het maakt,

$$N = \int_0^x \frac{v^2}{\gamma \lambda^2} dx.$$

Is V de potentiaal op een willekeurig punt van de baan, dan is, daar we met een edelgas te doen hebben, $\frac{1}{2} mv^2 = eV$ en dus $v^2 = 2 Ve / m = 2 Ex e / m = 2 \gamma x$, derhalve:

$$N = \int_0^x \frac{2x}{\lambda^2} dx = \frac{x^2}{\lambda^2};$$

N is dus merkwaardigerwijze onafhankelijk van de sterkte van het veld, waarin het electron dezen afstand x doorloopt.

De hier gebezigde wijze om het aantal botsingen te berekenen, blijft niet juist, wanneer de druk zoo klein, resp. de veldsterkte zoo groot wordt, dat de toename van de energie van het electron op een vrijen weg niet langer klein is ten opzichte van de kinetische energie, welke het electron reeds bezit. Evenmin blijft de

berekening juist bij zeer grooten druk of zeer kleine veldsterkte, omdat dan het energieverlies, dat bij de elastische botsingen optreedt, niet langer verwaarloosd mag worden. Voor dit laatste geval kan men de formules wel algemeen opstellen; we zullen hier echter niet verder op in gaan.

Tenslotte moge over de positieve ionen nog een enkel woord gezegd worden. Wegens hun grootere massa gedragen deze zich bij een botsing geheel anders dan electronen; er treedt een energieverlies op, dat, volgens de wetten der botsing, van de zelfde orde van grootte is als de kinetische energie van het botsende deeltje. Dit heeft tengevolge dat de kinetische energie der positieve ionen in een edelgas (of in een ander gas) nooit belangrijk grooter kan worden dan de energie, welke onder invloed van het electrische veld op één enkelen vrijen weg wordt verkregen. In edelgasen zal dus de kinetische energie der positieve ionen altijd zeer veel kleiner zijn dan die der electronen; en het is te verwachten, dat de botsingen der positieve ionen tegen de gasmoleculen bij de ontlading in zulke gasen geen rol spelen. Ook in electronegatieve gasen zullen de positieve ionen wegens hun vier maal kleinere gemiddelde vrije weglengte, een kinetische energie verkrijgen, die hoogstens een vierde deel is van de kinetische energie der electronen. Zooals vanzelf spreekt, blijft dit alles niet gelden, wanneer men te doen krijgt met omstandigheden, waarop onze beschouwingen niet van toepassing zijn, b.v. bij een ontlading met hooge spanning in een gas van zeer lagen druk; hierbij kunnen de positieve ionen (als kanaalstralen) wel degelijk reusachtige snelheden verkrijgen; zij zijn dan ook in staat gasmoleculen te ioniseeren en lichtstraling op te wekken.

(Wordt vervolgd).

Eindhoven.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

GLIJVLAKKEN IN TINKRISTALLEN

door H. C. BURGER.

Het verschijnsel der glijding laat zich zeer fraai bestudeeren aan tinkristallen. Draadvormige kristallen van voldoende lengte kan men o.a. maken volgens de methode van Czochralski.¹⁾

1) J. Czochralski, Zs. f. phys. Chem. 92, 219, (1917).

Om aan een tinkristal de glijding te onderzoeken moet men dit eerst gedurende eenige uren verhitten op een temperatuur van 220° — 225° . Laat men dit na, dan treden de glijvlakken eerst bij groote afschuivende krachten en dan nog zeer onregelmatig en onvolkomen op.

Door een longitudinale spanning ontstaan in een zoodanig verhit draadvormig kristal bandvormige insnoeringen van een constant type. Tengevolge van de glijding ontstaat op het oppervlak van het kristal een streeping (zie fig. op de plaat tegenover blz. 29).

De in deze figuur zichtbare „glijlijnen” treden op aan een der platte zijden van het bandvormige, ingesnoerde deel van het kristal. Aan de andere zijde hiervan heeft de streeping hetzelfde type, slechts moet men rechts en links verwisselen, zoodat de holle zijde van de glijlijnen naar de andere kant gericht is.

Uit de beschreven verschijnselen volgt, dat de glijding op de volgende wijze plaats heeft. In het draadvormige kristal maken de glijvlakken een scherpen hoek met de draadas. Door een longitudinale spanning in het kristal glijden de tusschen twee glijvlakken liggende elliptische metaalschijven langs elkaar zonder in normale richting van elkaar getrokken te worden.

In lange tinkristallen ontstaan gewoonlijk talrijke insnoeringen. Deze zijn alle parallel georiënteerd, wat bevestigt, dat de draad uit één kristal bestaat.

Het reeds aangevangen röntgenonderzoek zal ons kunnen leeren, wat de kristallografische richting van glijvlakken en draadas is en hoe zich bij de glijding het ruimterooster van het kristal gedraagt.

Eindhoven, Dec. 1921.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Vrijdag 23 December 1921, in het natuurkundig laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

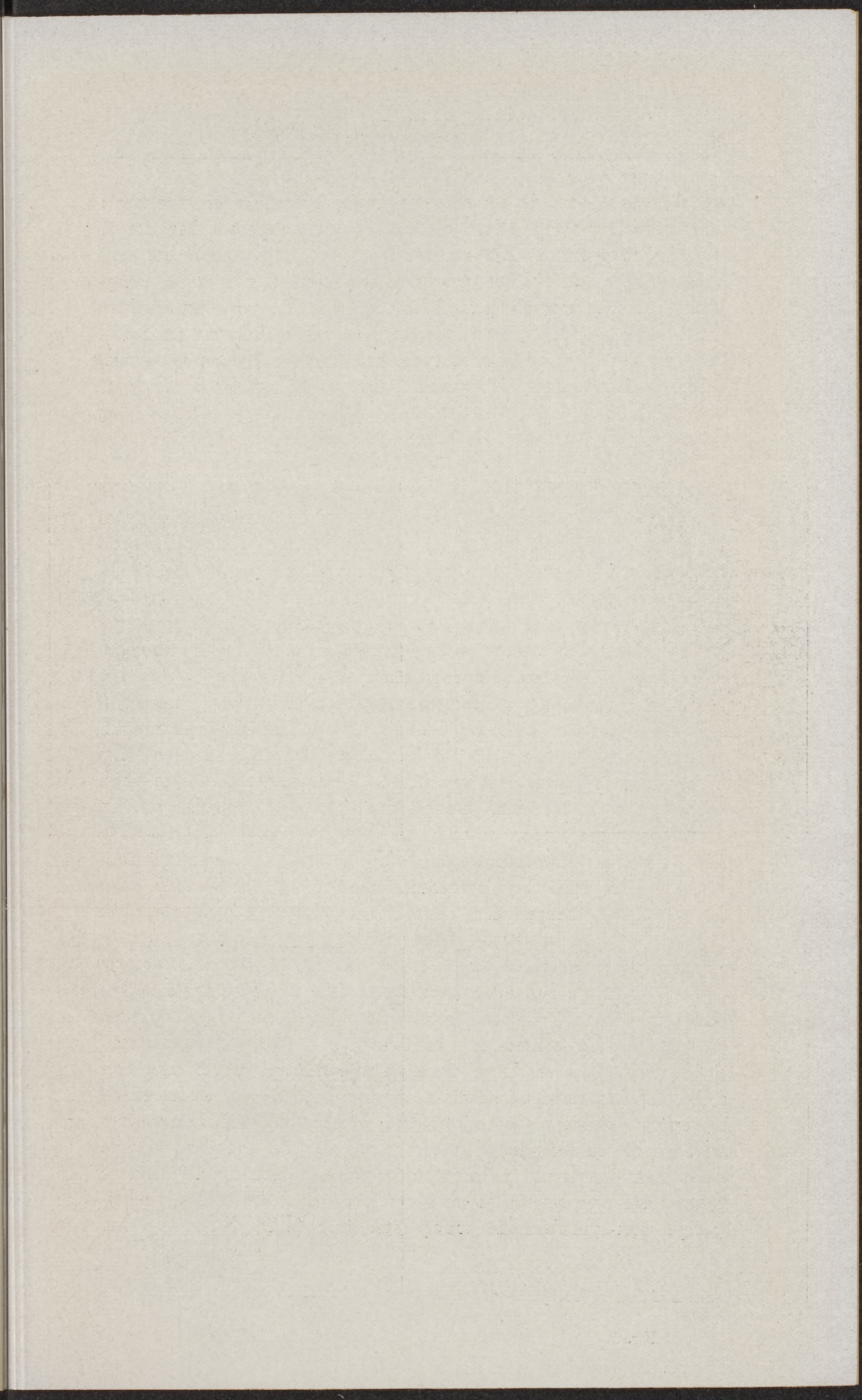
Prof. J. M. Burgers houdt een voordracht over:

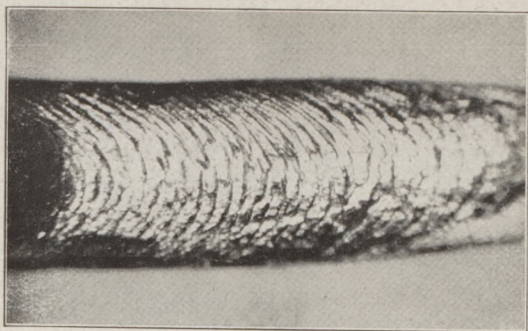
„Strooming van een vloeistof langs een vaste wand”.

Wanneer een stroomende vloeistof door geen andere uitwendige kracht wordt beïnvloed dan door de zwaartekracht en wanneer

de dichtheid van de vloeistof een onveranderlijke grootte heeft, kan *wervelbeweging* alleen ontstaan aan de oppervlakken die de vloeistof begrenzen. Ziet men af van eventueel aanwezige vrije oppervlakken (als bv. het grensvlak water-lucht) dan is de eenige bron van de werveling de werking van de wrijvingskrachten langs vaste wanden. Het is tot nog toe niet gelukt dit proces — dat voor de hydrodynamica van het grootste belang is — met behulp van wiskundige formules volledig te beschrijven; door de onderzoeken van Prandtl e.a. is men echter een eind op weg gekomen.

I. In het eerste gedeelte der voordracht werd de wijze van ontstaan en het loslaten der wervels in een eenvoudig geval besproken; nl. bij de beweging van een lange plaat, loodrecht op haar eigen vlak, waar men het verschijnsel met voldoende benadering als twee-dimensionaal kan beschouwen. Dit werd geïllustreerd met een serie foto's van de optredende strooming, in het laboratorium voor aero- en hydrodynamica te Delft genomen, waarvan er hier vier gereproduceerd zijn. Onmiddellijk na het begin der beweging is de strooming, behalve vlak bij de plaat, *vrij van werveling*; ze is bij benadering dezelfde als de potentiaalstrooming die in de klassieke leerboeken wordt besproken (Zie fig. 1). De wrijvingskrachten strekken hun invloed dan nog niet verder uit dan tot een dunne laag aan het oppervlak van de plaat. In deze laag, te dun om op de foto's zichtbaar te zijn, ontstaat wervelbeweging; d. w. z. de vloeistofdeeltjes komen in rotatie. Deze roteerende vloeistofdeeltjes worden door de strooming meegevoerd naar de achterzijde van de plaat; ze hoopen zich op achter de beide randen tot roteerende vloeistofmassa's. Hier ontstaan dus wervels, achter iederen rand van de plaat één; beide zijn even sterk doch hebben tegengesteld teken (Zie fig. 2). Zij gaan eerst met de plaat mee, blijven daarna spoedig achter en verspreiden zich in de vloeistof; tenslotte verdwijnen ze. Deze beide eerstgevormde wervels zijn zeer sterk; bij hun ontstaan speelt de versnelling een rol waarmee de beweging van de plaat begon. Zijn zij eenmaal weg, dan worden nog steeds roteerende vloeistofdeeltjes van de voorzijde van de plaat naar achteren gebracht, deze hoopen zich op tot kleinere kernen, die zich achter de plaat vaak tot een min of meer regelmatige, niet-symmetrische configuratie groepeeren. Het beeld van





Glijvlakken in tinkristallen.

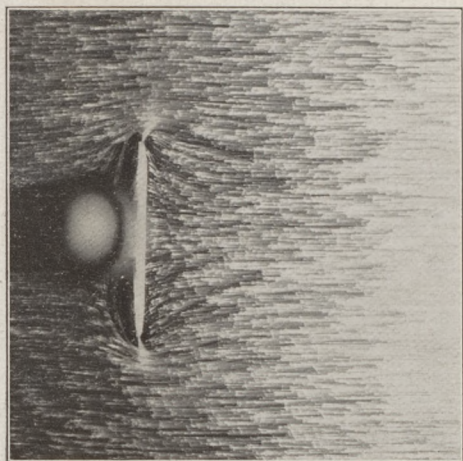


Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.

de stroomlijnen is gedurende dit proces geheel gewijzigd, het wordt niet stationair, doch vertoont min of meer periodieke wisselingen.

Bij een plaat met het profiel van een draagvlak van een aeroplân — afgeronde voorrand, scherpe achterrând — onder een kleine hoek met de stroomrichting opgesteld, wordt slechts één sterke wervel gevormd en losgelaten: namelijk, alleen aan de scherpe achterrând. De strooming behoudt dan een *circulatie* om de plaat, waarvan de grootte gelijk en tegengesteld is aan die van de losgelaten wervel; beide worden bepaald door vorm en stand van het draagvlak en door de snelheid van de beweging (fig. 3).

II. Door Prandtl, von Kármán en hun medewerkers zijn methoden gevonden om over het verloop van de strooming in de laag vlak langs de vaste wand, de z.g. „grenslaag”, waar de wervelbeweging ontstaat, iets te berekenen. Deze laag is in de meest voorkomende gevallen van strooming langs een lichaam zeer dun vergeleken bij de afmetingen van het lichaam. Zij V de snelheid van de ongestoorde vloeistof t.o.v. het lichaam; l een karakteristieke afmeting van dit laatste; ν de kinematische wrijvingscoëfficiënt ($= \mu/\varrho$, waar μ = gewone wrijvingscoëfficiënt, en ϱ = dichtheid van de vloeistof); dan is de dikte der grenslaag van de orde van grootte:

$$l \sqrt{\frac{\nu}{Vl}}.$$

Op grond hiervan kan men de hydrodynamische vergelijkingen voor de strooming in de grenslaag vereenvoudigen, zooals door Prandtl is aangetoond. O.a. kan men de drukverschillen in punten van de grenslaag, in dezelfde loodlijn op de wand gelegen, verwaarloozen; de druk in een punt van de grenslaag is dus gelijk aan die in een punt juist buiten de laag, op dezelfde loodlijn gelegen. De door Prandtl verkregen partieele differentiaal-vergelijkingen zijn in een aantal gevallen opgelost door Blasius, Boltze en Hiemenz, grootendeels door uitvoerige numerieke benadering.

Bij deze berekeningen — en ook bij de hierna te noemen methode van von Kármán — is het noodig het verloop van de snelheid in de strooming buiten de grenslaag als bekend aan te nemen. Dit levert een (asymptotische) grensvoorwaarde voor de oplossing der partieele differentiaal-vergelijkingen voor de grens-

laag, en tevens het verloop van de druk. Hierin ligt in vele gevallen een nog niet overwonnen moeilijkheid, want het verloop van de strooming buiten de grenslaag hangt af van de wervel-verdeeling achter het lichaam en dus ook weer van de toestand in de grenslaag.

Von Kármán heeft een methode aangegeven, welke op eenvoudiger wijze toelaat met voldoende benadering dezelfde resultaten af te leiden als die van Prandtl en ook in andere gevallen gebezigd kan worden. In plaats van de partieele differentiaal-vergelijkingen voor de snelheidscomponenten u en v *) te gebruiken, stelt hij de differentiaal-vergelijking op voor het transport van hoeveelheid van beweging (impuls) door een doorsnede van de grenslaag (deze vergelijking is ook door integratie uit de vergelijkingen van Prandtl af te leiden). Nu wordt aangenomen dat het niet noodzakelijk is de afhankelijkheid der u -snelheid van de y -coördinaat *precies* te kennen, maar dat men volstaan kan met binnen een laag van de dikte $\delta(x)$ een eenvoudig verloop hiervoor aan te nemen, bv. een polynoom in y , beginnende met de waarde $u=0$, voor $y=0$, en bij $y=\delta$ aansluitende bij de buitenstroom. De coëfficiënten van dit polynoom zijn functies van x ; met behulp van eenige aannemelijke onderstellingen gelukt het ze allen uit te drukken in δ en de gegeven snelheid van de buitenstroom. Men kan nu de grootte van het impulstransport berekenen en de uitkomst in de genoemde vergelijking invoegen. In deze vergelijking is δ de eenige onbekende en x de eenige onafhankelijk veranderlijke; ze blijkt een gewone (niet-lineaire) differentiaal-vergelijking van de 1e orde voor δ te worden. De oplossing is niet bezwaarlijk; heeft men δ dan vindt men daarna de waarden van u , en uit deze zijn die van v te berekenen.

Ik moet nog opmerken dat in de genoemde impuls-vergelijking de *wrijvingskracht* optreedt die door de vaste wand op de vloeistof wordt uitgeoefend (aan de buitenzijde sluit de strooming zoo mooi aan dat daar de wrijvingskracht = 0 te stellen is); deze wordt natuurlijk aangenomen te zijn:

$$\rho v \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0};$$

*) De strooming in de grenslaag wordt als twee-dimensionaal behandeld; men neemt de x -coördinaat langs de wand, volgens de stroomrichting, en ziet af van haar eventuele kromming. De y -coördinaat is gericht volgens de normaal op de wand.

en is dus, wanneer men het polynoom voor u heeft opgesteld, in δ uit te drukken.

De resultaten welke de methode van von Kármán oplevert stemmen in die gevallen waarin dat gecontroleerd kon worden, bevredigend overeen met die welke de methode van Prandtl geeft.

III. De rekenmethode met de impuls-vergelijking kan, gelijk von Kármán heeft aangetoond, ook in een ander geval gebruikt worden. Bij hooge snelheden kan de strooming in de grenslaag langs de wand *turbulent* worden, terwijl daarbuiten nog steeds een regelmatige stationaire stroom heerscht. In dit geval is het ondoenlijk het ware verloop van de strooming als functie van de coördinaten en de tijd na te gaan; men houdt zich alleen bezig met de stationaire gemiddelde (of hoofd-)beweging. Kent men nu het verloop van de gemiddelde u -snelheid als functie van y , en het verband hiervan met de wrijvingskracht τ_0 door de wand uitgeoefend, dan kan men de impuls-vergelijking toepassen. Immers daar deze op de geheele dikte der grenslaag betrekking heeft, en aangenomen is dat aan de buitenzijde de strooming zoo goed aansluit bij de buitenstroom, dat hier geen kracht door de vloeistoflagen op elkaar wordt uitgeoefend, heeft men niet te letten op de onregelmatige bewegingen die binnen de grenslaag impuls van de eene laag naar de andere overbrengen.

Prandtl en von Kármán hebben uit de experimenteele resultaten verkregen voor de strooming door buizen, afgeleid dat in de nabijheid van een gladde wand de gemiddelde snelheid van een turbulente stroom aan de formule moet voldoen:

$$\mu = B \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{4/7} \left(\frac{y}{\nu} \right)^{1/7} + \text{termen met hoogere machten in } y,$$

waarin B een getal is, welks waarde wordt opgegeven tusschen 8.57 en 8.82. τ_0 is de reeds genoemde wrijvingskracht die de wand op de vloeistof uitoefent, en in de nabijheid van de wand door de vloeistoflagen op elkaar wordt overgebracht; τ_0 is dus in zekeren zin een maat voor de turbulentie.

Met behulp dezer methode kan o.a. berekend worden het stroomingsverloop in de grenslaag langs een vlakke plaat, die als een scheepshuid evenwijdig aan de strooming is opgesteld, en daarmee ook de wrijvingskracht op de plaat. Dit stemt goed overeen met de experimenteele bepalingen hiervan.

BIJSCHRIFT FIGUREN.

Fig. 1. Opname van de strooming langs een plaat, dwars op de algemeene stroomrichting gesteld, in het allereerste begin van de naar links gerichte beweging der plaat. De strooming is zichtbaar gemaakt met behulp van aluminiumpoeder dat op het oppervlak van het water is gestrooid. Verlichting met bliksemlichtpoeder. Breedte van de plaat: 10 cm.

Van wervels is niets te zien.

Fig. 2. Opname van de strooming nadat de plaat 2 à 3 cm heeft afgelegd (snelheid ca. 20 cm per seconde). Achter de plaat zijn twee sterke wervels ontstaan.

Fig. 3. Strooming langs een model van een draagvlak (bij de lichtvlek onduidelijk te zien). De groote wervel, in dit beeld rechtsom draaiend, heeft aan het spits toeloopende achtereinde losgelaten van het naar rechts getrokken model. Om het model heen zijn rondlopende stroomlijnen van de tegengestelde circulatie. Kleinere wervelingen van beiderlei draaiingszin die, na den grooten wervel, aanhoudend van het achtereinde loslaten, verraden zich in de knikken der stroomlijnen.

Fig. 4. De trechtervormige kuiltjes in het wateroppervlak door de beide sterke wervels van fig. 2 gevormd, van terzijde gezien (gedeeltelijk zijn de spiegelbeelden tegen het wateroppervlak zichtbaar).

Literatuur.

Zie Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Band 1, 1921, Heft 4 (artikel van Th. von Kármán: p. 233; K. Pohlhausen, p. 252; H. Latzko: p. 268). De verdere literatuur is hier uitvoerig opgegeven.

MEDEDEELINGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Algemeene Vergadering op Zaterdag 28 Januari 1922, des namiddags te 4 uur, in de Collegezaal van het Fysisch Laboratorium der Gemeentelijke Universiteit te Amsterdam, Plantage Muidergracht.

Agenda:

Jaarverslag van den Secretaris.

Jaarverslag van den Penningmeester.

M. Minnaert: „De onregelmatige breking in den dampkring der zon.”

H. C. Burger: „Glijvlakken in tinkristallen.”

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

FEBRUARI 1922

NUMMER 2.

DE ENERGIE VAN HET ELECTROMAGNETISCHE VELD EN DE INDUCTIESTROOM

door W. UITTERDIJK.

De oorzaak van het opstellen van den navolgenden gedachten-gang ligt in de omstandigheid, dat de behandeling van de onder-havige kwesties in de verschillende leerboeken me niet bevredigde. Ik kan me geheel neerleggen bij een beschouwing, die uitgaat van de grondvergelijkingen van Maxwell, doch wanneer men dit niet doet en die grondwetten uit de oudere wetten afleidt, dan meen ik, dat de déductie ook zoo geleidelijk mogelijk moet zijn. Wanneer ik zie, dat bij *Abraham-Föppl* (deel I, pag. 218, derde druk) de formule voor de electromagnetische energie op grond van de analogie, die er bestaat tusschen de electriche en de magnetische vektoren, zoo maar uit de lucht valt, dan kan ik dit moeilijk voetstoots aanvaarden. En als *H. Poincaré* uit de waarnemingen afleidt, dat de inductiewet bij twee stroomkringen den vorm moet hebben $d(A_{i_1} + B_{i_2})/dt$ en $d(B_{i_1} + C_{i_2})/dt$, dan vermoed ik, dat de keus van dezen vorm sterk den invloed heeft gevoeld van de einduitkomst.

Als ik er nu ten slotte toe overga, de volgende afleiding, waartoe ik geleidelijk kwam, als bijdrage aan te bieden, dan geschiedt dit niet zonder schroom. Want ik weet, dat een bepaalde behandeling heel vaak een kwestie is van persoonlijke smaak en daardoor gevaar loopt door den ontwerper te worden overschat. Doch ik kan me niet los maken van het denkebeeld, dat een gedachtengang die mij zelf bevredigt, een ander misschien hier en daar nog wel eens een nieuw gezichtspunt zou kunnen geven. En Maxwell's grondvergelijkingen zijn het zeker waard van alle kanten te worden beschouwd.

Een noordpool van de sterkte m geeft in het veld (we denken ons aanvankelijk in de ledige ruimte) op den afstand r (te tellen vanaf de pool) de kracht

$$(1) \quad \mathbf{H} = \frac{m \mathbf{r}}{4 \pi r^2} = - \text{grad} \frac{m}{4 \pi r}.$$

De vette letters zijn vektoren, de andere scalaire waarden. De genoemde pool oefent op het element $d\mathbf{s}$ met de stroomsterkte i de kracht uit

$$(2) \quad \frac{i}{c} [\mathbf{ds}, \mathbf{H}].$$

En deze formule is algemeen. Wat de oorsprong zij van $\mathbf{H}$, de kracht op het stroomelement is steeds gegeven door het vektorproduct (2).

Willen we weten, wat de veldsterkte is, door $d\mathbf{s}$ bepaald, dan merken we op, dat bij de wisselwerking van pool en stroomelement actie en reactie gelijk zijn. We vervangen de pool door de eenheidspool en vinden:

$$(3) \quad \mathbf{H} = \frac{i}{c} \left[\mathbf{ds}, \frac{\mathbf{r}}{4 \pi r^3} \right],$$

$$(4) \quad = - \frac{i}{c} \left[\mathbf{ds}, \text{grad} \frac{1}{4 \pi r} \right],$$

$$(5) \quad = \frac{i}{c} \text{rot} \frac{\mathbf{ds}}{4 \pi r}.$$

In deze formules moet de vektor $\mathbf{r}$ geteld worden van af $d\mathbf{s}$. Willen we den invloed hebben van een element $d\mathbf{s}$ op $d\mathbf{s}^1$ (respectievelijk met de stroomsterkten i en i^1) dan kunnen we (3), (4) en (5) in (2) substitueeren, want dan blijven we $\mathbf{r}$ tellen vanaf $d\mathbf{s}$ en dus naar $d\mathbf{s}^1$, dat de eerste factor van het vektorproduct wordt.

We krijgen dus:

$$(6) \quad + \frac{i i^1}{c^2} \left[d\mathbf{s}^1, \left[\mathbf{ds}, \frac{\mathbf{r}}{4 \pi r^3} \right] \right],$$

$$(7) \quad \text{of} \quad - \frac{i i^1}{c^2} \left[d\mathbf{s}^1, \left[\mathbf{ds}, \text{grad} \frac{1}{4 \pi r} \right] \right]$$

$$(8) \quad \text{of} \quad + \frac{i i^1}{c^2} \left[d\mathbf{s}^1, \text{rot} \frac{\mathbf{ds}}{4 \pi r} \right].$$

We nemen nu twee stroomkringen s_1 en s_2 met de stroomsterkten i_1 en i_2 . De kracht $\mathbf{H}$ bij de verschillende elementen van s_1 wordt bepaald door de formules (3), (4) en (5) toegepast op beide kringen.

Uit (5) vinden we bv.:

$$(9) \quad \mathbf{H} = \frac{i_1}{c} \int \text{rot} \frac{d\mathbf{s}_1}{4\pi r} + \frac{i_2}{c} \int \text{rot} \frac{d\mathbf{s}_1}{4\pi r}.$$

De kracht op den geheelen kring s_1 uitgeoefend is:

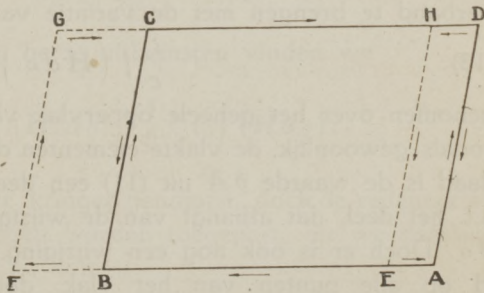
$$(10) \quad \frac{i_1}{c} \int \left[d\mathbf{s}_1, \mathbf{H} \right].$$

We geven nu kring s_1 een kleine virtuele verschuiving, waarbij de elementen $d\mathbf{s}_1$ de afstanden $\mathbf{q}$ doorloopen. De electromagnetische krachten verrichten dan den arbeid

$$\begin{aligned} \delta A &= \frac{i_1}{c} \int \left(\left[d\mathbf{s}_1, \mathbf{H} \right] \mathbf{q} \right) \\ &= \frac{i_1}{c} \int \left(\mathbf{H} \left[\mathbf{q}, d\mathbf{s}_1 \right] \right). \end{aligned}$$

Om de beteekenis van den laatsten vorm toe te lichten, teekenen we een zeer eenvoudig geval van een stroomkring, die een zeer eenvoudige variatie heeft ondergaan. Voor de duidelijkheid worden de variaties natuurlijk veel te groot geteekend.

$ABCD$ is de kring, die is overgegaan in $EFGH$. Uit de figuur blijkt dat we niet alleen een verplaatsing krijgen, doch ook een vervorming. We zullen BC en DA opvatten als kringelementen, BF en DH , die bij het begin der kringelementen liggen, zijn dus de verschuivingsvectoren $\mathbf{q}$.



De producten $\left[\mathbf{q}, d\mathbf{s}_1 \right]$ worden hier dus $\left[\overline{BF}, \overline{BC} \right]$ en $\left[\overline{DH}, \overline{DA} \right]$. De uitkomsten hebben de getallenwaarden van de oppervlakken $BFGC$ en $DAEH$, de eerste met het positieve,

de tweede met het negatieve teeken. En daardoor gaat het vlak $ABCD$ door optelling van de beide producten over in $EFGH$. Duiden we de variaties van het oppervlak van den kring aan door $\delta \mathbf{O}$, dan vinden we dus

$$(11) \quad \delta A = \frac{i_1}{c} \int (\mathbf{H} \cdot \delta \mathbf{O}).$$

Voeren we thans in deze formule de waarde voor $\mathbf{H}$ in, door (9) bepaald, dan vinden we

$$\delta A = \frac{i_1^2}{c^2} \iint \left(\text{rot} \frac{d\mathbf{s}_1}{4\pi r} \cdot \delta \mathbf{O} \right) + \frac{i_1 i_2}{c^2} \iint \left(\text{rot} \frac{d\mathbf{s}_2}{4\pi r} \cdot \delta \mathbf{O} \right).$$

We moeten nu bedenken, dat $\delta \mathbf{O}$ feitelijk oppervlakte-elementen zijn. We kunnen dus de stelling van Stokes toepassen en vinden dan

$$(12) \quad \delta A = \frac{i_1^2}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}_1 \cdot d\mathbf{s}^1)}{4\pi r} + \frac{i_1 i_2}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}_2 \cdot d\mathbf{s}^1)}{4\pi r}.$$

als we door $d\mathbf{s}^1$ de randelementen van de oppervlaktevariatië aanduiden. We hebben als het ware nu de verschuivingsvlakken als zelfstandige stroomkringen in betrekking tot de kringen s_1 en s_2 beschouwd. In de figuur is dat ook aangegeven.

Als we bedenken, dat $\delta \mathbf{O}$ in (11) de variatie is van het oppervlak van s_1 , zijn we onwillekeurig geneigd, de waarde δA in verband te brengen met de variatie van den integraal

$$(13) \quad \frac{i_1}{c} \int (\mathbf{H} d\sigma) \quad (1)$$

genomen over het geheele oppervlak van den kring, waarbij we zooals gewoonlijk, de vlakke-elementen door $d\sigma$ aanduiden. Inderdaad is de waarde δA uit (11) een deel van de variatie van (13) n.l. het deel, dat afhangt van de wijziging van de rij der waarden $d\sigma$. Doch er is ook nog een wijziging door de verandering van $\mathbf{H}$ op alle punten van het vlak, door s_1 omsloten, als gevolg van de variatie van den kring. Om het bedrag van deze wijziging te vinden, behoeven we slechts den invloed van de vlakke-variatië, als zelfstandige stroomkringen beschouwd, op de verschillende waarden van $\mathbf{H}$ in kring s_1 te berekenen. Noemen we de randelementen dier kleine stroomkringen $d\mathbf{s}^1$ (evenals we dat bij (12) deden), dan geeft de formule (5) op elk punt de veldsterkte $\mathbf{H}$ als gevolg dier kleine kringen:

1) Door het ontbreken van vette Griekse letters was hier en op dergelijke plaatsen de aanduiding van vektoren niet mogelijk.

$$\frac{i_1}{c} \int \operatorname{rot} \frac{d\mathbf{s}^1}{4\pi r}$$

De gezochte variatie van (13) is dus

$$\frac{i_1^2}{c^2} \iint \left(\operatorname{rot} \frac{d\mathbf{s}^1}{4\pi r} d\sigma \right).$$

En dit kunnen we weer veranderen in

$$\frac{i_1^2}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}^1 \cdot d\mathbf{s}_1)}{4\pi r}.$$

We zien, dat dit gelijk is aan den eersten integraal van (12). En we vinden dus;

$$\frac{i_1}{c} \delta \int (\mathbf{H} \cdot d\sigma) = 2 \frac{i_1^2}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}_1 \cdot d\mathbf{s}^1)}{4\pi r} + \frac{i_1 i_2}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}_2 \cdot d\mathbf{s}^1)}{4\pi r}.$$

Als we op dezelfde wijze den invloed van de verschuivings-elementen op de veldsterkte in s_2 berekenen, vinden we gemakkelijk voor den tweeden kring

$$\frac{i_2}{c} \delta \int (\mathbf{H} d\sigma) = \frac{i_1 i_2}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}_2 \cdot d'\mathbf{s}^1)}{4\pi r}.$$

Door samenvoeging van beide uitkomsten vinden we

$$\delta A = \frac{1}{2} \frac{i_1}{c} \delta \int (\mathbf{H} \cdot d\sigma) + \frac{1}{2} \frac{i_2}{c} \delta \int (\mathbf{H} d\sigma).$$

We hebben slechts twee kringen genomen, doch de redeneering kan onmiddellijk op n kringen worden toegepast, als we daarvan één verschuiven. We vinden dan

$$(14) \quad \delta A = \frac{1}{2} \sum \frac{i}{c} \delta \int (\mathbf{H} d\sigma).$$

En als we alle kringen een kleine verschuiving geven op de meest willekeurige wijzen, dan kunnen we de formule n maal toepassen en vinden we wederom (14), waarin δA dan de totale arbeid aangeeft op alle stroomkringen door hun onderlinge werkingen, bij constant gehouden stroomsterkten, verricht, en in het rechter lid de totale variatie van alle integralen staat.

Zijn er magnetiseerbare stoffen in het veld, dan vinden we in plaats van (11) de formule

$$(15) \quad \delta A = \frac{i_1}{c} \int (\mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{O}),$$

omdat overal de vektor $\mathbf{B}$ in de plaats treedt van $\mathbf{H}$.

De uitwerking vervat in (12) zou voor (15) vrij wat minder eenvoudig worden, als we ze trachtten op te stellen. We behoeven dit echter niet te doen, want door de voorgaande beschouwingen is voldoende gebleken, dat de invloed van de kringen s_1 en s_2 op de variatie elementen uitgedrukt wordt door dezelfde betrekkingen als de invloed van de variatievlakken op de kringen. Dezelfde correcties, die we bij overgang van (11) op (15) in de formules bij de herleiding (12) moeten aanbrengen, keeren dus terug bij de beschouwing van de laatst bedoelde betrekking en daardoor krijgen we evenals straks de verdubbeling van δA en dus gaat (14) over in

$$(16) \quad \delta A = \frac{1}{2} \sum \frac{i}{c} \delta \int (\mathbf{B} \cdot d\sigma),$$

die we ook weder kunnen toepassen op een willekeurige virtueele verplaatsing van een willekeurig aantal kringen.

De verrichte arbeid (16) is de variatie van de functie

$$(17) \quad \frac{1}{2} \sum \frac{i}{c} \int (\mathbf{B} \cdot d\sigma)$$

bij constante stroomsterkten. Als we de stroomkringen inderdaad een variatie geven, blijven de stroomsterkten geenszins constant. Dit heeft echter geen invloed op de beteekenis van (16), indien we maar steeds een scherp verschil maken tusschen de variatie (16) en de totale variatie van (17).

Zoodra we de wijzigingen der stroomsterkten beschouwen, betreden we het terrein van de inductieverschijnselen.

De proeven over de inductieverschijnselen voeren ons tot de opvatting, dat door de stroombronnen een zekere hoeveelheid arbeidsvermogen in het veld wordt gebracht. Zoo b.v. kan de extra-stroom alleen maar worden begrepen als een afvloeiing van opgehoopte energie. Bij een verhooging van de stroomsterkten

werkt het medium vertragend, bij een vermindering van de werking der stroombronnen onderhoudt het den stroom. Alles wijst er op, dat we met een vorm van kinetische energie te doen hebben. Als we de beweging van een trein beschouwen, merken we ook op, dat zijn traagheid bij het toenemen van de snelheid weerstand biedt tegen de kracht der machine. Vermindert de stuwkracht, dan onderhoudt diezelfde traagheid de snelheid. In den stationairen toestand is er evenwicht tusschen de stuwkracht en de weerstanden der wrijving. Evenzoo is er bij een stroomstelsel in dien toestand evenwicht tusschen de werking der stroombronnen en de warmteontwikkeling in de ketens. Wordt bij een voortsnellenden trein plotseling ingegrepen in den bewegingstoestand zooals b.v. bij een botsing, dan bepaalt de energie der traagheidsmassa's den loop van het verschijnsel, de kracht der machine treedt geheel op den achtergrond. De inductiekrachten bij een stroomstelsel moeten we ons op overeenkomstige wijze als de traagheidskrachten van het medium verklaren. Van deze veronderstelling gaan we dan ook uit, als we door toepassing van de vergelijkingen van Lagrange op de als gegeven beschouwde energie, de wetten van het stelsel afleiden.

Als het systeem in den stationairen toestand verkeert, trachten de electromagnetische krachten de geleiders te verplaatsen. Uitwendige krachten beletten dit echter. Geven we even toe aan den bestaanden druk dan komt er een verplaatsing. Dan verrichten de electromagnetische krachten arbeid, die ze direct ontleenen aan den energievoorraad van het veld. Hierdoor dalen de stroomsterkten. Daarna vullen de stroombronnen den voorraad weder aan. Heeft de beweging oneindig langzaam plaats, dan geschiedt de aanvulling onmiddellijk en dalen dus de stroomsterkten niet. In elk geval vertegenwoordigt de variatie (16) dus een hoeveelheid arbeidsvermogen, dat het veld wordt ontnomen voor uitwendigen arbeid en weder door de stroombronnen wordt aangevoerd. We hebben reeds opgemerkt, dat deze variatie geenszins de werkelijke wijziging der functie (17) is. Wanneer na de variatie de stationaire toestand weder is bereikt, zijn de stroomsterkten weder op de oorspronkelijke hoogte gekomen en dan is de functie (17) werkelijk met het bedrag δA toegenomen. Thans vertegenwoordigt dit evenwel geen arbeid bij de verplaatsing verricht. Dat dit inderdaad het geval is, blijkt b.v. aldus:

In den aanvangstoestand laten we de stroomsterkten geleidelijk

dalen tot nul. Daarna varieeren we het systeem, wat door het wegvallen der krachten zonder arbeid gaat en laten vervolgens de stroomen weder op de oorspronkelijke sterkte komen. Alle arbeid bij verplaatsing is zoo buitengesloten en toch is de functie (17) gestegen met δA . We nemen nu aan, dat dit bedrag ook nu weder een even groote hoeveelheid arbeidsvermogen vertegenwoordigt, door de stroombronnen aan het stelsel geleverd. Deze hoeveelheid kan dan alleen dienen voor de verhooging van het arbeidsvermogen van het systeem. Doch als dat zoo is, dan moeten we ook aannemen, dat de functie (17) de arbeidsvoorraad van het stelsel voorstelt.

Er is ongetwijfeld een hypothetisch element in het betoog. Het is echter zeer voor de hand liggend. Als we de functie (17) in abstracto beschouwen, komen we tot de overtuiging, dat hare beteekenis voor de directe waarneming verborgen is. Bij een wijziging van het stelsel komt er echter een bepaalde variatie, welker waarde kan worden bepaald door den uitwendigen arbeid, waarmede ze aequivalent is. En nu nemen we aan, dat deze waardeverhouding voor het geheel geldt. Hierbij kan worden opgemerkt, dat de variatie geheel willekeurig is en op elk onderdeel van het stelsel kan worden toegepast.

Nu de beteekenis van de functie (17) is vastgesteld, mogen we haar den vorm geven:

$$(18) \quad T = \frac{1}{2} \sum \frac{i}{c} \int (\mathbf{B} \cdot d\sigma).$$

Uit haar zullen we de algemeene wet van de inductiestroomen afleiden in den vorm van een formule, die onmogelijk geheel uit de proefnemingen zou kunnen worden gevonden. Vooraf zullen we echter nog aantoonen, dat de gewone formule van de energie van het electro-magnetische veld in (18) ligt opgesloten, hoewel dit voor den verderen loop van het betoog niet noodig is. In de eerste plaats dienen we hiervoor stroombanen te beschouwen, waarbij de dikte van de baan niet mag worden verwaarloosd. We verdeelen de ruimte dan in stroomingsbuizen en vervangen de geleiddraden door oneindig dunne stroomingsbuizen met de doorsnede $d\omega$ en de stroomsterkte C per vlakte-eenheid. We krijgen dan

$$(19) \quad T = \frac{1}{2} \int \left(\frac{\mathbf{C}}{c} \cdot d\omega \right) \int (\mathbf{B} \cdot d\sigma).$$

De oppervlakte-elementen $d\omega$ en $d\sigma$ worden hierbij op de gebruikelijke wijze voorgesteld door de loodlijnen op die vlakjes.

Het $\sum$ -teeken is vervangen door het integraalteeken, omdat de sommeering het karakter krijgt van een integratie. Voor het overige is er in de opvatting van (18) en (19) nu nog geen verschil. We denken ons bij beide de ruimte verdeeld in oneindig dunne inductiebuizen, terwijl we bij elk der stroombanen een willekeurig vlak denken, dat de baan tot randkromme heeft. De doorsneden van de inductiebuizen met deze vlakken zijn de elementen $d\sigma$.

We plaatsen nu op de inductiebuizen ook vlakken, die ieder op zichzelf volkomen willekeurig zijn en die de buizen tot randkromme hebben. Beschouwen we nu een stroomingsbuis met alle inductiebuizen, die ze omsluit, dan zal deze buis uit de vlakken der inductiebuizen overal elementen $d\omega$ snijden, die met de bijbehorende stroomsterkte overal het constante skalaire product $(\mathbf{C} \cdot d\omega)$ vormen. Nemen we dus één stroomingsbuis en één daarmede als de schalm van een ketting geschakelde inductiebuis, dan kunnen we zeggen, dat in den integraal (19) de beide skalaire producten $(\mathbf{C} \cdot d\omega)$ en $(\mathbf{B} \cdot d\sigma)$ met elkaar moeten worden vermenigvuldigd.

Nu vervangen we (19) door

$$(20) \quad T = \frac{1}{2} \int (\mathbf{B} \cdot d\sigma) \int \left(\frac{\mathbf{C}}{c} \cdot d\omega \right).$$

Zoolang we beide integralen (19) en (20) opvatten als de som van alle mogelijke producten van $(\mathbf{C} \cdot d\omega)$ en $(\mathbf{B} \cdot d\sigma)$, die bij twee geschakelde buizen behooren, is er totaal geen verschil. Doch bij (19) namen we als regel, dat we eerst al de producten $(\mathbf{B} \cdot d\sigma)$ die bij één stroomingsbuis behooren, samen voegden voor de eerste integratie, waarbij dan $(\mathbf{C} \cdot d\omega)$ steeds als constant voor het integraalteeken kwam. Bij (20) gaan we van een bepaalde inductiebuis uit, die alle stroomingsbuizen, waarmede ze is geschakeld, samenvat. Het product $(\mathbf{B} \cdot d\sigma)$, dat voor alle omsloten stroomingsbuizen constant is, kan hier dan telkens als constante voor de eerste integratie worden beschouwd.

Nadat we aldus de dubbele integratie hebben omgezet, passen we op (20) Maxwell's eerste grondvergelijking toe, waardoor (20) overgaat in

$$T = \frac{1}{2} \int (\mathbf{B} \cdot d\sigma) \int (\mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}).$$

We verdeelen nu de inductiebuis door vlakken loodrecht op de buis in stukken. De lengte van de stukken zijn dan de elementen $d\mathbf{s}$, de eindvlakjes de elementen $d\sigma$. Voor elk prismatisch deel berekenen we $(\mathbf{B} \cdot d\sigma) \times (\mathbf{H} \cdot d\mathbf{s})$, waarbij we ter juiste onderscheiding de skalare vektorvermenigvuldiging door haakjes en de gewone door het $\times$ teeken aanduiden. Het geheele product laat zich gemakkelijk omzetten, daar alle vektoren dezelfde richting hebben. We krijgen $(\mathbf{B} \cdot d\sigma) \times (\mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}) = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) \times (d\sigma, d\mathbf{s})$. En hiervoor kunnen we schrijven $(\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) dS$ als we door dS den inhoud van het prismatisch element aanduiden.

Zooals we de eene inductiebuis behandelen, kunnen we ze alle beschouwen en zoo krijgen we ten slotte

$$T = \frac{1}{2} \int (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) dS,$$

waarbij de integratie over de geheele ruimte moet worden uitgestrekt.

Voor het afleiden van de wet der inductiestroomen, waarmede we thans aanvangen, beschouwen we eerst weder als bijzonder geval twee stroomkringen in den aether.

De functie (18) krijgt voor dat geval den vorm

$$T = \frac{1}{2} \frac{i_1}{c} \int (\mathbf{H} \cdot d\sigma_1) + \frac{1}{2} \frac{i_2}{c} \int (\mathbf{H} \cdot d\sigma_2).$$

De cijfers onder aan de differentialen wijzen de kringen aan, waarop de integratie betrekking heeft. In verband met (5) kunnen we hiervoor schrijven:

$$\begin{aligned} 2T = & \frac{i_1^2}{c^2} \iint \left(\text{rot} \frac{d\mathbf{s}_1}{4\pi r} \cdot d\sigma_1 \right) + \frac{i_1 i_2}{c^2} \iint \left(\text{rot} \frac{d\mathbf{s}_2}{4\pi r} \cdot d\sigma_1 \right) \\ & + \frac{i_2 i_1}{c^2} \iint \left(\text{rot} \frac{d\mathbf{s}_1}{4\pi r} \cdot d\sigma_2 \right) + \frac{i_2^2}{c^2} \iint \left(\text{rot} \frac{d\mathbf{s}_2}{4\pi r} \cdot d\sigma_2 \right). \end{aligned}$$

En dit gaat door de stelling van Stokes over in

$$2 T = \frac{i_1^2}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}_1 \cdot d\mathbf{s}_1)}{4\pi r} + \frac{i_1 i_2}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}_2 \cdot d\mathbf{s}_1)}{4\pi r} \\ + \frac{i_2 i_1}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}_1 \cdot d\mathbf{s}_2)}{4\pi r} + \frac{i_2^2}{c^2} \iint \frac{(d\mathbf{s}_2 \cdot d\mathbf{s}_2)}{4\pi r},$$

waarvoor we kunnen schrijven

$$(21) \quad T = \frac{1}{2} L i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} N i_2^2.$$

De coëfficiënten L , M en N hangen blijkens de bovenstaande integralen af van de ligging der kringen. Nemen we de stroomen niet in den aether, dan kan de einduitkomst nog den vorm (21) behouden, doch dan zijn L , M en N tevens functiën van de permeabiliteit van het medium.

We kunnen de formule vergelijken met die voor de kinetische energie van een zich bewegend lichaam. Het best springt dit in het oog, als het stelsel zich reduceert tot één kring; dan krijgen we b.v. $\frac{1}{2} L i^2$ en $\frac{1}{2} m v^2$.

De stroomsterkte komt overeen met de snelheid, de coëfficiënt L met de massa. Een kringvergrooting is analoog met een massa-vermeerdering. En bij de krachtige vergrooting, die L ondergaat als een stuk ijzer binnen den kring wordt gebracht, zijn we onwillekeurig geneigd te denken aan een volume met een hoog soortelijk gewicht. Het spreekt vanzelf, dat de vergelijking geenszins het karakter van een beeld heeft. Ze is alleen maar een analogie.

We brengen nu in den toestand van het stelsel eene variatie, zoowel in de ligging als in de stroomsterkten; we krijgen dan

$$\delta T = L i_1 d i_1 + M i_1 d i_1 + M i_2 d i_1 + N i_2 d i_2 \\ + \frac{1}{2} i_1^2 \delta L + i_1 i_2 \delta M + \frac{1}{2} i_2^2 \delta N.$$

Dit is de arbeid, die door de electromotorische krachten der stroombronnen moet worden verricht, om de energie van het veld te verhoogen. Doch deze krachten moeten bovendien nog den arbeid

$$(a) \quad \frac{1}{2} i_1^2 \delta L + i_1 i_2 \delta M + \frac{1}{2} i_2^2 \delta N$$

verrichten voor het overwinnen der uitwendige krachten.

De variatie (16) en de daarbij besproken variatie van (17) zijn een bijzonder geval van deze wijzigingen. Toen wijzigden we alleen de ligging. De uitwendige arbeid was de variatie bij constante stroomsterkten, dus wat δT hier wordt, als we den eersten regel weglaten. Ze gaat dan over in (a).

We bedoelen echter thans een variatie in veel ruimer zin, waarbij we de stroomsterkten ook willekeurig wijzigen. De totale arbeid, die voor deze variatie noodig is, is $\delta T + (a)$, dus

$$L i_1 d i_1 + M i_1 d i_2 + M i_2 d i_1 + N i_2 d i_2 \\ + i_1^2 \delta L + 2 i_1 i_2 \delta M + i_2^2 \delta N,$$

$$\text{of} \quad i_1 (L d i_1 + M d i_2 + i_1 \delta L + i_2 \delta M) + \\ i_2 (M d i_1 + N d i_2 + i_1 \delta M + i_2 \delta N),$$

$$\text{of} \quad i_1 \delta (L i_1 + M i_2) + i_2 \delta (M i_1 + N i_2).$$

Stel, dat de electromotorische krachten der stroombronnen E_1 en E_2 en de weerstanden in de ketens r_1 en r_2 zijn en dat alles in den tijd dt afloopt, dan is de totale arbeid van de stroombronnen $(E_1 i_1 + E_2 i_2) dt$.

Voor de warmte ontwikkeling in de geleidingen wordt $(r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2) dt$ arbeid verbruikt. We hebben dus

$$(E_1 i_1 + E_2 i_2) dt = (r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2) dt + i_1 \delta (L i_1 + M i_2) + \\ i_2 \delta (M i_1 + N i_2)$$

$$E_1 i_1 + E_2 i_2 = r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2 + i_1 d/dt (L i_1 + M i_2) + i_2 d/dt (M i_1 + N i_2), \\ \{E_1 - d/dt (L i_1 + M i_2)\} i_1 + \{E_2 - d/dt (M i_1 + N i_2)\} i_2 = r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2.$$

Het is dus net of de beide stroombronnen nog maar de electromotorische krachten

$$E_1 - d/dt (L i_1 + M i_2) \text{ en } E_2 - d/dt (M i_1 + N i_2)$$

hebben. Door de variatie treden dus in de beide kringen de electromotorische krachten

$$(22) \quad e_1 = -d/dt (L i_1 + M i_2) \\ e_2 = -d/dt (M i_1 + N i_2)$$

op.

De vormen $L i_1 + M i_2$ en $M i_1 + N i_2$ kunnen op zeer regelmatige wijze van functie (21) worden afgeleid. Blijkbaar hebben we

$$L i_1 + M i_2 = \frac{\partial T}{\partial i_1} \quad M i_1 + N i_2 = \frac{\partial T}{\partial i_2}.$$

We kunnen de formules (22) dus vervangen door twee van de gedaante

$$(23) \quad e = -\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial i}.$$

Uit de afleiding van (21) blijkt onmiddellijk, dat bij een grooter

aantal stroomkringen T een homogene functie van den tweeden graad in de stroomsterkten blijft. Dit volgt trouwens ook uit (18). Want $\mathbf{B}$ is een lineaire functie van de stroomsterkten. Dus moet (18) bij uitwerking een functie worden van den tweeden graad. Geven we alle stroomsterkten de tegengestelde waarde, dan mag de energie zich niet wijzigen. Alle termen van den tweeden graad blijven dan ook gelijk. Doch de eerste machtstermen wijzigen van teeken. En hieruit volgt, gegeven de volkomen willekeurige samenstelling van het geheel, dat de coëfficiënten van die termen alle nul moeten zijn. En een constante term ontbreekt, omdat de energie met de stroomsterkten nul wordt.

We kunnen deze functie steeds den vorm geven

$$(24) \quad T = \frac{1}{2} \sum i \frac{\partial T}{\partial i}.$$

De formules voor de electromotorische krachten der inductie behouden dus den vorm (23).

Uit (24) en (18) volgt

$$\frac{1}{2} \sum i \frac{\partial T}{\partial i} = \frac{1}{2} \sum \frac{i}{c} \int (\mathbf{B} \cdot d\sigma).$$

Door gelijkstelling van de coëfficiënten van i krijgt (23) daardoor de vorm

$$(25) \quad e = - \frac{d}{dt} \frac{1}{c} \int (\mathbf{B} \cdot d\sigma).$$

In deze formule is e niet een electromotorische kracht, die op één punt van den kring is ontstaan. Ze is de uitkomst van

$$\int (\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s})$$

langs den geheelen kring. En hierdoor krijgen we ten slotte den vorm

$$(26) \quad \int (\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}) = - \frac{d}{dt} \frac{1}{c} \int (\mathbf{B} \cdot d\sigma).$$

HET FOTOGRAFEEREN VAN STERREN ALS LEERMIDDEL

door H. GROOT.

Is het uilen naar Athene brengen, als ik in dit blad vertellen ga, dat men met een gewoon fototoestel heel goed foto's van den sterrenhemel kan nemen? Natuurlijk wel. Maar toch: verschillende collega's, die ik er over sprak, hadden er nog nooit aan gedacht van dit eenvoudig hulpmiddel gebruik te maken bij het onderwijs in de cosmografie. Daarom zij 't mij vergund er hier de aandacht op te vestigen, dat hemelfotografie uitstekend kan dienen om de belangstelling voor den sterrenhemel op te wekken.

Men beginne met een opname van de *Poolster* en haar omgeving te maken. Hiertoe richt men het toestel — een gewone camera — zoo, dat de *Poolster* ongeveer midden op de plaat komt en laat het 2 à 3 uren met geopende lens staan. Bij ontwikkeling der plaat zal men verbaasd zijn over het groote aantal der sterren, die hun aanwezigheid verraden door een cirkelboogje van 30° à 45° .

Aan de hand van deze foto kan men van allerlei laten zien. In de eerste plaats natuurlijk de dagelijksche beweging van den hemel, die zich uit in de gelijke hoeken, die de concentrische cirkelboogjes omspannen. Verder de plaats van de hemelpool tusschen de sterren: o.a. kan men goed constateeren, dat zij niet samenvalt met de *Poolster*: deze heeft nl. een duidelijk waarneembaar boogje beschreven gedurende den tijd der opname.

Door op een afdrukje, of op de plaat zelf het beginpunt der cirkelboogjes met inkt aan te geven, ontstaat een zeer betrouwbaar sterrekaartje, waarop b.v. de *Kleine Beer* onmiddellijkin het oog valt.

De helderheid der verschillende sterren spiegelt zich over het algemeen af in de intensiteit van het spoor op de plaat. Bij sommige roode sterren uit zich echter zeer merkbaar een verschil tusschen visueele en fotografische grootte. Een goed voorbeeld hiervan kan men laten zien als men een foto neemt van *Orion*. De helderste ster van dit sterrebeeld, *Betelgeuze*, is n.l. zoo rood, dat zij de fotografische plaat ternauwernood beïnvloedt. Haar spoor is veel zwakker dan dat van γ (*Bellatrix*), terwijl zij zelf toch ruim een grootteklasse helderder is dan deze ster.

Een foto van *Orion* kan tevens dienen om de tegenstelling te demonstreeren in de beweging der sterren nabij de Poolster en ver er vandaan. *Orion* beweegt n.l. veel sneller voorbij de lens. De expositietijd is nu hoogstens 30 m. De banen, die de sterren afteekenen, zijn nagenoeg niet gekromd. De zwakkere sterren, die op de eerste plaat in zoo groote getale te vinden waren, ontbreken nu vrijwel geheel: zij bewegen te snel over de plaat heen om er op in te kunnen werken.

Andere sterrebeelden, die zich leenen tot deze foto's zijn o.m.: de *Groote Beer*, de *Zwaan*, de *Tweelingen*, *Cassiopeia*, de *Leeuw*. Men wekke de leerlingen op, zelf eenige van deze te fotografeeren. Ongetwijfeld zal men op deze wijze hun belangstelling voor de hemelobjecten doen toenemen.

Is de gelegenheid gunstig en staat b.v. Jupiter of Venus in de buurt van eenige heldere sterren, dan verzuime men niet om de 6 à 10 dagen een foto van deze streek te maken. Men kan de beweging van de planeet tusschen de sterren door dan gemakkelijk volgen.

Over het nemen der foto's en de keuze van platen en toestellen ten slotte eenige opmerkingen.

Het spreekt vanzelf, dat een gunstige nacht. *zonder maan*, dient afgewacht te worden. De plaats van het toestel moet zoo ver mogelijk van hinderlijke lichtbronnen, als straatlantaarns e.d., verwijderd zijn. Elk overtollig licht schaadt de tegenstelling tusschen den donkeren hemel en de lichtstreep van de ster. Bij mijn eigen opnamen storen mij twee straatlantaarns aan weerszijde van het balcon waar ik mijn camera opstel. Toch is het resultaat niet onbevredigend, zoodat deze foutenbron erger lijkt dan zij werkelijk is.

Om het toestel gemakkelijk in alle richtingen te kunnen stellen kan men het op een balhoofd bevestigen, maar eenvoudiger komt men klaar door het in een gewone statieffklem vast te zetten.

Daar op het matglas noch in den zoeker de sterren zichtbaar zijn, kost het richten in het begin wel wat moeite, maar na eenig probeeren lukt het meestal vrij spoedig den juiste stand te vinden. Men houde rekening met de beweging der sterren!

De lens van het toestel behoeft aan geen al te hooge eischen te voldoen. Voor mijn eigen opnamen gebruik ik een extra-rapid-aplanat, $f = 13,5$ cm., van 1,7 cm. opening en 9×12 platen. De afstand van de poolster tot β van de *Kleine Beer* bedraagt daarbij ongeveer 3,7 cm. en men krijgt gemakkelijk *Orion* en *Sirius* op één plaat.

Wat de platen betreft geldt natuurlijk: hoe sneller hoe beter. Toch voldoen bv. de gewone orthochrom-antihalo platen van Gevaert ook zeer goed.

Het verdient aanbeveling de platen zelf te vertoonen, geen afdrukken, want de zwakkere sterren zijn zoo flauw op de plaat, dat zij niet zichtbaar zijn op den afdruk. Het best ziet men de details door de plaat op een stuk wit papier te leggen en haar door een loupe met groote brandpuntsafstand te bekijken.

Bussum, Jan. '22.

OPMERKING OVER DE CHEMISCHE WERKING VAN GEIONISEERDE GASSEN

door G. HOLST en E. OOSTERHUIS.

Bij proefnemingen over electrische verschijnselen in een buis met chloor, die een gloeikathode en een koude anode bevatte, was onze aandacht er op gevallen, dat de anode relatief zeer sterk door het chloor werd aangegrepen, de kathode relatief weinig. Het potentiaalverschil tusschen beide electroden bedroeg bij deze proeven slechts enkele volts.

Het wil ons toeschijnen, dat men bij de verklaring hiervan, naast eventueele andere werkingen, met het volgende rekening moet houden. Het chloor zal bij stroomdoorgang geioniseerd worden, waarbij $+$ ionen worden gevormd. Er zullen echter tengevolge van de sterke electronenaffiniteit van het chloor ook een aantal $-$ ionen ontstaan.

De $+$ ionen bewegen zich naar de gloeiende kathode. Deze is door een wolk van electronen omgeven, zoodat de chloorionen, voor zij den draad treffen, geneutraliseerd zullen worden, terwijl zij waarschijnlijk tengevolge van hun electronenaffiniteit zelfs een $-$ extra lading zullen opnemen. In dit laatste geval zal hun bewegingsrichting omkeeren, zoodat zij naar de anode gaan. Wij verwachten dus aan den gloeidraad geen versterkte aantastende werking tengevolge der ionisatie.

Anders ligt de zaak aan de anode. De $-$ geladen chloorionen kunnen hier onmogelijk op eenigen afstand van het metaaloppervlak reeds geneutraliseerd worden. Zij zullen dus tegen het metaaloppervlak botsen en wel met groote energie. Immers in de

onmiddellijke nabijheid van de plaat gekomen, worden zij door deze aangetrokken met een kracht gelijk aan $e^2/4x^2$, waarin e de lading van het ion en x zijn afstand tot de plaat beteekent. Op het oogenblik, dat het ion de plaat treft, wordt $x = \frac{1}{2}\sigma$, de halve diameter van het ion. Nemen we hiervoor nu $\sigma = 4,76 \cdot 10^{-8}$ cm. $e = 4,774 \cdot 10^{-10}$ est. eenh., dan vinden wij, dat de energie van het ion bij de botsing

$$= \frac{e^2}{2\sigma} = \frac{22,8 \cdot 10^{-20}}{9,52 \cdot 10^{-8}} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$$

bedraagt, dat is evenveel alsof het afkomstig was van een ionenbron met een temperatuur van:

$$T = \frac{2,4 \cdot 10^{-12}}{\frac{3}{2} \cdot 1,372 \cdot 10^{-16}} = 11000^\circ$$

Dat in dit geval een heftige aantasting plaats grijpt, zal ons niet verwonderen.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

Eindhoven, Febr. 1922.

VERSLAGEN.

SCHOOLCLUBS EN PRACTISCHE OEFENINGEN.

Over dit onderwerp heeft Dr. T. van Lohuizen in een van de *Methodisch-didaktische bijeenkomsten van Physici* uitgaande van het *Nutsseminarium voor Paedagogiek* aan de *Universiteit van Amsterdam* Donderdag 26 Jan. l.l. eene inleiding gehouden in het Natuurkundig Laboratorium te Amsterdam.

Daar „Physica” tegenwoordig de meeste collega's bereikt, achtte de Redactie het van belang, dat zij, die deze bijeenkomst niet kunnen bijwonen, door middel van ons tijdschrift een indruk krijgen van hetgeen daar besproken wordt.

Daar Dr. J. J. Hallo en W. Reindersma op vorige bijeenkomsten al over het nut van practische oefeningen in Natuurkunde door de leerlingen van H. B. S. en Gymnasium (Lyceum) hadden gesproken, kon de spreker van dien avond terstond beginnen met een uiteenzetting, op welke wijze hij deze denkbeelden in praktijk heeft gebracht. De twee voornaamste stroomingen, die op dit gebied zijn waar te nemen, de z.g. „regellooze methode” en de „methode van het werken op gelijk front”, werden kort uiteengezet.

Met de laatste had spreker het eerst kennis gemaakt op het Nederlandsch Lyceum in den Haag, waar zij door Reindersma is ingevoerd en door Corver wordt voortgezet.

Deze methode, vooral als zij, zooals daar, geheel in het onderwijs is ingeweven, heeft voorzeker hare groote voordeelen. Om er mede te beginnen gaat in 't algemeen niet goed, want meestal stuit men op het groote finantieele bezwaar, tal van instrumenten in 10-voud te moeten aanschaffen.

Daarom is spreker begonnen volgens de andere methode, het eerst in de tweede helft van den cursus 1919—1920 met de 6 β -klasse van het Gymnasium in Leiden. Op 7 vrije Dinsdagmiddagen werd er door de 7 β 's met veel toewijding gewerkt. Gebruikt werden, behalve de aanwezige toestellen, ook andere, die zelf in elkaar werden gezet. Spreker lichtte de verkregen resultaten toe, door een aantal verslagen over deze proeven, waarin de noodige grafische voorstellingen, te laten circuleeren, waardoor men den indruk kon krijgen, hoe er gewerkt was.

Van dien tijd af heeft spreker het ieder jaar met de 6 β -klasse in de tweede helft van den cursus voortgezet en geeft den collega's aan de Gymnasia den raad van de 3 uren die in de 6e klasse voor de β 's bestemd zijn volgens de nieuwe regeling er twee als gekoppelde uren te vragen op den rooster voor de volgende jaren, opdat sommige van deze gekoppelde uren voor practisch werken kunnen worden besteed.

Daarna schetst spreker hoe hij het heeft ingericht aan de H. B. S. aan de Stadhouderslaan in den Haag.

Voor de derde klasse, waar 4 uren voor Natuurkunde zijn uitgetrokken, heeft hij er twee als gekoppelde uren. Deze kunnen dan voor de geheele klasse voor practisch werken worden gebruikt; niet iedere week, maar bijv. 8 of 10 maal per cursus. Spreker gevoelt niet veel voor de methode van het gelijke front voor de geheele klasse en stelt zich veel meer voor eenzelfde probleem, door de geheele klasse van de verschillende kanten te laten bewerken, bijv. S. G.-bepalingen: een deel van de klasse met hydrostatische balans; andere met pyknometer; weer andere met communiceerende vaten. Een aantal van dergelijke problemen kunnen dan in de derde klasse behandeld worden. Zoolang in de vierde en vijfde klasse slechts drie uren beschikbaar zijn en het eind-examen in dezen vorm blijft, kan, volgens spreker, deze methode in deze klassen niet, of slechts een enkele maal, worden toegepast.

(bijv. snarenwetten, lichtbreking met speldenmethoden). Toch zullen er vele leerlingen zijn, die juist in die hogere klassen graag practisch zouden werken.

Om dit nu te bereiken heeft spreker nu een natuurkundige club „Faraday” opgericht onder de leerlingen der 4de en 5de klassen, die lust gevoelen tot practisch werken.

Spreker wijdt nu eerst eenige beschouwingen aan het clubleven, zooals het zich aan de H. B. S., waaraan hij werkzaam is, heeft ontwikkeld, en schetst dan uitvoerig de inrichting en werkwijze van de natuurkunde-club. Daar zij uit ongeveer 60 leden bestaat, wordt er in vier groepen gewerkt, iedere groep om de veertien dagen. De eene week werkt groep I's Maandags van 4—5½ u. en groep III Vrijdags van 4—5½ u., de andere week groep II's Woensdags van 4—5½ en groep IV Zaterdags van 1½—3 u.

Aan de hand van een aantal verslagen, die de jongens en meisjes van hunne oefeningen hebben gemaakt, en die spreker laat circuleeren, werd behandeld, welke proeven er al zoo gedaan worden, welke nauwkeurigheid wordt verkregen; hoe, door de groote vrijheid, die toch op gepaste wijze gebonden is, er een prettige samenwerking ontstaat. Bij velen ontwikkelt zich geleidelijk de zin voor nauwkeurig experimenteren. Vooral het quantitatieve trekt de jongelui aan. Doordat zij ook de gelegenheid krijgen hun eigen gemaakte toestellen te ijken (capaciteitsbepaling van condensatoren, zelfinducties van honigraatspoelen enz.), wordt de zelfwerkzaamheid sterk bevorderd.

Het is niet goed mogelijk in een kort verslag alles weer te geven wat spreker van zijn club vertelde. Slechts zij nog dit punt naar voren gehaald, dat ook tot de werkzaamheden van de club behoort: het houden van lezingen, al dan niet met proeven, die zoowel op zuiver natuurkundig, alsook op chemisch en astronomisch terrein liggen. Om een enkel voorbeeld te noemen: Een 5de klasser houdt een voordracht over lage temperaturen, met proeven met vloeibare lucht en lichtbeelden van het Cryogeen laboratorium. In aansluiting daarop wordt een excursie per fiets georganiseerd naar Leiden, het genoemde laboratorium en ook de sterrewacht bezocht.

Na nog gewezen te hebben op de bibliotheek van de club, en het teekenen door de clubleden van een groote sterrenkaart, besluit spreker zijn beschouwingen door nog de aandacht te

vestigen op mogelijkheden, die het nieuwe ontwerp-M. O.-wet opent door de facultatieve uren.

Naar aanleiding van deze inleiding worden enkele punten in bespreking gebracht, o.a. of het in de toekomst niet mogelijk zou zijn te verkrijgen, dat de gemaakte verslagen konden worden overgelegd bij het eindexamen, en het laatstgenoemde punt van de facultatieve uren. Op grond van zijne ervaringen met het systeem van vrijwillige belangstelling sprak de inleider als zijne meening uit, dat hij waarschijnlijk zelf geen aanspraak op die facultatieve uren zou maken voor practisch werken; maar dat hij zich best kon voorstellen, dat anderen van deze gelegenheid gebruik zouden maken om het practisch werken in te voeren.

NEDERLANDSCHE ASTRONOMENCLUB.

Op de vergadering van de *Nederlandsche Astronomenclub*, die op 7 Januari 1922 te Utrecht gehouden werd, hield prof. E. Hertzsprung, van de Sterrewacht te Leiden, de volgende voordracht:

„Over Kleuraequivalenten.”

„Met de door Kapteyn en van Rhijn voor de stellair-statistische formules van Schwarzschild opnieuw bepaalde constanten heeft spr. berekend, dat de *middelbare afwijking* van de gemiddelde *absolute* grootte voor sterren van een bepaalde *schijnbare* grootte alleen afhangt van de galactische breedte. Deze middelbare afwijking is voor sterren in den melkweg $\pm 1^m.9$ en neemt vandaar geleidelijk af tot $\pm 1^m.5$ voor sterren, dicht bij den pool van den melkweg. Voor sterren die in willekeurige deelen van de ruimte worden gevonden is deze *middelbare afwijking* volgens Kapteyn en van Rhijn $\pm 2^m.5$.

Verder vindt men met de bovengenoemde nieuwe constanten dat een verschil van een grootteklasse in den melkweg gemiddeld voor 41 % te wijten is aan het verschil in *absolute* grootte en voor 59 % aan het verschil in afstand. Bij den pool van den melkweg zijn deze getallen onderscheidenlijk 64 % en 36 % in overeenstemming met de snellere afname van de sterddichtheid bij toenemenden afstand.

Eindelijk kan men de gemiddelde *absolute* grootte van iedere *schijnbare* grootteklasse en galactische breedte berekenen. De belangrijke kwestie, in hoeverre de gemiddelde kleuren van dezelfde

groepen van sterren in overeenstemming zijn met wat bekend is over het verband tusschen absolute grootte en kleur wordt voorloopig aan de hand van de door Seares gevonden kleurindices voor sterren aan den noordpool getoetst. Het antwoord is bevredigend tot aan de sterren van de visueele grootte 15. De gemiddelde absolute grootte van deze laatste wordt volgens Kapteyn en van Rhijn op $-0^m.9$ berekend, terwijl hun gemiddelde kleur volgens Seares ongeveer met die van onze zon, die een absolute grootte van $-0^m.3$ heeft, overeenkomt. Gaat men daarentegen verder tot de 17de grootte, dan toonen de kleurindices een sterker toenemen van de roodheid dan men kon verwachten uit het verschil in absolute grootte tusschen de sterren van de schijnbare grootten 15^m en 17^m , welk verschil redelijkerwijs ten hoogste 2^m kan uitmaken. Het moet aan de toekomst worden overgelaten, deze tegenstelling op te helderen."

In verband met het late uur werd de voordracht van Dr. de Vos van Steenwijk over zijn herleiding van oude astronomische waarnemingen, verricht te Paramatta (Australië) in de jaren 1823—28, uitgesteld tot de volgende bijeenkomst.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 28 Januari 1922, in het natuurkundig laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

Jaarverslag van den Secretaris.

Voldoende aan art. 22 van het Huishoudelijk Reglement, heb ik hierbij de eer U een kort overzicht te geven van de lotgevalen van onze Vereeniging in het afgelopen verenigingsjaar.

Ten gevolge van de oproeping van 9 vooraanstaande physici werd op Zaterdag 2 April 1921, des namiddags te 3 uur, de Vereeniging opgericht. Staande de oprichtingsvergadering traden 48 personen als lid toe. Dit aantal is in het afgelopen jaar gestegen tot 109. Als voorloopig Bestuur werden gekozen de Heeren

Dr. G. Holst, Voorzitter,

Dr. P. H. van Cittert, Secretaris,

Dr. H. G. Cannegieter, Penningmeester,

Prof. Dr. F. Zernike,

Prof. Dr. J. M. Burgers.

Dit voorloopig Bestuur werd in den loop van het jaar nog uitgebreid met Dr. H. C. Burger, 2en Secretaris.

Het voorloopig Bestuur ving zijn werkzaamheden aan op 23 April. In het geheel werden 6 Bestuursvergaderingen gehouden.

Door bijzondere omstandigheden kon de 1ste Algemeene Vergadering niet vóór 29 October gehouden worden. In deze vergadering werden de Statuten der Vereeniging behandeld. Door Dr. Langmuir die als gast aanwezig was, werd een interessante voordracht gehouden over: „*Structure of adsorbed films in relation to heterogenous chemical reactions.*”

In totaal werden drie algemeene vergaderingen gehouden resp. bezocht door 48, 39 en 29 personen. Als sprekers traden op de Heeren Langmuir, Zernike, Holst en Burgers.

In de vergadering van 26 November werd het voorloopig Bestuur bij acclamatie herkozen, nadat de Statuten en Reglement goedgekeurd waren.

Ik beëindig dit verslag met de beste wenschen voor den bloei der Vereeniging.

Dr. M. Minnaert houdt een voordracht over:

„*De onregelmatige breking in den dampkring der zon.*”

Het is een merkwaardig feit, dat de zonneschijf aan hare randen zooveel minder helder is dan in het midden. Krommen die Abbot met de spectrobolograaf heeft opgenomen, bewijzen dat de randverzwakking toeneemt naarmate de lichtstralen een kleinere golf-lengte hebben: de zon wordt naar den rand toe rooder.

Om deze feiten in groote trekken te verklaren, kan men zich eenvoudigheidshalve den zonnebal voorstellen als bestaande uit een gloeiende, vaste of vloeibare kern, stralend volgens de cosinus-wet, met daaromheen een gasvormigen dampkring; daarenboven denkt men zich voorloopig den stralenden bol vervangen door een oneindig plat vlak, bedekt door een insgelijks vlakke laag gas, en men onderzoekt met welke lichtsterkte stralen van verschillende schuinte uit dien dampkring treden. Ongetwijfeld is een dergelijk beeld slechts ruw, maar de fouten die men begaat kunnen geschat worden en blijken gering.

De werking van een dergelijken gasvormigen dampkring zal vooreerst bestaan in een moleculaire verstrooiing van het licht;

brengt men dit in rekening, dan vindt men reeds goede overeenstemming met de waargenomen krommen. Het daarnaast in aanmerking nemen van een mogelijke absorptie, zou de overeenstemming niet beter maken. Het is noodig een derde oorzaak van lichtverzwakking te beschouwen, door Julius aangeduid als „de onregelmatige breking in den dampkring der zon”.

Uit allerlei feiten blijkt n.l. dat de zonnegassen overal plaatselijke verdichtingen of verdunningen vertoonen, dus ook dichtheidsgradiënten in allerlei mogelijke richtingen. Een lichtstraal welke door een dergelijken dampkring treedt, moet volgens de wetten van het toeval penseelvormig uitgespreid worden; voor een stralende vlakke laag is het gevolg dat vooral een groot aantal schuin uittredende stralen teruggebogen worden naar de lichtbron, en den waarnemer niet meer bereiken: de onregelmatige breking is dus een oorzaak van randverzwakking voor de zonneschijf.

Ornstein en Zernike hebben de integraalvergelijking van het verschijnsel afgeleid en hieruit een benaderde differentiaalvergelijking gevonden. Deze differentiaalvergelijking moet numeriek geïntegreerd worden, en geeft dan een oppervlak, voorstellend de sterkte van de straling in elke laag van den dampkring en in elke willekeurige richting t. o. van de normaal. Voorloopige berekeningen laten toe een orde van grootte te schatten voor $\frac{\alpha^2}{l}$,

het gemiddelde uitspreidingsquadraat van een lichtstraal per lengte-eenheid, n.l. 2,25 $\frac{\text{radialen}^2}{\text{per zonneatmosfeer}}$.

De onregelmatige breking is gewoonlijk slechts in geringe mate afhankelijk van de kleur, daar de kleurschifting van alle gassen klein is. Voor stralen echter wier golflengte vlak in de buurt van een Fraunhofer lijn ligt, wordt de kleurschifting anomaal en bereikt de brekingsaanwijzer ineens veel grootere bedragen; dergelijke stralen zullen door de onregelmatige breking (evenals door de moleculaire verstrooiing) in hooge mate verzwakt worden.

Deze redeneering leidt tot het besluit dat iedere Fraunhofer lijn te beschouwen is als bestaande uit een smalle absorptielijn, omhuld door een „dispersielijn”. Vele eigenschappen van Fraunhoferlijnen zijn alleen door deze opvatting te begrijpen. (Julius, van Cittert.) Men kan zich eenigszins een model samenstellen van een anomaal brekenden dampkring, door uit te gaan van de proeven van Christiansen: glasstukjes of glaspoeder, gedompeld in benzol gemengd met een geschikte kleine hoeveelheid zwavelkoolstof,

laten het groene licht ongebroken door maar geven een groote zijdelingsche uitspreiding aan de roode en aan de blauwe stralen. Brengt men in een fleschje eerst wat glycerine, en daarboven een laag terpentijn gemengd met benzine, dan kan men door schudden de vloeistoffen in druppeltjes verdeelen, welke voor een bepaalde kleur het licht doorlaten, voor de andere het verspreiden. In al dergelijke gevallen krijgt men werkingen, die aan absorptie doen denken, maar er nochtans in wezen geheel van verschillen.

De onregelmatige breking heeft niet alleen belang voor de studie der zonneverschijnselen. De lichtverzwakking door vloeibare kristallen moet er wellicht voor een groot gedeelte aan toegeschreven worden. Tegelijk met de onregelmatige terugkaatsing moet zij in rekening gebracht worden bij toetsing van Tydemans' verklaring voor den groenen straal. Zij speelt de hoofdrol bij de werking van mat glas, ijsglas, diamantglas, enz., zoodat de bepaling van de uitspreidingsconstante $\bar{a}^2$ per brekend oppervlak voor verschillende eischen der techniek van belang kan zijn.

Dr. H. C. Burger spreekt daarna over:

„Glijvlakken in tinkristallen.” ¹⁾

De fysische eigenschappen der metalen worden gewoonlijk bestudeerd aan aggregaten van zeer vele kleine kristallen. Dit compliceert echter het onderzoek zeer, daar men in de eerste plaats een gemiddelde van een grootheid bepaalt voor kristallen van zeer verschillende orientaties en in de tweede plaats de grensvlakken der verschillende kristallen het meetresultaat op een *à priori* volkomen onbekende wijze beïnvloeden.

Het is daarom gewenscht de eigenschappen van één enkel metaalkristal te onderzoeken. Dat dergelijke onderzoeken nog slechts zeer zelden zijn uitgevoerd, is een gevolg van het feit, dat slechts van zeer weinig metalen kristallen van voldoende afmetingen verkregen kunnen worden. Voor het onderzoek der glijvlakken in metaalkristallen is tin een bijzonder geschikt materiaal, daar het in groote kristallen te krijgen is en bovendien glijvlakken in tin zeer gemakkelijk optreden.

De tinkristallen, noodig voor het hier volgende onderzoek zijn op twee wijzen verkregen, nl.:

¹⁾ Vgl. ook *Physica* 2, p. 26, (1922).

1e. volgens de methode van Czochralski ¹⁾. Men laat gesmolten tin langzaam afkoelen. Begint de stolling, dan dompelt men een willekeurig stukje tin in de vloeistof en trekt het er daarna langzaam uit. Het vloeibare tin stolt dan op het vaste deel, dat mee er uit trekt en op deze wijze gelukt het meerdere decimeters lange, draadvormige tinkristallen te maken van verschillende dikte. Het uittrekken van den tindraad heeft plaats met een motor, zoodat de beweging eenparig is. De snelheid is ongeveer één mm. per seconde.

2e. Een andere methode om groote kristallen te maken is de volgende. Men vult een rechte buis met vloeibare tin en laat het metaal in de buis vast worden. De aldus verkregen tinstaaaf, die gewoonlijk uit meerdere kristallen bestaat, moet nu tot één kristal geformeerd worden. Daartoe schuift men een klein cilindrisch electrisch oventje over de met vast tin gevulde glazen buis. De temperatuur van dit oventje wordt zoodanig geregeld, dat het tin in het deel van de buis, dat zich binnen het oventje bevindt, smelt. Nu beweegt men het oventje langs de buis met een snelheid van ongeveer 1 mm. per seconde. In het begin van de beweging vormen zich bij de stolling meerdere kristallen, maar spoedig stelt zich een toestand in, waarbij een bepaalde temperatuurverdeling zich ongewijzigd langs de buis verplaatst en het vaste metaal aangroeit als één enkel kristal. Is de inhoud der buis op deze wijze geformeerd, dan kan men het glazen omhulsel stuk slaan en verwijderen.

Deze methode stelt ons in staat kristallen te maken, waarvan de afmetingen in principe aan geen grenzen gebonden zijn.

Door etsing der tindraden of staven, die men volgens een der beschreven methodes verkrijgt, kan men zich overtuigen dat deze inderdaad uit één enkel kristal bestaan. Op het oppervlak zijn na etsing geen grenzen tusschen verschillende geörienteerd kristallen zichtbaar. Wel ontstaan tengevolge van het etsen meer en minder reflecteerende gedeelten van het oppervlak, maar deze gaan vloeiend en zonder scherpe grenzen in elkaar over en strekken zich over de geheele lengte van de draad langs de beschrijvende lijnen uit. Het optreden van deze glanzende en matte banden langs het geheele stuk metaal vormt een scherp kenmerk voor de homogeniteit en de opbouw uit één kristal.

¹⁾ J. Czochralski, ZS. f. phys. Chem. 92, 219, 1918.

Om aan een tinkristal de glijding te bestudeeren, moet men dit eerst gedurende eenige uren verhitten tot een temperatuur van ongeveer 220° . De aard der verandering, die de kristalstof bij deze verhitting ondergaat, is onbekend. Laat men dit na, dan treden echter de glijvlakken eerst bij groote afschuivende krachten en dan nog slechts zeer onduidelijk en onvolkomen op.

Men kan de glijding in een draad- of staafvormig kristal teweeg brengen door een spanning in de lengte-richting. Onder den invloed hiervan ontstaan in den draad insnoeringen van een zeer constant type. Het ingesnoerde deel wordt wel dunner dan de oorspronkelijke draad, maar niet smaller, zoodat het bij voldoende uitrekking bandvormig wordt. Daarbij kan de lengte van den draad eenige malen de oorspronkelijke waarde bereiken, zonder dat hij breekt. Het bandvormige deel is ongeveer elliptisch in doorsnede. De dikte bedraagt zelden minder dan $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{5}$ van de breedte.

Tengevolge van de glijding ontstaat op het oppervlak van het kristal een streeping (projectie¹⁾). De kromme glijlijnen zijn symmetrisch t. o. v. een vlak door de draadas loodrecht op het vlak van het bandvormige deel van het uitgerekte kristal. Aan de andere platte zijden van het ingesnoerde deel ontstaat een streeping van hetzelfde type, slechts moet men rechts en links verwisselen, zoodat de holle zijde van de glijlijnen naar de andere kant gericht is.

Uit de beschreven verschijnselen volgt, dat men de glijding in hoofdzaak op de volgende wijze beschrijven kan. In het draadvormige kristal maken de glijvlakken een scherp hoek met de draadas. Door een longitudinale spanning in het kristal glijden de tusschen twee glijvlakken liggende elliptische schijven metaal langs elkaar en blijven, niettegenstaande de spanningscomponent loodrecht op het glijvlak, in normale richting volkomen samenhangen. De randen dezer elliptische schijven veroorzaken een plooiing in het oppervlak van den draad en zijn als glijlijnen zichtbaar. Men kan verwachten, dat ook de smalle zijanten van het ingesnoerde deel van het kristal glijlijnen moeten vertoonen. Deze lijnen zijn inderdaad aanwezig en maken, zooals te verwachten is, een des te kleineren hoek met de as van het draadvormige kristal, naarmate dit verder uiteengetrokken is. Bij zeer sterke uitrekking

¹⁾ Vgl. ook de figuur in Physica I. c.

naderen deze lijnen, evenals de glijvlakken, tot een stand, evenwijdig aan de draadas.

Uit de bovengenoemde opvatting van het mechanisme der glijding volgt ook, dat het oppervlak van den oorspronkelijk cilindrischen draad, daar waar het bandvormige deel aan het nog niet ingesnoerde deel grenst, een vorm moet hebben, die assymetrisch is t. o. v. het vlak van het bandvormige deel der insnoering. Deze vorm is in bijzonderheden te verklaren met behulp van het genoemde beeld, dat men zich van de glijding vormt op grond van de streeping van het oppervlak.

In lange tinkristallen ontstaan gewoonlijke talrijke insnoeringen. Deze liggen, als het kristal niet met opzet getordeerd is, in één vlak en de bolle zijde der glijlijnen is bij allen naar dezelfde kant gericht. Dit bevestigt, dat de draad uit één kristal bestaat of althans uit slechts weinige, volgens vaste regels vergroeide, kristal-individueen is opgebouwd, die zich ieder over de geheele lengte van den draad uitstrekken.

De longitudinale spanning in den kristaldraad, waarbij merkbare glijding optreedt, bedraagt $0.3 \text{ à } 0.4 \text{ K.G./mm.}^2$

De lengte van den draad neemt bij constante spanning eerst snel, daarna steeds langzamer toe. Is de spanning groot genoeg, dan neemt ten slotte de lengte weer sneller toe en breekt het kristal in een bandvormig deel. Merkwaardig is, dat een merkbare verlenging bij niet verhitte tinkristallen, die geen bandvorming vertoonen, eerst bij $0.8 \text{ à } 1.0 \text{ K.G./mm.}^2$ plaats heeft. Bij een slechts weinig grootere belasting breekt het kristal. De insnoering op de breukplaats is niet plat doch rond. Een uitvoerig onderzoek van de uitrekking van metaalkristallen als functie van kracht en tijd is met zinkkristallen uitgevoerd door v. Gomperz ¹⁾, en heeft resultaten opgeleverd, die analoog zijn aan die, welke bij tin zijn gevonden.

Het reeds aangevangen röntgenonderzoek zal ons kunnen leeren wat de kristallografische richting van glijvlakken en draadas is en hoe zich bij de glijding het ruimterooster van het kristal gedraagt.

1) v. Gomperz. Z.S. f. Physik. 8, 184. (1922).

TER BESREKING ONTVANGEN BOEKEN.

- V. Esbach, Vectoranalyse, 122 blz., 56 fig. — W. J. Thieme & Cie, Zutphen 1922.
 W. M. Thornton, Electrical transmission of energy. — Pitman & Sons, Ltd. London, 1921. Prijs 2/6 net.
 M. v. Laue, Das physikalische Weltbild, voordracht, 25 blz., Müllersche Hofbuchhandlung, Karlsruhe i. B., 1921. Prijs M. 10.55.
 A. Klaus, Atome, Elektronen, Quanten, 97 blz., 7 fig. — Winckelmann & Söhne, Berlin, 1921. Prijs M. 30.—.
 P. Zeeman, Verhandelingen over Magneto-optische Verschijnselen, 341 blz., vele figuren en platen. — Herdenkings-Comité, Dr. J. J. Hallo secr., Den Haag, 1921. Prijs f 5.—.
 Ph. Kohnstamm, Over Natuurwetten, Wetmatigheid en Determinisme, 47 blz. — De erven F. Bohn, Haarlem, 1921.
 E. Bauer, La théorie de Bohr, la constitution de l'atome et la classification périodique des éléments, 49 blz., 4 fig. — J. Hermann, Paris, 1922. Prijs fr. 4.50.
 P. Humbert, Introduction à l'étude des fonctions elliptiques, 38 blz. — J. Hermann, Paris, 1922. Prijs fr. 3.—.

MEDEDEELINGEN.

PHYSICI EN RADIO-TECHNIEK.

Het Nederlandsch Radiogenootschap nam in zijn vergadering van Zaterdag 18 Februari j.l. bij acclamatie volgende motie aan:

„De Algemeene Vergadering van het Nederlandsch Radiogenootschap acht het wenschelijk, dat voor verschillende „betrekkingen op radio-gebied niet uitsluitend electro-technische „ingenieurs in aanmerking zullen komen, doch dat ook doctoren „in de Wis- en Natuurkunde voor dergelijke betrekkingen zullen kunnen mededingen, zijnde deze op radio-gebied in verschillende opzichten even bevoegd te achten als electro-technici.”

Wij verheugen ons over dezen stap van het Radiogenootschap, en hopen dat deze gevolgd moge worden door volgende, welke ons nader bij het doel brengen van de erkenning der bruikbaarheid niet alleen, maar ook de uitnemende geschiktheid van physici voor andere maatschappelijke functies behalve die van het onderwijs.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Algemeene Vergadering op Zaterdag 25 Februari 1922, des namiddags te 4 uur, in de Collegezaal van het Fysisch Laboratorium der Gemeentelijke Universiteit te Amsterdam, Plantage Muidergracht.

Agenda:

A. J. H. Busé: „Onderzoek van kleine zwartingen der photographische plaat.”

G. Hertz: „Ueber die mittlere freie Weglänge von langsamen Elektronen in Neon und Argon.”

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

MAART 1922

NUMMER 3.

OVER DE GELEIDING VAN ELECTRICITEIT IN GASSEN

(Vervolg)

II. METHODES TER BESTUDEERING DER QUANTEUZE ENERGIE- WISSELING BIJ DE BOTSING VAN ELECTRONEN TEGEN GASMOLECULEN

door G. HERTZ

De beweging van electronen in edelgasen is, zoolang men beneden de „aanslagspanning” ¹⁾ blijft, volledig bepaald door de vrije weglengte en door de massa der gasmoleculen. Bij grootere snelheid der electronen worden de omstandigheden minder eenvoudig; zoodra de aanslagspanning overschreden wordt, kan een electron bij een botsing energie aan het gasmolecuul afgeven en het daardoor in een hooger en quanta-bewegingstoestand brengen. Het is echter volstrekt niet noodzakelijk, dat het electron, wanneer het met de vereischte snelheid botst, ook werkelijk altijd die energie afgeeft. Integendeel, waarschijnlijk is de kans, dat een voldoende snel electron bij botsing tegen een atoom energie afgeeft, vrij klein, speciaal bij edelgasen, en wel van de orde van grootte 0.001. Deze kans noemt men het „rendement” van de onelastische botsing.

De aanslagspanning werd boven gedefinieerd als de spanning, welke een electron vrij doorloopen moet, om een kinetische energie te verkrijgen, voldoende om het atoom „aan te slaan”, d. w. z. uit zijn ongestoorde beweging in den eerst volgenden toestand met hooger quanta-getal over te brengen. Is de energie van het electron nog grooter, zoodat zij voldoende is om het atoom in

¹⁾ De benaming: „aanslagspanning”, die hier en in het voorafgaande artikel is ingevoerd, heeft dezelfde beteekenis als het Duitsche „Anregungsspannung”.

een toestand met nog hooger quanta-getal over te brengen, dan worden de omstandigheden gecompliceerder, daar nu verschillende quanteuze veranderingen mogelijk zijn, waarmede ook verschillende energiehoeveelheden corresponderen, welke door het electron aan het atoom worden afgegeven. Met betrekking tot elk dezer quanteuze toestandsveranderingen heeft de botsing een afzonderlijk rendement, dat een functie van de snelheid van het electron is; en eigenlijk zou men dit rendement voor alle mogelijke onelastische botsingen moeten kennen, om de geleiding van electriciteit in gassen theoretisch volledig te kunnen behandelen. Gelukkig komt het echter in het algemeen op al deze details niet aan; meestal zijn het alleen de aanslagspanning en de ionisatiespanning, en het rendement van deze beiden, die een belangrijke rol spelen; later zal op deze kwestie nog nader worden teruggekomen.

Wij zullen thans de *methodes* bespreken, die men gebruikt voor het bestudeeren van de quanteuze energiewisseling, welke bij de botsingen tusschen electronen en gasmoleculen optreedt. Men kan bij deze methodes twee groepen onderscheiden.

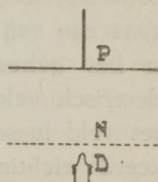
Bij de *eerste groep* gebruikt men als criterium voor het optreden van een onelastische botsing (m. a. w. van de afgifte van energie door een electron aan een molecuul) de verschijnselen, die plaats grijpen als gevolg van de daardoor veroorzaakte toestandsverandering van het molecuul. Deze verschijnselen zijn hoofdzakelijk van tweeërlei aard. Vooreerst kan het molecuul door de onelastische botsing van het electron gebracht worden in een anderen toestand met hooger quanta-getal, en na korten tijd weer terugkeeren tot den eersten toestand, waarbij dan licht wordt uitgestraald. Maar het is ook mogelijk, dat bij de onelastische botsing zoo veel energie wordt afgegeven, dat een electron uit het verband van het molecuul losgerukt wordt, zoodat het molecuul positief geladen overblijft; er is dan een positief ion gevormd. Bij de methodes der eerste groep wordt derhalve als criterium voor het optreden van een onelastische botsing gebruikt: de begeleidende straling of de ionisatie.

Bij de *tweede groep* volstaat men met te constateeren, dat het electron zijn snelheid verloren heeft en dus energie aan het gasmolecuul heeft afgegeven; op de gevolgen van deze energieafgifte wordt hier verder niet gelet. De methodes van de tweede groep

dringen daardoor minder diep in de verschijnselen door, maar hebben aan den anderen kant het voordeel, dat zij grootere nauwkeurigheid bieden bij het bepalen van de absolute waarden der spanningen, waarbij onelastische botsingen optreden.

De oudste opstelling, waarbij een methode van de *eerste groep* wordt toegepast, is oorspronkelijk in beginsel door Lenard aangegeven.¹⁾ Hierbij wordt aan electronen een bepaalde snelheid gegeven, doordat men de van een electronen-bron (gloeidraad) uitgaande electronen versnelt door een electrisch veld. Deze versnelling laat men plaats vinden op een weg, die kort is, vergeleken met de gemiddelde vrije weglengte. Vervolgens laat men deze electronen door een metalen gasje heen in een tweede ruimte treden, waarin ze gelegenheid hebben met gas-moleculen te botsen.

In fig. 1 stelt *D* den gloeidraad voor, *N* het gasje en *P* een vangplaat. Tusschen *D* en *N* bestaat een potentiaalverschil, waardoor de electronen versneld worden; zij treden door het gasje en komen dan in een vertragend veld, en wel is het vertragende potentiaalverschil tusschen *N* en *P* groter dan het versnellende tusschen *D* en *N*;



Figuur 1.

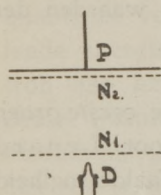
hierdoor wordt belet, dat de electronen de vangplaat *P* bereiken kunnen. Treedt echter in de ruimte tusschen gasje en plaat als gevolg van de botsingen der electronen en gasmoleculen straling of ionisatie op, dan neemt men waar, dat een positieve stroom naar de vangplaat loopt; dit is of het gevolg van de photo-electrische werking der optredende straling (welke gewoonlijk een zeer korte golflengte heeft) of van de positieve ionen, die door het veld naar de plaat worden gevoerd. Men kan gasje en plaat ook maken in den vorm van coaxiale cylinders, in welker



Figuur 2.

as de gloeidraad is uitgespannen. (Fig. 2.) Het nadeel van deze opstellingen is, dat men onmogelijk tusschen straling en ionisatie kan onderscheiden en bovendien, dat de electronen alleen onmiddellijk achter het gasje nog de hun gegeven snelheid bezitten en dan reeds dadelijk door het tegengesteld gerichte veld worden vertraagd. Hierdoor is het niet mogelijk de snelheid der electronen, waarbij de energieafgifte optreedt, met groote nauwkeurigheid te bepalen.

¹⁾ P. Lenard, Ann. d. Phys. (4) 8, 149 (1903).



Figuur 3.

Een groote verbetering in de opstelling werd door Bergen Davis en Goucher ¹⁾ aangegeven; zij brachten nog een tweede gaasje aan (fig. 3) en waren daardoor in staat uit te maken of de bij een bepaalde snelheid der electronen optredende onelastische botsingen met straling of met ionisatie gepaard gaan. Tusschen den gloeidraad en het eerste gaas wordt een versnellend electrisch veld aangebracht, tusschen het eerste en tweede gaas een vertragend veld, tengevolge waarvan de electronen het tweede gaas niet kunnen bereiken. Tusschen het tweede gaas en de vangplaat wordt nu hetzij een versnellend hetzij een vertragend veld aangelegd. In het geval, dat het veld de electronen van het gaasje naar de plaat toe versnelt, zal, wanneer *straling* optreedt, de vangplaat negatief worden geladen door de electronen, die langs photoelectrischen weg uit het tweede gaas zijn vrij gemaakt; treden er *positieve ionen* op, dan gaat er in het geheel geen stroom naar de plaat, daar deze door het electrisch veld worden tegengehouden. In het andere geval, dat het veld tusschen het tweede gaasje en de vangplaat de omgekeerde richting heeft, zal de vangplaat zoowel bij het optreden van straling als van ionisatie, positief worden opgeladen; de straling zal n.l. photoelectrisch electronen uit de vangplaat vrijmaken, terwijl positieve ionen door het veld naar de plaat worden gevoerd. Met behulp van deze methode konden Davis en Goucher nu aantoonen, dat bij de laagste spanning, waarbij electronen energie aan de gasmoleculen kunnen afgeven, als regel alleen straling optreedt en nooit ionisatie. Deze „laagste spanning” werd boven reeds met den naam „aanslagspanning” aangeduid; onder „ionisatiespanning” wordt de spanning verstaan, welke de electronen vrij moeten doorloopen hebben om bij botsing tegen een gasmolecuul een electron van het molecuul af te kunnen rukken, en zoo een positief ion te vormen.

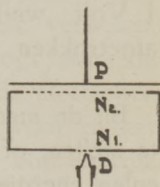
De aanslagspanning, en zoo ook de ionisatiespanning, is te beschouwen als een *grensspanning*; electronen moeten *minstens* deze spanning doorloopen hebben, om bij botsing een gasmolecuul in den bijbehorenden toestand van hoogere energie over te brengen, als gevolg waarvan dan weder straling kan worden uitgezonden. Tusschen aanslagspanning en ionisatiespanning treft men nog een geheele reeks van zulke grensspanningen aan, die ieder met een

¹⁾ Bergen Davis en F. Goucher, Phys. Rev. 10, 84, (1917).

bepaalde energietrap — en daardoor met een bepaalde straling — correspondeeren. Voor het scheiden van dergelijke, dicht bij elkander liggende energietrappen zijn de tot nu toe besproken methoden niet geschikt, en evenmin voor het bestudeeren van onelastische stooten met zeer gering rendement. De snelheid der electronen is namelijk in de ruimte, waarin zij met de moleculen botsen, zeer variabel, en het aantal botsingen, waarbij de electronen werkelijk de snelheid bezitten, die correspondeert met de aangelegde spanning, is te klein. Veel beter is, om de electronen op een zeer korten weg hun snelheid te geven, en ze dan in een ruimte te zenden, waarin slechts een zwak electrisch veld heerscht, zoodat zij hierin met vrijwel onveranderlijke snelheid tegen de gasmoleculen kunnen botsen. In een opstelling als in fig. 3 legt men daartoe tusschen gloeidraad en eerste gaas het versnellende electrische veld, tusschen het tweede gaas en de opvangplaat het vertragende veld; door dit laatste verhindert men, dat electronen de plaat kunnen bereiken. Tusschen de beide gaasjes brengt men een gering vertragend spanningsverschil aan, van ongeveer 0.5 Volt, dat alleen het doel heeft om eventueel gevormde positieve ionen naar de plaat te leiden. Met een dergelijke opstelling is het aan Franck en zijn medewerkers ¹⁾ gelukt in helium en in kwikdamp een groot aantal verschillende energietrappen aan te wijzen.

Men kan echter nog een stap verder gaan en tusschen de beide gaasjes in het geheel geen potentiaalverschil aanbrengen; ook nu zullen, voor een deel, de gevormde positieve ionen door diffusie de plaat kunnen bereiken; en men heeft daarbij het groote voordeel, dat de botsingen in een ruimte plaats vinden, waar in het geheel geen electrisch veld heerscht, zoodat, althans in edelgassen, de snelheid der electronen constant is. Bovendien kan men nu de ruimte tusschen de twee gaasjes ook aan de zijden door een metalen omhulsel geheel afsluiten, waardoor men van allerlei storende invloeden bevrijd wordt.

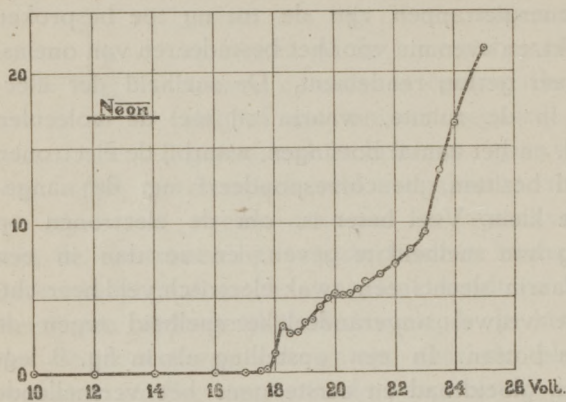
Gebruik makende van een dergelijke opstelling (fig. 4) met een „veldlooze” ruimte, zijn door schrijver dezes in den laatsten tijd metingen gedaan over neon en over argon. In fig. 5 is als voorbeeld het resultaat van een meting



Figuur 4.

¹⁾ J. Franck. Phys. Z. S. 22, 388, (1921).

in neon van 0.47 mm. kwikdruk gegeven. De vertragende spanning tusschen het tweede gaasje en de vangplaat bedroeg



Figuur 5.

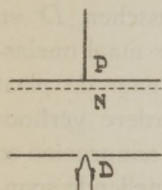
Met toenemende spanning groeit de stroom niet gelijkmatig aan, doch men ziet, dat er telkens nieuwe energietrappen bijkomen. Bij 23 Volt loopt de kromme lijn plotseling steil naar boven; hier begint, zooals aanstonds nader zal blijken, ionisatie op te treden.

Bij dit voorbeeld moge tevens melding gemaakt worden van een bezwaar, dat aan de methodes van de eerste groep eigen is: tengevolge van de beginsnelheid der electronen, het spanningsverval langs den gloeidraad, en het Voltapotentiaalverschil tusschen gloeidraad en gaasje, verschilt de afgelezen spanning dikwijls aanmerkelijk van de spanning, die de electronen in werkelijkheid doorloopen, en waardoor hun snelheid bepaald wordt. Bij de spanning moet nog een additieve constante worden opgeteld en afgetrokken die op andere wijze bepaald moet worden. In het geval van de metingen, die in fig. 5 zijn weergegeven, bedroeg het verschil ongeveer 1 Volt, welk bedrag van de afgelezen spanning moest worden afgetrokken.

Bij de methodes van de tweede groep is het de bedoeling vast te stellen, of de electronen bij hun botsingen tegen de gasmoleculen energie hebben verloren. Als eerste van deze groep zullen wij bespreken de methode van de onelastische botsing, zooals die door Franck en Hertz ¹⁾ is toegepast bij kwikdamp. Zij is in het bijzonder geschikt voor nauwkeurige metingen van de absolute

¹⁾ J. Franck en G. Hertz, Verh. d. D. Phys. Ges. 16. 457 (1914).

waarde der aanslagspanning. Daar bij deze methode voorop gesteld wordt, dat de botsingen beneden de aanslagspanning volledig elastisch zijn, is zij alleen voor metingen in edelgasen en metaaldampen bruikbaar. Tusschen een gloeidraad D (fig. 6) en



en een gaas N legt men spanning; de uit den draad D tredende electronen worden daardoor op den weg DN versneld, welke vrij lang moet zijn vergeleken met de gemiddelde vrije weglengte der electronen. Tusschen N en P ligt nu verder een vertragende spanning, die kleiner is dan de versnellende spanning tusschen D en N . Zoolang de

Figuur 6.

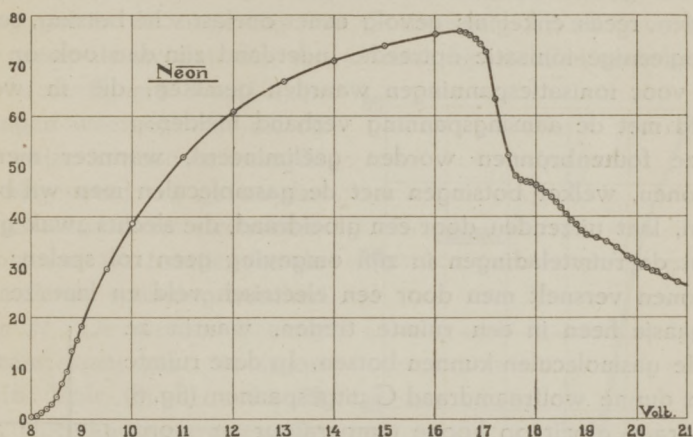
versnellende spanning kleiner is dan de aanslagspanning, vinden de botsingen tegen de atomen van edelgasen en metaaldampen vrijwel zonder verlies van energie plaats; de electronen verkrijgen bij het doorloopen van een bepaalde spanning de zelfde snelheid als bij het doorloopen van deze zelfde spanning in vacuum. Beneden de aanslagspanning hebben derhalve alle electronen, als ze het gaasje N bereiken, een zoodanige snelheid, dat zij tegen het vertragende veld $N-P$ in de plaat kunnen bereiken. (In werkelijkheid zal slechts een gedeelte der electronen dit kunnen doen, namelijk alleen die electronen, waarvan de snelheid een richting heeft, die een tamelijk kleinen hoek maakt met de richting van het vertragende veld $N-P$; op de bruikbaarheid der methode heeft dit echter geen invloed.)

Zoodra echter de aanslagspanning overschreden wordt, verliest een deel der electronen zijn energie, zoodat deze electronen niet meer tot het einde toe tegen het vertragende veld in kunnen loopen; de stroom van electronen naar de plaat P neemt daardoor af, en kan zelfs, wanneer de gasdruk en het rendement der onelastische botsing geschikte waarden hebben, op de waarde nul terugvallen. De plaats, waar de electronen hun energie verliezen, is onmiddellijk vóór het gaasje N gelegen. Verhoogt men de waarde van de versnellende spanning, dan zullen de electronen voor de eerste maal onelastisch kunnen botsen reeds voor zij het gaasje bereikt hebben; de plaats, waar de electronen hun energie verliezen kunnen ligt nu op eenigen afstand vóór het gaas. Deze electronen zullen nu echter hun weg naar het gaasje vervolgen en daarbij opnieuw energie verkrijgen, en wanneer men de versnellende spanning DN voldoende grooter neemt dan de aanslagspanning, zullen zij weer tegen het vertragende veld in kunnen

doorloopen en de plaat P bereiken; de stroom naar P groeit nu dus weer aan en wel zoo lang tot de versnellende spanning een waarde gekregen heeft gelijk aan tweemaal de aanslagspanning. Is deze spanning bereikt, dan zullen namelijk de electronen eerst een onelastische botsing maken ongeveer midden tusschen D en N ; en daarna vlak voor het gaasje voor de tweede maal onelastisch botsen en hun energie verliezen. De stroom naar de plaat wordt nu dus voor de tweede maal kleiner. Bij verdere verhooging der versnellende spanning zal de stroom weer aangroeien en voor de derde maal gaan afnemen, wanneer de versnellende spanning gelijk aan driemaal de waarde van de aanslagspanning is geworden enz. De kromme lijn, die den stroom van electronen naar de plaat als functie van de versnellende spanning aangeeft, zal dus op elkander volgende maxima vertoonen, die op een afstand gelijk aan de aanslagspanning uit elkander liggen. Het is duidelijk, dat men op deze wijze de absolute waarde der aanslagspanning kan bepalen, onafhankelijk van eventueele correcties voor de beginsnelheid der electronen enz.

Onder juist gekozen omstandigheden kan men met de besproken methode ook het bestaan van hogere energietrappen aantoonen; het is hiervoor echter geschikter, de methode zoo in te richten, dat alleen electronen van één bepaalde snelheid botsingen uitvoeren. Men kan daarvoor een inrichting als in fig. 3 is aangegeven, gebruiken; de electronen verkrijgen in een electrisch veld een bepaalde snelheid en treden in de ruimte tusschen de twee gasjes, waarin een zeer zwak of beter in het geheel geen veld bestaat. Men meet nu het aantal electronen, die, door het tweede gaasje heen en tegen een vertragend veld inlopend, de plaat bereiken. Zoodra er onelastische botsingen optreden, wordt het aantal van deze electronen sprongsgewijze kleiner; en telkens, wanneer bij verhooging der versnellende spanning, een nieuwe quanteuze energieafgifte mogelijk is, bemerkt men die als een knik in de kromme lijn. Deze methode is niet tot edelgassen beperkt, doch kan ook, bij geschikte voorzorgsmaatregelen, gebruikt worden voor het onderzoek van gassen met kleine electronenaffiniteit, bij welke de energieverliezen tengevolge van de electronenaffiniteit nog klein zijn vergeleken met de quanteuze energieverliezen. Als voorbeeld van metingen van deze soort is in fig. 7 een reeks van metingen weergegeven voor neon; de opstelling was dezelfde als in fig. 4; de constante vertragende spanning bedroeg 8 Volt, de

gasdruk 0.95 mm. In de kromme ziet men, dat zoodra de versnellende spanning grooter is dan 8 Volt, de electronen tegen



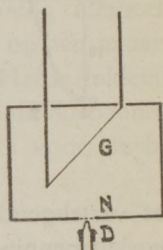
Figuur 7.

het vertragende veld kunnen inloopen; bij ongeveer 17 Volt (de aanslagspanning van neon) maakt de kromme een sterke daling. Verder zijn ook een aantal hogere energietrappen als knikken in de kromme lijn op te merken.

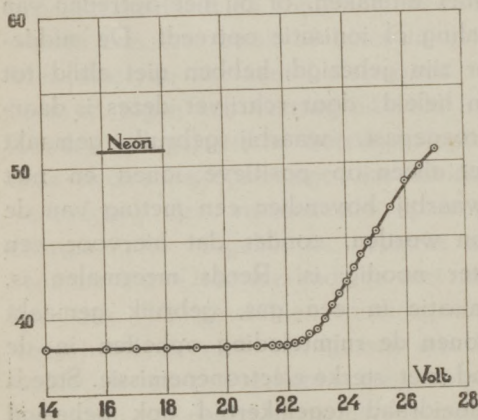
Alle methodes van de tweede groep zijn in zooverre onvolledig, dat men afzonderlijk nog moet uitmaken, of bij het optreden van een onelastische botsing straling of ionisatie optreedt. De middelen, die tot nu toe daarvoor zijn gebezigd, hebben niet altijd tot overeenstemmende resultaten geleid; door schrijver dezes is daarom een *nieuwe methode* toegepast, waarbij gebruik gemaakt wordt van een criterium, dat alleen op positieve ionen en niet op straling reageert, en waarbij bovendien een meting van de ionisatiespanning verricht kan worden, zonder dat hiervoor een gevoelige spiegelgalvanometer noodig is. Reeds meermalen is, voor het aantoonen van ionisatie in een gas, gebruik gemaakt van het feit, dat positieve ionen de ruimtelading opheffen in de omgeving van een gloeidraad met sterke electronenemissie. Steeds werd hierbij deze zelfde gloeidraad tegelijkertijd ook gebezigd als bron van de electronen, die door hun botsingen het gas moesten ioniseeren. Onvermijdelijk ondervindt echter de snelheid van deze ioniseerende electronen evengoed den invloed van de ruimtelading,

zoodat men geen betrouwbare resultaten bij het meten van ionisatiespanningen vindt. Bovendien zullen we later zien, (vgl. pag. 73), dat in edelgasen een gedeeltelijke opheffing van de ruimtelading kan optreden, reeds enkel als gevolg eener onelastische botsing, zonder dat nog eenige ionisatie optreedt. Inderdaad zijn dan ook op deze wijze voor ionisatiespanningen waarden gemeten, die in werkelijkheid met de aanslagspanning verband hielden.

Deze foutenbronnen worden geëlimineerd, wanneer men de electronen, welker botsingen met de gasmoleculen men wil bestudeeren, laat uitzenden door een gloeidraad, die slechts zwak gloeit, zoodat de ruimteladingen in zijn omgeving geen rol spelen; deze electronen versnelt men door een electrisch veld en laat ze door een gaasje heen in een ruimte treden, waarin ze met de gasmoleculen kunnen botsen. In deze ruimte is een dunne wolframdraad *G* uitgespannen (fig. 8) deze draad gloeit op hooge temperatuur en wordt daardoor een rijke bron van electronen. Het positieve einde van den gloeidraad *G* (in de figuur het linkeruiteinde) staat met het gaasje *N* en het metalen omhulsel in geleidende verbinding. De spanningsval langs den gloeidraad *G* (ongeveer 5 Volt) veroorzaakt een electrisch veld, dat echter alleen vlak bij den zeer dunnen draad een behoorlijke sterkte heeft; bovendien heeft dit electrisch veld overal zoodanige richting, dat de electronen,



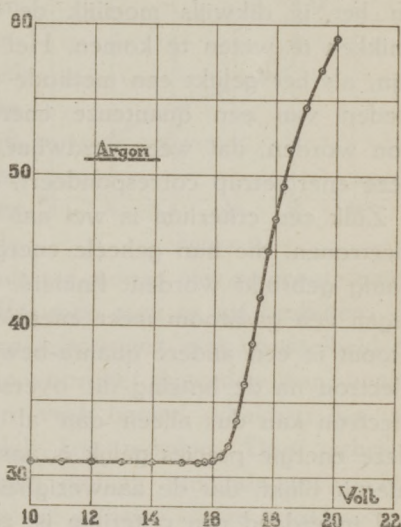
Figuur 8.



Figuur 9.

die door het gas *N* heen de ruimte binnendringen, er nooit door versneld kunnen worden. Onder den invloed van dit zwakke veld gaat een stroom van electronen van *G* naar het metalen omhulsel; deze stroom wordt door de ruimtelading begrensd. Zoolang de spanning tussen *D* en *N* kleiner is dan de ionisatiespanning van het gas, waarmede het apparaat gevuld is, hebben de van *D* komende electronen niet den minsten invloed op den vele malen grooteren stroom,

die van *G* uitgaat. Zoodra echter de electronen, die door het gaasje *N* binnendringen, het gas ioniseeren, gaan de gevormde positieve ionen naar den draad *G* toe en compenseeren de ruimte-lading, die in de omgeving van *G* aanwezig is; als gevolg daarvan neemt de stroom, die van *G* naar het metalen omhulsel gaat, toe. In de figuren 9 en 10 zijn metingen weergegeven, die op deze wijze in neon en in argon zijn uitgevoerd; zij geven den van *G* uitgaanden electronenstroom aan als functie van de versnellende spanning tusschen *D* en *N*. De stroom is eerst constant, maar gaat, in argon bij 16 Volt, in neon bij 22 Volt, plotseling aangroeien. De gemeten stroomen zijn ongeveer 20 malen grooter dan de stroom van electronen, die door het gaasje *N* naar binnen komen. Een voordeel van deze methode is, dat er geen zeer



Figuur 10.

gevoelige galvanometer bij noodig is; bij de metingen van fig. 9 en 10 werd bijv. een wijzerinstrument gebruikt met een gevoeligheid van $1,6 \cdot 10^{-6}$ Amp. voor één schaaldeel.

In een volgend artikel zal de samenhang besproken worden tusschen de energiequanten, welke de electronen bij botsing tegen de gasatomen aan deze afgeven, en de verschillende quanteuze toestanden der atomen, die voor het optische spectrum karakteristiek zijn. In dat verband zal blijken, dat de bestudeering van de electronenbotsingen een vruchtbare aanvulling vormt voor de optische metingen; in het bijzonder hierdoor, dat men op deze wijze het bestaan van quanteuze toestandsveranderingen der atomen kan aantonen, die optisch moeilijk of in 't geheel niet te bestudeeren zijn (daar de bijbehorende straling een zeer korte golflengte bezit). Vergeleken met de optische meting van golflengtes zijn de methodes der electronenbotsingen weliswaar nog zeer onvolmaakt, zoowel wat nauwkeurigheid als wat oplossend vermogen betreft. Het oplossend vermogen is hoofdzakelijk begrensd

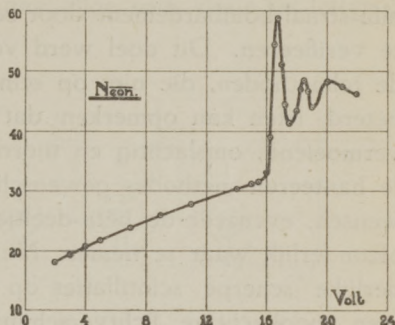
door de moeite die het kost om electronen van onderling gelijke snelheid te verkrijgen. Bovendien is het alleen de eerste onelastische botsing waarbij energieverlies (en de daarop volgende ultraviolette straling) plotseling begint op te treden; de hogere energietrappen bemerkt men alleen als knikken in de opgenomen krommen; en het is dikwijls moeilijk de juiste beteekenis van dergelijke knikken te weten te komen. Het zou een aanmerkelijke verbetering zijn, als het gelukt een methode te vinden, waarbij voor het optreden van een quanteuze energieafgifte een criterium gebruikt kon worden, dat weer verdwijnt, zoodra de spanning, welke met deze energietrap correspondeert, gepasseerd is.

Zulk een criterium is wel aan te wijzen; de aanwezigheid van electronen, die hun geheele energie verloren hebben, kan als zoodanig gebruikt worden. Immers, wanneer een electron bij botsing tegen een gasatoom meer energie bezit dan noodig is om het atoom in een andere quanta-beweging te brengen, behoudt het electron na de botsing dit overschot aan energie. Een botsend electron kan dus alleen dan al zijn energie verliezen, wanneer deze energie precies gelijk is aan het vereischte energiequantum; hieruit blijkt, dat de aanwezigheid van electronen met de snelheid nul inderdaad een criterium is, zooals dat gewenscht wordt.

Op de volgende wijze kan men deze omstandigheden tot op zekere hoogte althans verwezenlijken: in een apparaat analoog aan dat van fig. 4, waarbij echter het gaasje N_2 wordt wegge laten, legt men op de gewone manier een versnellende spanning tusschen D en N_1 . De vangplaat P brengt men op de zelfde potentiaal als het gaas en het metalen omhulsel. Wordt de gloeidraad D hoog gegloeid, zoodat hij een sterken stroom van electronen uitzendt, dan vindt men voor de negatieve oplading van de plaat als functie van de versnellende spanning krommen, die voor iedere onelastische botsing een plotselinge stijging vertoonen, dadelijk gevolgd door een snelle afneming. De verschillende energietrappen komen in de kromme dus als een reeks van maxima voor den dag. In fig. 11 is een dergelijke kromme lijn, die op metingen in neon betrekking heeft, weergegeven. De verklaring van dit verschijnsel is waarschijnlijk te vinden in het bestaan van een ruimtelading in de „veldlooze” ruimte, die een gedeelte der electronen belet naar de plaat te gaan. Wanneer echter een deel der electronen bij botsing zijn energie verliest, worden deze naar het metalen omhulsel gedreven onder invloed van het electrisch

veld, dat aan de ruimtelading te danken is; als gevolg van dit verdwijnen van een aantal electronen, wordt de ruimtelading kleiner, waardoor een groot aantal electronen de plaat kunnen bereiken. Als de electronen echter na botsing een deel van hun energie hebben overgehouden, zullen ze niet naar het omhulsel worden weggedreven, zoodat dan de ruimtelading onverzwakt blijft bestaan. Ongetwijfeld moet deze verklaring slechts als een zeer globale worden beschouwd, en de langs dezen weg verkregen resultaten mogen niet op groote nauwkeurigheid aanspraak maken. Wel mag men er uit besluiten, dat inderdaad de aanwezigheid van electronen met de snelheid nul een zeer goed criterium kan zijn voor het optreden van onelastische botsingen, waardoor een veel betere scheiding der verschillende energietrappen mogelijk kan worden. Door schrijver dezes worden thans proefnemingen gedaan teneinde te trachten een verbeterde methode volgens dit principe uit te werken.

Figuur 11.



(Wordt vervolgd).

Eindhoven.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

EEN DEMONSTRATIEPROEF VOOR CORPUSCULAIRE STRALEN

door W. J. DE HAAS.

Naar aanleiding van een over atoombouw dit jaar in „Diligentia” gehouden cursus, had ik mij voorgenomen de door een Raaparaat uitgezonden alfa-deeltjes voor een zaal hoorbaar te tellen. Daar wellicht iemand belang stelt in de hiervoor benoedigde apparatuur of ten eigen gebruike de proef zou willen herhalen, stel ik hieronder de gegevens samen, die voor welslagen noodzakelijk zijn.

Zooals bekend, zijn alfa-deeltjes het eerst geteld langs electrischen

weg door Rutherford en Geiger ¹⁾. Hun doel was het aantal scintillaties van een zinksulfide-scherf onder invloed van een alfa-straal-bombardement door een tweede, onafhankelijke methode te verifiëren. Dit doel werd volkomen bereikt en sindsdien zijn de telmethoden, die niet op scintillatie berusten uitgebreid en verbeterd. Men kan opmerken dat het tellen van scintillaties een vermoeiend, omslachtig en tijdrovend werk is en dat gemakkelijk te hanteeren methodes gewenscht waren. Daarbij kwam nog de wensch, evenzeer de bèta-deeltjes voor verschillende doeleinden afzonderlijk waar te nemen. Nu geven bèta-deeltjes geen afzonderlijke scherpe scintillaties op een ZnS-scherf, hoogstens kan men spookachtige lichtverschijnselen opmerken bij het Barium-Platina-cyanuurscherf ²⁾. Het tellen van alfa-deeltjes met behulp van bepaald gekleurde soorten diamant ³⁾ moge betrouwbaarder zijn dan met een ZnS-scherf wegens de homogeniteit van den steen, methodisch wordt het nog omslachtiger en het leidt ook voor bèta-deeltjes tot geen resultaat.

Na Rutherford en Geiger heeft Regener zich met het probleem bezig gehouden ⁴⁾. Het is hem gelukt met behulp van een zeer vernuftig gedachte methode zoowel alfa-deeltjes als langzame kathode-electronen afzonderlijk te tellen langs electrischen weg. Ieder die het apparaat van Regener in werking gezien heeft, zal toegeven, dat het verschijnsel verrassend mooi te volgen is, doch slechts subjectief. Bovendien vereischt de methode van Regener eene experimenteele geoeffend- en begaafdheid als slechts weinigen bezitten. De methode is lastig na te bootsen.

Het eenvoudigste en tenslotte het doeltreffendste is de fraaie telmethode van Geiger ⁵⁾, die zoowel alfa- als bèta-deeltjes doet tellen. Deze methode berust op spitsontlading. E. Warburg en F. R. Gorton ⁶⁾ hebben aangetoond, dat de normale minimum-potentiaal van een scherpe spits, noodig ter ontlading, door herhaalde ontlading door de spits, door uitgloeien of door electrisch gloeien in vochtige lucht of vochtige zuurstof verhoogd wordt.

Door bestraling met ultraviolet licht of Radium-stralen kan de

¹⁾ Rutherford and Geiger, Proc. of Roy. Soc. A. 81, p. 141, 1908. Phys. Zeitschr. 10, p. 1, 1909.

²⁾ Regener, Verhandlung d. Deutsch. Phys. Ges. 19, p. 78, 351 1908.

³⁾ Regener, Sitzungsber. d. Kgl. preusz. Akad. d. Wiss. 38, p. 948, 1909.

⁴⁾ Regener, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 14, 7, p. 400, 1912.

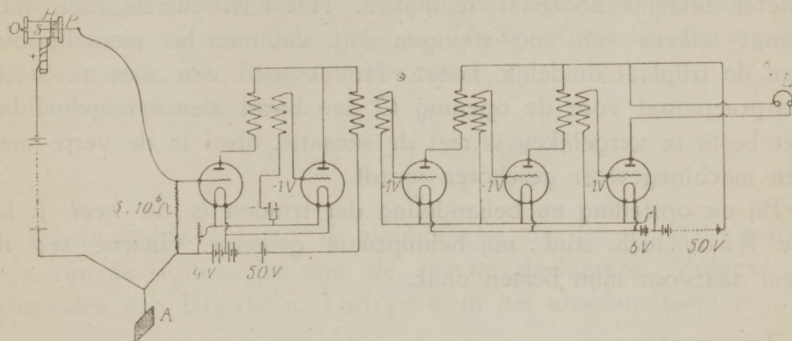
Le Radium 9, p. 150, 1912.

⁵⁾ Geiger, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 15, 534, 1913.

⁶⁾ Warburg und Gorton, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 7, 217, 1905. Ann. d. Phys. (4) 18, 128, 1905

verhoogde minimumpotentiaal tijdelijk weer op zijn normale waarde gebracht worden.

In de tekening vindt men de gevoelige spits door de letter *S*



aangeduid. Het is een gewone naald, waarvan de punt wat scherper gemaakt en gepolijst is; zij is geïsoleerd door de ebrietstop *P* gestoken binnen de huls *H* (ongeveer 3,5 cm. lang, straal ongeveer 1 cm.) In het aan de voorzijde afsluitend deksel bevindt zich de opening *O*. De huls *H* wordt op ongeveer 1200 Volt positief geladen door een kleine batterij (een Leidsche flesch is ook voldoende). De spits van de naald wordt daardoor negatief geïnduceerd en op eene spanning gebracht welke waarde tusschen de normale en verhoogde minimumpotentiaal inligt. Telkens wanneer nu een alfa- of bèta-deeltje door de opening *O* naar binnen geschoten wordt, treedt een spitsontlading op, die zijn ontstaan vindt in de stootionisatie welke in het sterke veld bij de spits optreedt. De positieve electriciteit van *H*, naar *S* overvloeiend, verhoogt oogenblikkelijk de potentiaal van *S* en het blijft bij ééne ontlading. De vroegere toestand herstelt zich onmiddellijk weer door de afvloeiing van de overmaat van electriciteit door een weerstand van $5 \cdot 10^{-6} \Omega$ (grafiet of Oost-Ind.-inktstreep op glas) naar de aarde.

De potentiaalschommeling van het eerste rooster van de eerste triode wordt op bekende wijze in stroompjes omgezet, die in cascadeschakeling van 5 trioden tenslotte versterkt in de luidsprekende telefoon *L* optreden. De twee linksche trioden op de tekening waren ingebouwd in een versterkingsapparaat van de Radio-industrie, Den Haag, terwijl de drie rechtsche tot een apparaat van Telefunken behoorden. Het is goed het stelsel zoo in te stellen, dat het niet genereert, anders is het fluiten der

apparaten hinderlijk; men kan dit door wijzigingen in den gloei-stroom en andere kunstgrepen gemakkelijk bereiken.

Het gelukt op deze wijze een alfa- of bèta-deeltje op 40, 50 Meter duidelijk hoorbaar te maken. Het telefoonmembraan ontvangt telkens een zoo stevigen slag, dat men het metaaltimbre van de trilplaat duidelijk hoort. Houdt men een niet te sterk Ra-paaparaat voor de opening O dan hoort men een geluid dat het beste te vergelijken is met de sensatie, alsof in de verte met een machinegeweer geschoten wordt.

Bij de opstelling en behandeling der trioden is de heer J. L. de Roos, tech. stud., mij behulpzaam geweest. Gaarne zeg ik hem daarvoor mijn besten dank.

Zusammenfassung:

Ein Vorlesungsversuch wird beschrieben mit welchem es gelang die Alfa- und Bèta-Teilchen für ein grösseres Publikum hörbar zu machen. Die wesentlichen Bestandteile der Apparatur sind: ein Geigerscher Zähler, einige Trioden in Kaskadenschaltung und Magna Vox.

HET WARMTE-THEOREMA VAN NERNST

door W. H. VAN DE SANDE BAKHUYZEN. ¹⁾

De voornaamste beteekenis van het Nernst-theorema ligt in het feit, dat men de affiniteit ²⁾ eener chemische reactie kan berekenen uit thermische gegevens. Vóór 1906 behoefde men om bij eene bepaalde temperatuur deze grootheid te kunnen berekenen, minstens ééne affiniteitsmeting. Deze meting legde de affiniteitskromme, die de affiniteit als functie der temperatuur voorstelt, en die volgens de klassieke thermodynamica nog onbepaald is, vast.

Het is de groote verdienste van Nernst geweest, ingezien te hebben, dat in het absolute nulpunt voor elke reactie de affiniteit van de temperatuur onafhankelijk is. Met deze hypothese is a priori de beginrichting der affiniteitskromme vastgelegd en zal men deze met de benoodigde thermische gegevens zonder verdere meting voor alle temperaturen kunnen construeeren.

Mathematisch komt de zaak hierop neer, dat Nernst in de oplossing der differentiaalvergelijking, die de tweede hoofdwet geeft,

¹⁾ Uit Schrijver's Proefschrift, Leiden 1921.

²⁾ Volgens van 't Hoff, Etudes de dynamique p. 177 (1883).

$$A = U + T \frac{dA}{dT} \quad (1)$$

de integratieconstante nul gesteld heeft.²⁾ (A is de afneming der vrije energie, als de reactie isotherm en reversibel verloopt, d. i. de maximale arbeid of affiniteit en U de afneming der energie bij de reactie, d. i. de reactie-warmte.)

De oplossing is dus

$$A = U - T \int_0^T \frac{dT}{T} \frac{dU}{dT} \quad (2)$$

Hierin is dus dU/dT de algebraïsche som der specifieke warmten van de stoffen, die aan de reactie deelnemen. Volgens de theoriën van Einstein, Debye is in het absolute nulpunt

$$\left(\frac{dU}{dT} \right)_{T=0} = 0. \quad (3)$$

A - en U -kromme loopen dus in het absolute nulpunt evenwijdig aan de temperatuur-as en zullen, omdat volgens (1) ook $A_0 = U_0$, elkaar daar aanraken.

Anders geformuleerd kan men, daar $dA/dT = S_2 - S_1$, het Nernst-theorema ook aldus uitspreken:

In het absolute nulpunt gaat met eene toestandsverandering in het systeem geen verandering van entropie gepaard, dus

$$S_2 = S_1. \quad (4)$$

Planck heeft het theorema uitgebreid door inplaats van (4) te stellen: $S_2 = S_1 = 0$ d. w. z. hij stelt de entropie van een systeem in elken toestand in het absolute nulpunt niet alleen gelijk, doch ook nul.

Het is niet mogelijk het theorema te bewijzen uit de tweede

1) Deze betrekking geldt alleen benaderd voor reactie's in gecondenseerde systemen, waar de volumeverandering der reactie mag worden verwaarloosd. Voor systemen, waarbij gassen optreden, is de formule onjuist en moet ze vervangen worden door de exacte betrekking:

$$A = U + T \left(\frac{\delta A}{\delta T} \right)_{v_1 v_2}$$

waarin dus $\left(\frac{\delta A}{\delta T} \right)_{v_1 v_2}$ beteekent: Meet voor eene temperatuur T_1 den maximalen arbeid, als het systeem van den eersten toestand met volumen v_1 gebracht wordt in den tweeden toestand met volumen v_2 , meet hetzelfde voor eene temperatuur $T + dT$ en deel het verschil dezer twee maximale arbeiden door dT .

2) Men kan dit gemakkelijk inzien, als men de volledige oplossing der differentiaalvergelijking

$$A = U - T \int_0^T \frac{dT}{T} \frac{dU}{dT} + C T$$

waarin C de integratieconstante is.

naar T differentieert en $T=0$ stelt. Men vindt dan

$$\left(\frac{dA}{dT} \right)_{T=0} = C$$

hoofdwet en het nulworden van dU/dT in het absolute nulpunt, zooals Nernst wil. Voor het bewijs is eene nieuwe hypothese noodig, die wel de derde hoofdwet genoemd wordt: Het is niet mogelijk eene machine te construeeren met behulp waarvan een lichaam tot het absolute nulpunt kan worden afgekoeld. Voor het bewijs zie Lorentz Chem. W. 10. 621 (1913).

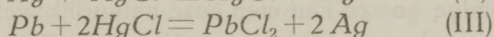
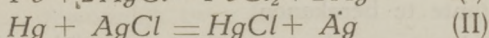
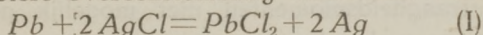
Wij willen nu eenige voorbeelden bespreken en nemen vooreerst den overgang van monokline en rhombische zwavel. Wij passen daartoe formule (2) toe. We moeten dan om A te berekenen voor de temperatuur T kennen U d. w. z. de overgangswarmte benevens dU/dT d. w. z. de specifieke warmte van monokline verminderd met die van rhombische zwavel en wel van het absolute nulpunt af tot T toe. In het overgangspunt zullen natuurlijk de vrije energiën van rhombische en monokline zwavel aan elkaar gelijk zijn; daar moet dus A nul zijn. Construeert men nu krommen door de experimenteel gegeven waarden der specifieke warmten van rhombische en monokline zwavel en bepaalt men uit deze krommen dU/dT , dan zullen de zoo verkregen waarden tezamen met eene waarde der overgangswarmte veroorloven het rechterlid van formule (2) te berekenen. Men vindt zoo voor het overgangspunt $T=450^{\circ}\text{K.}$, terwijl experimenteel gevonden wordt $T=369^{\circ}\text{K.}$ De afwijking is zeer groot. Daar echter de meetfouten der specifieke warmten vrij groot zijn en het hier slechts gaat om een verschil van twee specifieke warmten, hetwelk slechts eene fractie bedraagt der specifieke warmten zelf, ligt zeker deze afwijking van 80° nog binnen de experimenteele fout.

De methode, waarop Nernst eene overeenstemming van 1° nauwkeurig vindt, is aan ernstige bedenking onderhevig. Dat men zooals Nernst doet, dU/dT bij lage temperatuur niet als een lineaire functie der temperatuur mag voorstellen, is theoretisch als bekend te beschouwen; dat men zodoende uit het voorhanden experimenteele materiaal elke uitkomst kan verkrijgen, die men wil, liet Kruyt zien. Evenmin verdient het aanbeveling dU/dT voor elke temperatuur afzonderlijk door aftrekking der waargenomen specifieke warmten te berekenen. Daar juist de verschillen zoo groote fouten kunnen vertoonen, doet men beter te werk te gaan, als boven is beschreven. De kromme die men voor dU/dT verkrijgt, kan er niet zoo wonderlijk uitzien, als Nernst ze teekent.

Onderzoekt men het stelsel $CuSO_4 \cdot H_2O \rightleftharpoons CuSO_4 + H_2O$, hetgeen volgens de berekeningen van Siggel een nauwkeurig kloppend bewijs voor het Nernst-theorema zou geven, dan blijkt, dat dit geen toetsing van het theorema kan leveren bij gebrek aan de noodige experimenteele gegevens.

Evenmin kan de reactie $AgJ \rightleftharpoons Ag + J$ eene bevestiging van het theorema geven. Nernst berekent voor den maximalen arbeid eene waarde, die slechts 0.1 % van de experimenteele afwijkt. Men kan aantoonen, dat de groote onzekerheid in de specifieke warmte van jodium door het optreden van een overgangspunt bij lage temperaturen niet veroorlooft het theorema aan dit voorbeeld te toetsen.

Eene mooiere overeenstemming vindt men voor de reacties:



Hier zijn de reactiewarmten zeer nauwkeurig door electrische metingen te bepalen. Men kan n.l. gemakkelijk galvanische elementen construeeren, waarin zich de betreffende reactie afspeelt. Verder zijn de specifieke warmten der aan de reactie's deelnemende stoffen nauwkeurig bekend. Het Nernst-theorema veroorlooft nu de E.M.K. der besproken elementen uit reactiewarmte en specifieke warmten te berekenen. Zoo vindt men voor de E.M.K

	exp.	ber.
I	0.489	0.474
II	0.023	0.026
III	0.521	0.521

Voor eene toepassing op reactie's, waarbij gasen optreden, moet men gebruik maken van de reactie-isochoor van van 't Hoff

$$\frac{d \log K}{dT} = \frac{U}{RT^2}.$$

Integratie levert:

$$\log K_p = -\frac{U_0}{RT} + \frac{\Sigma c}{R} \log T + \Sigma C.$$

Het Nernst-theorema toont aan, dat ΣC de algebraische som is van de dampdruk-integratieconstanten der aan de reactie deelnemende stoffen, waarbij de C der verdwijnende stoffen het negatieve, die der ontstane stoffen het positieve teeken krijgt. Het vraagstuk is dus teruggebracht tot het vinden dezer zoogenaamde chemische constanten.

Voor éénatomige gassen is volgens Sackur - Tetrode - Stern:

$$C = \log \frac{(2 \pi m k)^{3/2} k}{h^3}$$

waarin m het atoomgewicht,

k de constante van Boltzmann,

h de constante van Planck voorstelt.

Zoo is $C = -1.587 + \frac{3}{2} \log m$.

De chemische constante van een gas hangt dus uitsluitend van het atoomgewicht af.

Voor meeratomige gassen zijn analoge betrekkingen af te leiden, waarin dan de hoofdtraagheidsmomenten van het molecuul een rol spelen. Voor meeratomige gassen is het bij gebrek aan juiste gegevens over traagheidsmomenten niet mogelijk geweest eene chemische constante te berekenen.

Voor eenatomige gassen kan men deze natuurlijk wel berekenen, daar ze alleen van het atoomgewicht afhangen. Tot nu toe zijn langs experimenteelen weg chemische constanten van A , Hg , Zn en H_2 — dit laatste gedraagt zich bij lagere temperatuur éénatomig — kunnen bepaald worden en deze kloppen zeer goed met de theoretisch afgeleide. Voor waterstof was het mogelijk met behulp van nog niet gepubliceerde, door Prof. Kamerlingh Onnes met groote welwillendheid afgestane metingen betreffende dampdrukken en een isotherm bij $T = 20.48^\circ K$. eene zeer nauwkeurige berekening der chemische constante uit te voeren, die — 1.11 leverde, terwijl de theorie — 1.13 verlangt. Zoo bleek het mogelijk eene zeer mooie bevestiging van het theorema te vinden in de door Kohner en Winternitz behandelde reductie van HgO met H_2 .

Ten slotte moge nog gewezen worden op het feit, dat de door Nernst, Cederberg e. a. afgeleide benaderde dampdrukformules een zuiver empirisch karakter hebben, dat de constante dezer formules niets te maken heeft met de chemische constante, dat de coëfficiënten van $1/T$ en van $\log T$ elke theoretische betekenis missen en dat men met extrapolatie buiten het gebied, waarvoor deze formules empirisch afgeleid zijn, uiterst voorzichtig moet zijn.

EEN VERBETERING AAN DEN NICOL ¹⁾

door C. A. REESER.

Bekijkt men het polarisatieveld van twee gekruiste nicols, waarop een zooveel mogelijk evenwijdige lichtbundel valt, door een op oneindig ingestelden kijker, dan blijkt het veld nooit geheel donker te zijn, behalve in een klein bandvormig gebied, dat zich bij de minste draaiing door het veld verplaatst en afneemt in donkerheid. Vermoedelijk het eerst door Landolt aangeduid, werd het door Drude en Sissingh als uiterst nauwkeurig instellingskenmerk voor den gekruisten stand der nicols gekruikt.

Heeft men uit een verzameling nicols diegene gekozen, die in den gekruisten stand het zwarte streepje van Landolt het allerbest vertoonen en tevens de grootste doorsnede hebben, dan bezitten deze gewoonlijk twee fouten:

- 1e. Ze geven aan den lichtbundel een evenwijdige verschuiving,
- 2e. Ze geven aan den lichtbundel een geringe richtingsverandering (hoekverplaatsing).

Beide fouten worden voor een groot deel veroorzaakt, doordat de nicols geen rechte eindvlakken hebben (prisma van Glan-Thompson).

Is de zijdelingsche verschuiving wegens de uitgebreidheid der lichtbundels gewoonlijk niet van beteekenis, de hoekverplaatsing kan hinderlijk wezen bij het meten van een effect dat van den invalshoek afhangt (bijv. de fazeverandering bij terugkaatsing van licht op metalen spiegels). Men constateert de afwijking gemakkelijk door met een kijker, voor evenwijdige stralen scherp gesteld, de verplaatsing van het beeld eener collimatorspleet na te gaan, wanneer men den nicol 360° om zijn as draait. De grootte der afwijking bepaalt men eenvoudig, wanneer de kijker over een graadverdeeling kan bewogen worden, waarbij men het spleetbeeld in zijn uiterste standen steeds in het snijpunt der kruisdraden houdt.

Op de volgende wijze heft men de fout op.

De lichtstraal zal n.l. steeds volgens de as van den polarisator uittreden, wanneer men er in slaagt hem bij draaiing van den polarisator steeds te laten intreden onder een hoek met de as, gelijk doch tegengesteld aan de afwijking. Is deze $20'$, dan behoeft men slechts vóór den polarisator een prisma te bevestigen aan dezen, dat de stralen $20'$ doet afwijken. Men verkrijgt dit door

¹⁾ Uit Schrijvers' Proefschrift, Amsterdam, 1921.

op den houder van den nicol en concentrisch daarmee te schuiven twee hulzen, die zoowel ten opzichte van elkaar als om den houder kunnen gedraaid worden. In ieder der hulzen is een glazen prisma met een brekenden hoek van 1° gekit. Een eenvoudige stereometrische beschouwing leert, dat door combinatie der beide prisma's in verschillende standen één prisma verkregen wordt, welks brekende hoek ligt tusschen 0° en 2° .² Door draaiing van beide prisma's afzonderlijk en tezamen gelukt het experimenteel spoedig de afwijking van den nicol tot $1'$ à $2'$ terug te brengen.

On supprime le déplacement angulaire d'un prisme de Nicol en plaçant tout simplement devant ce prisme-là deux autres de verre à petits angles réfringents.

VERKLARING DER MINIMUM-DEVIATIE ZONDER FORMULES

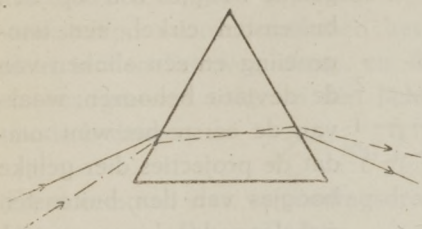
door A. D. FOKKER.

Er geldt een stelling, dat bij breking door een prisma de deviatie een minimum is voor dien stand van het prisma, waarbij de invallende en de uittredende straal symmetrisch zijn ten opzichte van het halveeringsvlak van den brekenden hoek. Een vriend van me heeft van deze stelling een afschuw. Dat ze in het onderwijs behandeld wordt, lijkt hem voor de jeugd een onnoodige kwelling:

Uit mijn eigen leerjaren herinner ik mij, dat wij de verklaring dezer minimum-deviatie rijkelijk lastig vonden, en mijn hooggeschatte leeraar van destijds liet duidelijk blijken dat hij het een dekselsche toer vond, om ons, jongens, zonder differentiaalrekening, die verklaring bij te brengen. Inderdaad, die berekeningen met sinussen! In de wiskunde-les moge men ervan genieten, maar in de natuurkunde-les is zooiets eenvoudig afschuwelijk. (Ik hoop dat niemand me mijn smaak kwalijk zal willen nemen).

Nu is er gelukkig wel een verklaring te vinden van de minimum-deviatie, zonder formules, gebaseerd alleen op de meetkundige symmetrie van het geval, het algemeen natuurkundig beginsel van de omkeerbaarheid aller lichtstralen, en de constructie van Snellius. Ongetwijfeld is dit bewijs reeds lang bekend. Het schijnt echter, hoe dan ook, in onbruik geraakt te zijn. In de hoop, dat deze of gene onder de collega's ermede gediend zal willen zijn, laat ik het hieronder volgen.

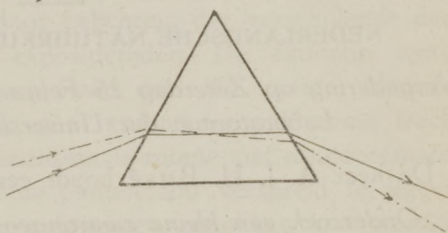
In de eerste plaats kan men zien, dat, indien een draaiing van het prisma uit den symmetrischen stand in de eene richting een vergrooting van de deviatie geeft, een draaiing in de andere richting evenzeer een vergrooting moet geven.



Figuur 1.

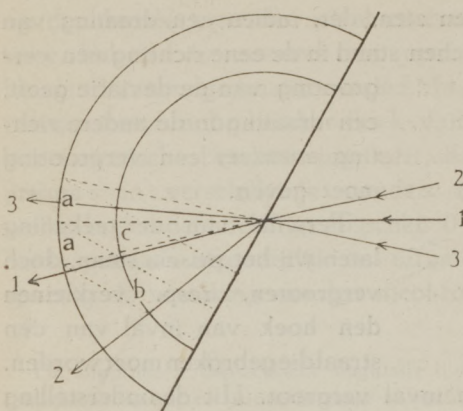
Terwille van de teekening laten wij het prisma staan, doch vergrooten, resp. verkleinen den hoek van inval van den straal die gebroken moet worden.

In figuur 1 is de hoek van inval vergroot. Uit de onderstelling dat de afwijking nu grooter is dan bij den symmetrischen stralenloop, bewijzen wij dat hetzelfde het geval zal zijn bij verkleining van den invalshoek, door de gansche figuur te spiegelen in een vlak, evenwijdig aan het vlak dat den brekenden hoek halveert, en in de nieuwe figuur den loop der stralen om te keeren. Door deze bewerking verandert de afwijking niet. Ook in het geval van figuur 2 is dus de deviatie grooter dan in het symmetrische geval. En de hoek van inval is daar kleiner geworden! Daarmede is het gestelde bewezen.



Figuur 2.

Dezelfde redeneering zou van toepassing zijn, indien de vergrooting van den hoek van inval de deviatie verminderd had; d. w. z. de redeneering bewijst wel, dat de deviatie een extremum is, doch nog niet dat zij een minimum is. Dat echter bij een verandering van stralenloop de totale deviatie aangroeit, is dadelijk in te zien uit de constructie van Snellius. De hoek, waarover de straal bij de breking aan het eerste zijvlak gedevieerd wordt, (fig. 1), neemt toe, aan het andere zijvlak neemt die hoek af. Het is uit de derde figuur aanstonds te zien, dat de toeneming van de eerste deviatie grooter is dan de afneming van de tweede. Immers, de hoeken, die de straal *binnen* het prisma maakt met de respectievelijke normalen der zijvlakken, zijn gelijk, en hetzelfde geldt van hun toeneming, resp. afneming. Zocals de figuur van



Figuur 3.

Snellius aanstonds doet zien, moet daarbij, dus bij gelijke boogjes *a a* op den buitensten cirkel, een aangroeiing en een slinken van de deviatie behooren, waarvan de eerste het wint, omdat de projecties dier gelijke boogjes van den buitensten cirkel op den binnensten, *b* en *c*, onmogelijk gelijk kunnen zijn: *b* is grooter. Zoodat werkelijk het extremum der deviatie een minimum is.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 25 Februari 1922 in het Natuurkundig Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

De heer A. J. H. Busé houdt een voordracht over:

„Onderzoek van kleine zwartingen der fotografische plaat.”

Onder de zwarting of extinctie van een homogeen gezwart deel der fotografische plaat verstaat men de Briggsche logarithme van $\frac{I_0}{I_1}$, wanneer I_0 resp. I_1 de intensiteit voorstellen van het licht, dat door een ongezwart resp. gezwart deel der plaat gegaan is. Wanneer men glycine als ontwikkelaar gebruikt, blijkt de aldus gedefinieerde extinctie onafhankelijk te zijn van de golflengte van den lichtbundel, waarmede men de zwarting bepaalt. Zij wordt nauwkeurig gemeten met den microphotometer van Moll, waarbij de intensiteitsmetingen geschieden met behulp van de combinatie thermozuil-galvanometer. (Zie verslagen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Deel XXVIII blz. 566.) Voor het onderzoek van kleine zwartingen is een gewijzigde vorm van bovengenoemd toestel te prefereeren. (Zie fig. 1 blz. 463 van dezelfde verslagen, Deel XXIX). De thermostroom wordt nu niet direct als uitslag van den galvanometer bepaald, doch hij wordt

gecompenseerd door den electrischen stroom van 2 accumulatoren, welke men met behulp van een decadenweerstandsbank op de juiste sterkte brengt. Stel, dat de compensatie door R_0 Ohm bewerkstelligd wordt, wanneer het blanke, ongezwarte deel der plaat in den lichtweg staat, en dat hiervoor R_1 Ohm noodig is, als een gezwart vakje in den lichtweg gezet is: Dan zal de extinctie bedragen

$$Z = \log \frac{I_0}{I_1} = \log \frac{R_1}{R_0}.$$

(De weerstand der verbindingsdraden is verwaarloosd, als zijnde klein t. o. v. R_1 en R_0 .)

Voor het onderzoek van zeer kleine extincties verdient het aanbeveling om niet te compenseeren, wanneer het gezwarte deel van de plaat in den lichtweg gezet wordt, doch direct den uitslag van het lichtbeeldje op de galvanometerschaal af te lezen, terwijl van te voren empirisch bepaald is, hoeveel Ohm noodig zijn om de verschillende uitslagen te compenseeren.

Aldus worden nu zeer kleine zwartingen gemeten, op een fotografische plaat verkregen door belichting der verschillende deelen gedurende gevarieerde expositietijden. De extinctie wordt bepaald t. o. v. één blank, ongezwart deel der plaat. Wanneer men met behulp van de verkregen resultaten een kromme tracht te construeeren in een tweedimensionale ruimte met als coördinaten zwarting en tijd, dan blijken de punten zoo verspreid te liggen, dat er geen betrouwbare curve doorheen getrokken kan worden.

De voor de hand liggende fouten, welke geëlimineerd dienen te worden, kunnen allereerst gevonden worden in de gelatine en het glas, wier doorlaatbaarheid van punt tot punt veranderen kan. Om deze te elimineeren werd bij een volgende proef zorg gedragen, dat een gezwart deel der plaat steeds omringd is door een viertal niet belichte deelen. De extinctie van een belicht vakje werd nu bepaald door het arithmetisch gemiddelde te nemen van de 4 zwartingsresultaten t. o. v. van elk der 4 blanke deelen. Ook nu bleek het niet mogelijk door de aldus verkregen punten een kromme te leggen. Er moest dus nog een fout aanwezig zijn, welke niet voldoende continu over de plaat verdeeld is. Deze blijkt werkelijk te bestaan en in het glas te zitten.

Wanneer men n.l. een volkomen schoongemaakte plaat, dus ontdaan van de gelatine, photometreert, dan blijkt deze zwartingsverschillen te vertoonen, welke kunnen stijgen tot 0,010 en die te wijten zijn aan een onregelmatige *dichtheidsverdeeling*. Hier-

door wordt een lichtbundel gaande door de glasplaat op *verschillende* plaatsen eenigszins verschillend afgeweken, en valt op een ander deel der thermozuil, zoodat op deze wijze ongelijke thermostroomen ontstaan. Om een overtuigend bewijs te verkrijgen, werd de zwarting van een glasplaat op een bepaalde plaats in twee verschillende standen bepaald. Deze extinctie werd n.l. berekend vóór en na een wenteling der plaat over een hoek van 180° om een as loodrecht op de plaat. Het resultaat was een zwartingsverschil van 0,004 wat aldus te verklaren is, dat het glas daar ter plaatse vervangen kan worden door een zwak brekend prisma, wiens oriëntering zal bepalen, naar welke zijde de lichtbundel eenigszins afgeweken wordt.

Voor een nauwkeurige bepaling van zeer kleine zwartingen heeft men dus als volgt te handelen. Na de extinctie van alle vakjes zoowel blanke als gezwarte bepaald te hebben (t. o. v. één bepaalde plaats), brenge men de glasfout in rekening voor ieder deel, door alle plaatsen nog eens te photometreeren na volkomen verwijdering der gelatine. Vervolgens bepale men de gemiddelde extinctie, welke een gezwart deel vertoont t. o. v. de 4 omringende hokjes, waardoor ook de gelatine-fout geëlimineerd is.

Met de aldus van deze fouten gezuiverde zwartingsresultaten werd opnieuw getracht een kromme (tijd, zwarting) te construeeren wat geschieden kon, omdat de afwijkingen ditmaal binnen toelaatbare grenzen liggen,

Vervolgens werd nagegaan of een fotografische plaat (Imperial) ook een inductie-periode bezit. Indien dit het geval is, snijden bovenstaande krommen de positieve tijdas. Het bleek dat het snijpunt van een vijftal krommen, wier eenig verschil verkregen was door gevarieerde ontwikkeling te kiezen, elkaar in den oorsprong van coördinaten snijden, zoodat er geen inductieperiode bestaat.

Gelijk bekend, verkrijgt men de karakteristieke kromme (of zwartingskromme) eener fotografische plaat door de extinctie uit te zetten tegen de logarithme van den expositietijd. Men heeft dan een kromme, welke eerst de bolle zijde naar de logarithmische tijdas keert, vervolgens een recht stuk vertoont om daarna om te buigen, zoodanig dat de holle zijde naar de tijdas gewend is.

Eindelijk komt het zoogenaamde solarisatiegebied, waarin verlenging van den expositietijd geen toename, doch eerder vermindering van zwarting tengevolge heeft (Men zie o.a. Handwörterbuch der Naturwissenschaften. Band VII).

De eerste deelen der curve komen resp. overeen met de tijden van onder-, normale en overexpositie.

De vergelijking van het rechte stuk is begrepen in de lijn $Z = A + B \log t$.

($Z = \text{zwarting}^a$; $t = \text{expositietijd}$.)

Getracht werd nu om ook voor het eerste stuk (onderexpositie) een vergelijking te vinden.

Het bleek dat er een vergelijking bestaat welke zoowel het eerste gebogen als het „rechte” deel der zwartingskromme bevat

n.l. $Z = A \log \left(\frac{t}{\bar{t}} + 1 \right)$.

Deze formule geeft aanleiding tot de volgende opmerkingen:

1e. Voor $t = 0$ wordt $Z = 0$. De kromme gaat door de oorsprong van coördinaten in het tijd-zwarting diagram.

2e. Voor t groot t. o. v. 1 gaat de kromme bij benadering over in een rechte, voldoende aan de zooeven neergeschreven vergelijking $Z = A + B \log t$.

3e. De curve is in overeenstemming met de opmerking van Oldenfrants te Upsala. (Zie Zeitschrift für Wissenschaftliche Photographie Deel XVI), die opmerkt, dat het rechte deel der kromme slechts bij benadering bestaat.

4e. Uit de vergelijking kan men besluiten dat de deelen van onder- en normale expositie theoretisch althans eenzelfde proces weergeven.

5e. Waarvan de parameter $\bar{t}$ afhangt, dient nog nader onderzocht te worden.

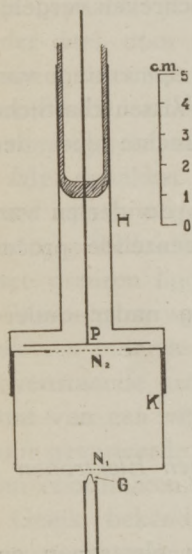
G. Hertz houdt daarna een voordracht:

Ueber die mittlere freie Weglänge von langsamen Elektronen in Neon und Argon.

Voor het begrip der gemiddelde weglengte van electronen en haar afhankelijkheid van de snelheid der electronen moge naar de onlangs in dit tijdschrift ¹⁾ verschenen uitvoerige publicatie verwezen worden. Het doel der metingen, welker resultaten het onderwerp dezer mededeeling vormen, was de verificatie van de daar eveneens besproken resultaten van Mayer en Ramsauer, vooral met het oog op het verschillend gedrag van neon en argon. Er werd een methode gekozen, volgens welke men niet

¹⁾ G. Hertz, Physica 2, p. 15—26, (1922).

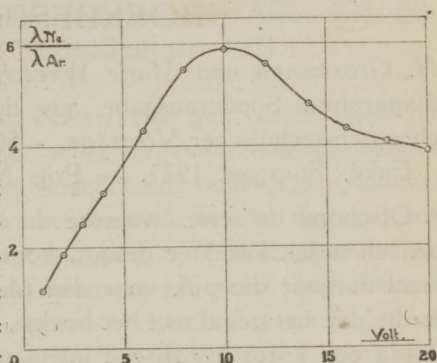
de absolute waarden der vrije weglengte meten kan, doch die ons in staat stelt de verhouding der gemiddelde vrije weglengten in verschillende edelgassen op eenvoudige wijze nauwkeurig te meten. Het uitgangspunt vormde de volgende overweging: In een veldvrije ruimte is de beweging van electronen in een edelgas, indien geen onelastische botsingen plaats hebben, enkel en alleen bepaald door de gemiddelde vrije weglengte der electronen. Neem ik dus in een veldvrije ruimte, achtereenvolgens gevuld met twee verschillende edelgassen van bepaalde druk, juist dezelfde electronenbeweging waar, dan kan ik besluiten, dat de gemiddelde vrije weglengten der electronen in de beide gassen bij de gebruikte drukken juist gelijk waren. Omgekeerd kan ik daaruit afleiden, dat de verhouding dezer corresponderende drukken gelijk is aan de verhouding der gemiddelde vrije weglengten van de electronen in de beide gassen bij dezelfde druk.



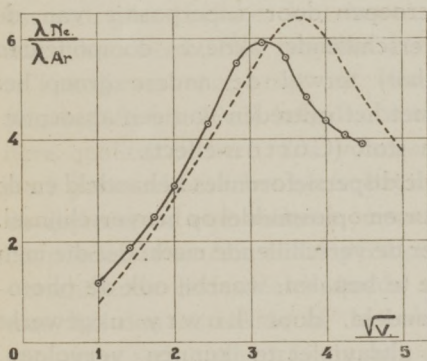
Figuur 1.

Figuur 1 stelt het gebruikte toestel voor. De van een gloeidraad G uitgaande electronen worden over een korten weg door een electrisch veld versneld en treden door het gaasje N_1 een veldvrije ruimte binnen. Zij botsen hier tegen de atomen van het edelgas, waarmede het toestel gevuld is en komen ten deele door het draadnet N_2 op de vangplaat P . Tusschen N_2 en P is een vertragende spanning geschakeld, welke $\frac{3}{4}$ bedraagt van de versnellende spanning tusschen G en N_1 , om te verhinderen dat langzame electronen die bij grootere snelheden door de botsing van electronen op de metaaloppervlakte ontstaan, op de vangplaat komen en het resultaat beïnvloeden. De op de plaat komende electronenstroom werd nu gemeten in zijn afhankelijkheid van de gasdruk en van de versnellende spanning. Uit de resultaten, verkregen uit zulke metingen in neon en argon, kon dan op grond van bovenstaande beschouwingen de verhouding der gemiddelde vrije weglengte in neon en argon als functie der snelheid van de electronen gevonden worden. Het resultaat is voorgesteld in nevenstaande krommen, waarvan fig. 2 de waarde dezer verhouding als functie der spanning geeft, die met de electronensnelheid overeenkomt, terwijl in fig. 3 de wortel uit deze

spanning als abscis is genomen, die met de electronensnelheid evenredig is. De gestippelde lijn geeft ter vergelijking de waarden, die uit de metingen van Ramsauer volgen. Het resultaat is, dat in overeenstemming met Ramsauer gevonden wordt, dat de gemiddelde vrije weglengte van langzame electronen in het geheel niet constant is, zooals men vroeger had aangenomen, doch in hooge mate van de electronensnelheid afhangt, en dat dit abnormale gedrag bijzonder sterk bij argon optreedt ¹⁾.



Figuur 2.



Figuur 3.

Voor de elektrische ontleding in neon en argon is dit verschillend gedrag van grootte beteekenis. Het aantal botsingen dat een electron van de snelheid v bij het doorloopen van de lengte-eenheid in een elektrisch veld E ondergaat, is $v^2 m / \lambda^2 E e$. ²⁾ Hieruit volgt, op grond van bovenstaande resultaten, dat electronen, welker snelheid met de aanslag-

spanning overeenkomt, onder gelijke omstandigheden bij het doorloopen van eenzelfde weg in argon ongeveer 25 maal zooveel botsingen ondergaan als in neon, en dit verklaart het door Holst en Oosterhuis ³⁾ gevonden feit, dat voor het verschillende gedrag der beide gassen bij de glimontlading kenmerkend is, n.l. dat het verschijnsel van het opwekken van ultraviolet licht door botsingen van electronen boven de aanslagspanning in neon buitengewoon zwak is onder omstandigheden waarin het in argon reeds zoo sterk is, dat bijna alle electronen hun energie bij dergelijke botsingen verliezen.

¹⁾ Hoewel de methode slechts nauwkeurige waarden voor de verhouding der gemiddelde vrije weglengten in de beide gassen geeft, kan men toch uit de uitkomsten der metingen besluiten, dat de gemiddelde vrije weglengte der electronen in neon slechts weinig, in argon daarentegen sterk van de electronensnelheid afhangt.

²⁾ Vergl. G. Hertz l. c.

³⁾ G. Holst en E. Oosterhuis, Physica 1, 80, (1921).

BOEKBESPREKING.

H. Grossmann und Marie Wreschner. Die anomale Rotationsdispersion. Sonderausgabe aus der Sammlung chemischer und chemisch-technischer Vorträge. - 56 blz. 11 fig. Verlag von Ferd. Enke, Stuttgart 1921. — Prijs M. 5.— + valutavereffening.

Ofschoon de serie, waartoe dit boekje behoort, in hoofdzaak een chemisch karakter draagt, komen er af en toe toch wel nummers in voor die ook voor den physicus van belang zijn. En zoo is dit dan het geval met het boekje, dat bovenstaanden titel draagt.

Na een korte historische inleiding verdeelen de schrijvers hun onderwerp in een algemeen en een meer speciaal gedeelte. In het eerste wordt eerst een overzicht gegeven van de verschillende gevallen van anomale draaiingsdispersie, waarbij een verdeling wordt gemaakt in twee groote groepen, de eene waar het verschijnsel wordt te voorschijn geroepen door superpositie van de afzonderlijke draaiingen der verschillende actieve componenten (zoowel extra- als intramoleculair) terwijl de andere groep het verschijnsel in verband brengt met het optreden van een absorptielijn in het spectrum der actieve stof. (Cotton-effect).

Daarna worden de verschillende dispersieformules behandeld en de invloed besproken van temperatuur en oplosmiddel op het verschijnsel.

Hierop volgt een overzicht over de verschillende methodes die men gebruikt om de draaiingsdispersie te bepalen, waarbij ook de photographische methode wordt behandeld, door Lowry uitgewerkt om ook het verschijnsel in het ultraviolet te kunnen vervolgen.

Het speciale gedeelte behandelt uitvoerig het optreden van het verschijnsel bij wijsteeenzuur en appelzuur en de van deze afgeleide verbindingen, terwijl daarna verschillende gevallen van het Cotton-effect meer uiteengezet worden.

Een aanhangsel over de anomale draaiingsdispersie van de complexe zouten van Werner besluit het geheel.

Door de uitvoerige literatuuropgave vormt dit boekje voor hen, die met het verschijnsel nader willen kennis maken of op dit gebied verder willen werken een onmisbaar bezit.

Want al geeft dit boekje een uitnemend overzicht van hetgeen reeds experimenteel op dit gebied is bereikt, de theoreticus zal zien dat er zich hier een groot terrein uitstrekt, en er nog heel wat te doen valt, eer al deze verschijnselen theoretisch zullen kunnen worden begrepen.

v. L.

W. Nernst, *Theoretische Chemie*, 8e bis 10e Aufl., 896 Blz., 58 fig. Ferdinand Enke, Stuttgart 1921.

De *Theoretische Chemie* van Nernst is het eerste boek geweest, waarin een samenvatting werd gegeven van de geheele fysische chemie en waarin de verschillende onderdeelen daarvan vanuit één gezichtspunt werden beschouwd. In de dertig jaren, die sinds dit eerste verschijnen verlopen zijn, heeft deze wetenschap zich sterk ontwikkeld, zijn er naast „Nernst” verschillende andere leerboeken verschenen en zijn er speciaal zeer vele boeken gekomen, die bijzondere onderdeelen van de fysische scheikunde zooals electrochemie, photochemie, kolloïdchemie, spectrochemie, de leer der evenwichten en van de reactiesnelheid enz. apart behandelen. Iemand, die belang stelt in een dergelijk onderdeel, zal daardoor allicht zijn toevlucht nemen tot zulk een speciaal werk, dat zich gemakkelijker laat lezen en uitvoeriger is dan een algemeen handboek. Het feit, dat Nernst zich zoo lang heeft weten te handhaven, nog niet uit den tijd is en thans zijn 8e druk (waarom 8e bis 10e?) beleeft, bewijst wel dat dit boek zeer bijzondere qualiteiten bezit. De voornaamste is wel deze, dat het een sterk persoonlijk cachet heeft; het is niet een compilatie van artikelen en meeningen van anderen, maar geeft het weldoordachte inzicht en oordeel van één enkel persoon, die het verband tusschen de verschillende onderdeelen steeds voor oogen heeft. En al mag men het dan in enkele of meerdere deelen niet met hem eens zijn, men stelt toch prijs op het oordeel van den Nobelprijswinnaar van 1921 en zal in verschillende gevallen willen weten, hoe Nernst er over denkt.

De voorlaatste druk dateerde van 1912 en het is daarom duidelijk dat in de nieuwe uitgave verschillende wijzigingen en toevoegingen hebben plaats gehad. De ontwikkeling der atoomtheorie heeft belangrijke omwerking van de paragrafen over het periodiek systeem, de radioactiviteit, het spectrum, de photochemie noodig gemaakt. Ook de nieuwere theorieën omtrent de kristalstructuur worden vrij uitvoerig behandeld. Speciale aandacht wordt gewijd aan het warmtetheorema van Nernst, dat in verschillende hoofdstukken in toepassing wordt gebracht. Ter staving hiervan wordt o.a. op pag. 831 het galv. element lood — jodium aangehaald. Volgens de oude regel van Thomson, $E = U/n \cdot 23046$ volt, zou men uit $U = 41850$ cal. berekenen $E = 0,908$ volt. Toepassing

van het nieuwe theorema met gebruikmaking van de soort. warmten geeft 0,906 volt, terwijl experimenteel gevonden is 0,890 volt. Deze overeenstemming wordt voldoende genoemd. Een onbevangen beoordeelaar zal haar echter, waar zij weinig beter is dan die volgens Thomson, anders betitelen.

Het persoonlijke cachet brengt vanzelf mede, dat aan enkele onderdeelen meer, aan andere minder aandacht wordt gewijd. Nernst vermeldt in zijn voorrede, dat de tijd heeft geleerd, dat hij daarin bij de vroegere drukken zeer gelukkig is geweest en het waardevolle en blijvende goed van de „Eintagshypothesen” heeft weten te onderscheiden. Wie zich de ietwat smalende wijze herinnert, waarin hij zich in een van de vroegere drukken uitsprak over den fasenregel en het werk van Bakhuis Rooseboom en thans nagaat welk een rijke vruchten dit werk in verschillende richting zoowel voor de zuivere als voor de toegepaste wetenschap heeft gehad, zal hem dit niet grif toegeven.

In het algemeen is in de nieuwe uitgave zorgvuldig rekening gehouden met nieuwere onderzoekingen, zoodat wij haar als een welkome aanwinst van de literatuur mogen begroeten.

R.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

H. Groot, Beknopte Inleiding tot de kennis van ons Zonnestelsel, 48 blz., 19 fig.

— *C. A. J. van Dishoeck*, Bussum, 1922. Prijs f 1.—

John Case, Notes and examples on the theory of heat and heat engines. 136 blz.

41 fig. — *W. Heffer and Sons Ltd*, Cambridge 1922. Prijs 7/6 net.

MEDEDEELINGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Algemeene Vergadering op Zaterdag 1 April 1922, des namiddags te 4 uur, in de Collegezaal van het Fysisch Laboratorium der Gemeentelijke Universiteit te Amsterdam, Plantage Muidergracht.

Agenda:

W. H. Keesom: „DiffRACTIE van Röntgenstralen door vloeistoffen.”

Discussie naar aanleiding van de voordracht van *G. Hertz*: „Ueber die mittlere freie Weglänge von langsamen Elektronen in Neon und Argon.”

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

APRIL 1922

NUMMER 4.

OVER DE GELEIDING VAN ELECTRICITEIT IN GASSEN

(*Vervolg*)

III. SAMENHANG TUSSCHEN SPECTRAALREEKSEN EN DE QUANTEUZE ENERGIE-WISSELING BIJ DE BOTSING VAN ELECTRONEN TEGEN GASMOLECULEN

door G. HERTZ

Volgens de theorie van Bohr kan een atoom (of molecuul) slechts in zeer bepaalde stationaire bewegingstoestanden verkeerem; de voorwaarden voor deze discrete bewegingstoestanden worden door de quanta-theorie aangegeven. De overgang van een atoom van den eenen stationairen toestand in een anderen gaat gepaard met het uitzenden van straling van een bepaalde golflengte. De frequentie ν van deze straling is gegeven door de vergelijking

$$h\nu = W_2 - W_1;$$

hierin is h de constante van Planck, W_1 en W_2 de energie van het atoom in de beide toestanden, waartusschen de overgang plaats vindt. De frequenties van alle spectraallijnen, welke een atoom kan uitzenden, moeten dus voorgesteld kunnen worden als de verschillen van een aantal grootheden, welke grootheden niet anders zijn dan de (door h gedeelde) waarden der energie van het atoom in de verschillende quantatoestanden. Deze wijze van voorstelling was reeds vóór Bohr bekend, als resultaat van de zeer uitvoerige onderzoekingen op het gebied der spectraalreeksen verricht. In alle formules voor spectraalreeksen worden de frequenties der lijnen teruggebracht tot reeksen van termen, en wel zoo, dat de frequenties der lijnen steeds aan het verschil van twee dergelijke termen gelijk blijken te zijn. Deze langs empirischen weg ingevoerde termen zijn nu, volgens de theorie van Bohr, te beschouwen als de (door h gedeelde) waarden

van de energie van het atoom in zijn verschillende quantatoestanden; en wel blijkt bij nadere vergelijking, dat de in de spectroscopie gebruikte termen gelijk zijn aan de negatieve waarden van de energie van het atoom; daarbij wordt de energie van het atoom, waaruit een electron tot in het oneindige is verwijderd, gelijk nul aangenomen. Daar men hier echter alleen met *energieverschillen* te doen heeft, is dit voor ons verder van geen beteekenis.

Emissie van straling treedt dus op, wanneer het atoom van een hooger en in een lageren quantatoestand overgaat; bij de *absorptie* van straling zal juist het omgekeerde plaats vinden. Bevindt een atoom, dat in zijn ongestoorden bewegingstoestand verkeert, zich in een stralingsveld, en is de frequentie van deze straling dezelfde als die van een absorptielijn van het atoom, dan kan het atoom in een hooger en in een lageren quantatoestand overgaan, en onttrekt tegelijkertijd aan de straling het benodigde energiequantum, waarbij natuurlijk ook weer aan de betrekking $h\nu = W_2 - W_1$ voldaan is. Men kan hieruit direct de conclusie trekken, dat niet alle emissielijnen van een atoom tevens absorptielijnen zullen zijn van het atoom in zijn ongestoorden toestand; dit is alleen het geval voor die emissielijnen, die optreden bij den overgang van een hooger en in een lageren quantatoestand in den normalen toestand van het atoom.

Een geheel analoog geval hebben wij, wanneer een atoom door botsing met een electron uit zijn normalen toestand gebracht wordt in een hooger en in een lageren quantatoestand. Daar de normale toestand hier altijd het uitgangspunt is bij de quanteuze toestandsverandering, kan door botsing van een normaal atoom met een electron dit laatste alleen zulke energie-quanta aan het atoom afgeven, welke met de absorptielijnen van het atoom in zijn normalen toestand correspondeeren.

Dezen samenhang tusschen spectraalreeksen en onelastische botsingen van electronen zullen we thans nader gaan bespreken, en wel zullen daarbij in het bijzonder de *alkali-metalen* ter sprake komen, omdat de verschijnselen hierbij het best te overzien zijn. Als voorbeeld nemen wij het metaal *natrium*; de spectraalreeksen van dit element kunnen wij in navolging van Bohr schematisch aangeven op de in fig. 1 aangegeven wijze. Hierin is iedere mogelijke quantatoestand van het natrium-atoom door een punt voorgesteld, de afstand van zulk een punt tot de verticale as is gelijk aan de waarde van den corresponderenden „term”; deze

afstand is dus evenredig met het verschil in energie van het atoom in den beschouwden quantatoestand en in den geïoniseerden toestand, of m.a.w. evenredig met den arbeid, die verricht moet worden om het electron, dat zich op de beschouwde quantabaan

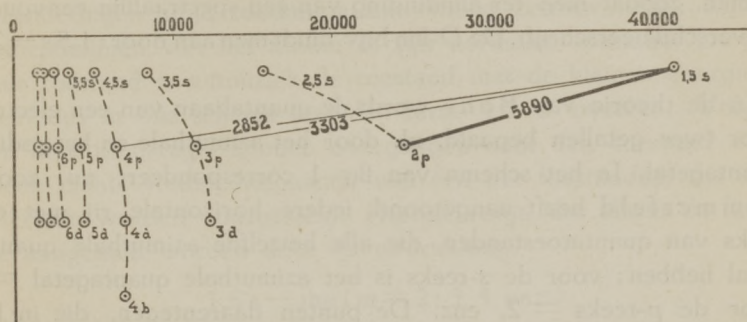


Fig. 1. Natrium.

bevindt, uit die baan naar het oneindige te brengen. Deze wijze van voorstellen is hierom zoo geschikt, omdat men het verschil in energie van het atoom in twee verschillende quanta-toestanden (en daarmede tevens de frequentie van de straling, die bij den overgang van den eenen toestand in den anderen optreedt) zonder meer uit de voorstelling kan aflezen, n.l. als het verschil van de abscissen der bijbehorende punten.¹⁾

In het geval van het natriumspectrum vormen de „termen” niet een enkele doorloopende reeks, maar er bestaan hier verschillende reeksen van termen naast elkander, zooals ook duidelijk uitkomt in de figuur, waar de verschillende reeksen van termen boven elkaar zijn aangegeven. Het is in de spectroscopie gebruikelijk, de verschillende reeksen van termen door een letter aan te duiden, terwijl de afzonderlijke termen nog een getal als aanwijzer ontvangen. Zoo onderscheidt men bij de alkalimetalen *s*-, *p*-, *d*-, en *b*-termen; de afzonderlijke *s*-termen krijgen de aanwijzers 1.5, 2.5 enz.; bij de andere reeksen gebruikt men geheele getallen als aanwijzers; als eerste aanwijzer komt in de *p*-reeks het getal 2 voor, in de *d*-reeks het getal 3, enz. Deze wijze van aanduiding hangt samen met den bijzonderen aard der formules, door welke de waarden der termen als functie van de aanwijzers worden uitgedrukt. In ons schema zijn de termen eveneens op de in de spectroscopie gebruikelijke wijze aangeduid.

1) De bij de horizontale as geschreven getallen geven niet de frequentie zelf aan, maar de er mede evenredige reciproke waarden van de golflengte.

Een spectraallijn correspondeert met een overgang tusschen twee toestanden; in het schema wordt zulk een lijn aangeduid door de verbindingslijn van de punten die de beide termen voorstellen. De frequentie der spectraallijn is gelijk aan het verschil der beide termen, zoodat men ter aanduiding van een spectraallijn eenvoudig dit verschil neerschrijft. De *D*-lijn bijv. duidt men aan door: $1.5s - 2p$.

In de theorie van Bohr wordt de quantabaan van een electron door twee getallen bepaald, nl. door het azimuthale en het radiale quantagetel. In het schema van fig. 1 correspondeert nu, zooals Sommerfeld heeft aangetoond, iedere horizontale rij met een reeks van quantatoestanden, die alle hetzelfde azimuthale quantagetel hebben; voor de *s*-reeks is het azimuthale quantagetel = 1, voor de *p*-reeks = 2, enz. De punten daarentegen, die in het schema door stippellijnen verbonden zijn, corresponderen met quantatoestanden, waarvoor de som der beide quantagetallen een bepaalde waarde heeft; voor iedere meer naar links gelegen stippellijn is deze som telkens een eenheid grooter. Zooals men ziet, bezitten de termen met gelijke som der quantagetallen ook den zelfden aanwijzer, uitgezonderd de *s*-termen, waar de aanwijzer steeds 0.5 hooger is. Ongetwijfeld zal men mettertijd tot een andere wijze van aanduiding der termen overgaan, welke meer in overeenstemming is met hunne beteekenis; vooral het gebruik van gebroken waarden der aanwijzers zal men dan zonder twijfel laten vallen. Voor ons is thans de hoofdzak te weten, dat in het schema bij iederen stap in horizontale richting het radiale quantagetel, bij iederen stap in verticale richting het azimuthale quantagetel een eenheid verandert.

Het aantal quantum-overgangen, en dus ook het aantal emissielijnen dat onder normale omstandigheden (dat beteekent in de allereerste plaats, dat het atoom zich niet onder den invloed van een sterk electrisch veld bevindt mogelijk is, wordt echter aanmerkelijk beperkt door den *uitsluitingsregel* ¹⁾ dien Bohr op grond van zijn correspondentiebeginsel heeft afgeleid; deze houdt in, dat overgangen uingesloten zijn, tenzij het azimuthale quantagetel met + 1 of met - 1 verandert. In het schema van figuur 1 wil dit zeggen dat er alleen een overgang kan plaats vinden tusschen toestanden, die zich op aangrenzende horizontale lijnen bevinden.

¹ „Auswahlprinzip“.

Wij hebben reeds gezien, dat, wanneer bij de botsing van een electron tegen een gasmolecuul quanteuze energiewisseling optreedt, het atoom uit zijn normalen toestand overgaat in een hooger en quantatoestand, zoodat de hierbij optredende quanteuze toestandsveranderingen altijd zoodanige zijn, welke beantwoorden aan de absorptielijnen van het atoom in zijn normalen toestand. De normale toestand is natuurlijk de toestand met de kleinste energie en komt dus in ons schema met den term $1.5 s$ overeen. Volgens den uitsluitingsregel kunnen overgangen naar den toestand $1.5 s$ alleen plaats vinden, uitgaande van één der toestanden, die door p -termen worden voorgesteld. Hieruit volgt, dat alleen de lijnen, die aangeduid worden door de uitdrukking

$$1.5 s - mp \quad (m = 2; 3, 4 \text{ enz.})$$

ook absorptielijnen van het atoom in normalen toestand kunnen zijn. De door deze uitdrukking voorgestelde reeks van spectraallijnen wordt in de spectroscopie de *hoofdreeks* van het alkali-metaal genoemd. Inderdaad zijn de lijnen van de hoofdreeks de eenige, die tevens absorptielijnen van het alkaliatoom in zijn normalen toestand zijn. We moeten dus verwachten, dat de energiequanta, die met de lijnen der hoofdreeks correspondeeren, ook door botsing van electronen aan het atoom kunnen worden afgegeven. Van bijzonder belang is daarbij het kleinste energiequantum, dat op deze wijze kan worden afgegeven; dit quantum moet, zooals direct in het schema te zien is, correspondeeren met het eerste lid van de hoofdreeks, dus in het geval van natrium met de D -lijn ($1.5 s - 2 p$). Het product van de frequentie der D -lijn en de constante van Planck h , is dus gelijk aan het kleinste energiequantum, dat door botsing van een electron aan een natriumatoom kan worden afgegeven. Geeft men de energie van een electron aan door de spanning V , die het electron vrij moet doorloopen, om deze energie te verkrijgen, dan kan men ook schrijven: $Ve = h\nu$. Door deze betrekking is dus een verband gelegd tusschen de aanslagspanning en de frequentie van het eerste lid der hoofdreeks.

Het eerste lid der hoofdreeks heeft echter nog een bijzondere eigenschap. Is het atoom op de een of andere wijze in den toestand $2 p$ gekomen, dan kan het op geen andere manier dan door den overgang $1.5 s - 2 p$ in zijn normalen toestand terugkeeren. Alle energie, die gebruikt is, om het atoom in den toestand $2 p$ te

brengen, zal dus als straling met de golflengte van deze lijn $1.5s - 2p$ worden uitgezonden. Wanneer men het atoom in den toestand $2p$ brengt, doordat men het straling met de golflengte van de lijn $1.5s - 2p$ laat absorbeeren, dan zal alle geabsorbeerde energie daarna ook weer als straling van diezelfde golflengte worden uitgezonden. Een spectraallijn, die deze eigenschap vertoont, noemt men een *resonantielij*n; en uit het schema ziet men direct, dat bij de alkalimetalen het eerste lid van de hoofdreeks de eenige resonantielij is. De aanslagspanning van een alkaliatoom wordt dus gegeven door de vergelijking

$$Ve = h\nu,$$

waarin ν de frequentie van de resonantielij is.

Laat men electronen met energie, overeenkomende met de aanslagspanning, botsen tegen de atomen van een alkalidamp, dan zullen deze atomen, evenals bij absorptie van de straling der resonantielij, overgebracht worden in den toestand $2p$; zij kunnen daarna weer in den normalen toestand terugkeeren onder uitzending van de resonantielij. Bij de alkalimetalen is dus de aanslagspanning tevens de spanning, welke een electron minstens moet hebben doorloopen, om bij botsing tegen een atoom tot het uitzenden van de resonantielij aanleiding te kunnen geven. Deze laatste spanning noemt men de *resonantiespanning*. Bij de alkalimetalen is dus de aanslagspanning hetzelfde als de resonantiespanning. Dit is echter volstrekt niet algemeen het geval; het is een bijzondere eigenschap der alkalimetalen, die samenhangt met hun zeer eenvoudig spectrum.

Zoolang de botsende electronen wel de resonantiespanning doorloopen hebben, maar hun energie nog niet groot genoeg is, om het atoom in een hooger quantatoestand te brengen dan den toestand $2p$, kan behalve de resonantielij geen enkele andere lijn worden uitgestraald; wij hebben nu dus te doen met een „enkel-lijng spectrum”. Eerst, wanneer de snelheid der electronen nog grooter wordt, kan successievelijk ook het uitzenden van andere lijnen optreden. Wordt tenslotte de energie der botsende electronen voldoende groot, om den arbeid te verrichten, noodig voor het losmaken van een electron uit het atoom, dan treedt de ionisatie op. Ook de waarde van de ionisatiespanning kan zonder meer uit het schema worden afgelezen. Hierboven merkten wij namelijk reeds op, dat iedere term een mogelijke bewegingstoestand

van het atoom voorstelt en dat de waarde van dien term, na vermenigvuldiging met h , den arbeid aangeeft, die noodig is om het atoom over te brengen uit den beschouwdan toestand naar den geïoniseerden toestand. Wij vinden dus direct de waarde van den ionisatiearbeid door den term $1.5 s$, die den normalen toestand aangeeft, met h te vermenigvuldigen. Deze term heeft echter ook in de spectraalreeks een karakteristieke beteekenis, het is, zooals gemakkelijk is in te zien, de frequentie van de grens der hoofdreëks.

Resumeerend kan men dus verder zeggen: *de resonantiespanning en de ionisatiespanning der alkali-metalen kan men berekenen met behulp van de betrekking $Ve = h\nu$; hierbij moet voor het berekenen der resonantiespanning de frequentie der resonantielij, voor het berekenen der ionisatiespanning de frequentie van de grens der hoofdreëks worden genomen.*

Deze gevolgtrekkingen uit de theorie van Bohr blijken nu experimenteel zeer goed bevestigd te worden. In tabel I zijn aangegeven: de golflengte van de resonantielij en van de grens der hoofdreëks, de daaruit berekende waarde der resonantie- en ionisatiespanningen en bovendien de waargenomen waarden van deze spanningen. Hierbij dient nog opgemerkt te worden, dat het aan onze beschouwing ten grondslag liggende schema in zooverre vereenvoudigd is, dat in werkelijkheid de p -termen dubbel zijn. De lijnen der hoofdreëks zijn daardoor dubletten; maar de afstanden der beide lijnen van het dublet zijn klein, zoodat bij de thans bereikbare nauwkeurigheid in het meten der resonantie-spanningen zulk een verschil toch niet kan worden waargenomen. De in de tabel opgegeven waarden der golflengte gelden telkens voor de componenten met de grootste golflengte van het dublet.

Tabel I.

Metaal	Golflengte der resonantielij	Golflengte van de grens d. hoofdreëks	Resonantiesp.		Ionisatiesp.	
			waargen.	berek.	waargen.	berek.
Lithium	6707.8	2299.7	—	1.84	—	5.36
Natrium	5895.9	2413.1	2.13	2.09	5.13	5.11
Kalium	7690.0	2856.7	1.55	1.60	4.1	4.32
Rubidium	7947.6	2968.4	1.6	1.55	4.1	4.15
Caesium	8943.5	3184.3	1.48	1.38	3.9	3.87

Bij de metalen van de *tweede groep*, uit het periodiek systeem zijn de omstandigheden meer gecompliceerd, maar aan de hand

van het termen-schema toch vrij gemakkelijk te overzien. In fig. 2 is als voorbeeld het schema van kwikzilver gegeven. Zooals men ziet, treden hier twee, van elkander onafhankelijke systemen van

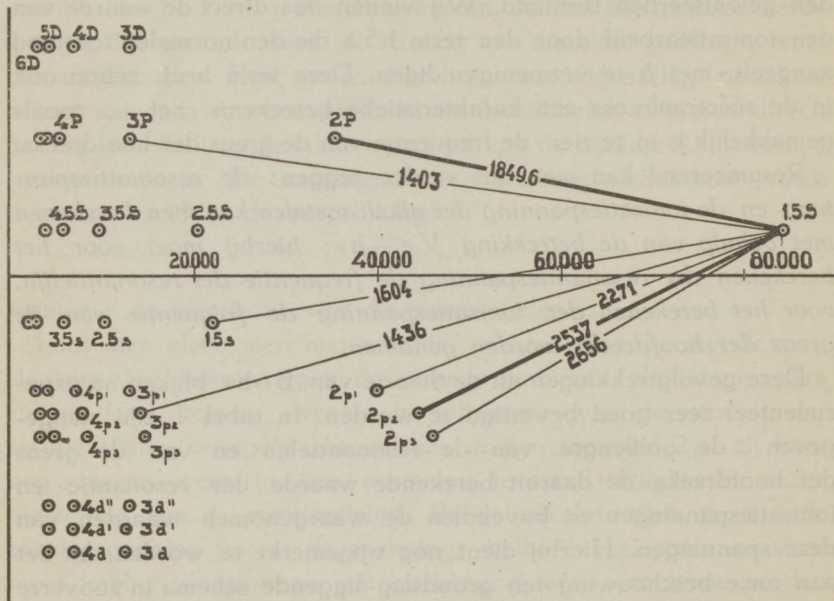


Fig. 2. Kwikzilver.

termen op. Het systeem, dat boven de as is gelegen en met hoofdletters wordt aangeduid, is geheel van hetzelfde type als bij het spectrum der alkalimetalen. Terwijl echter bij de alkalimetalen een gedeelte der termen dubbel was, waarmede het optreden van doubletten samenging, zijn hier de termen beslist enkelvoudig, en dus de spectraallijnen ook enkelvoudige lijnen; het spectrum, dat bij dit boven de as gelegen systeem van termen behoort, is het zoogenaamde „spectrum der enkelvoudige lijnen” van kwikzilver.

Het systeem van termen, dat beneden de as is gelegen, is in beginsel eveneens analoog aan het spectrum der alkalimetalen, en wordt ook met dezelfde letters aangeduid; hier zijn echter alle termen, uitgezonderd de *s*-termen, drievoudig. Hiermede corresponderen dus tripletten; het geheele systeem draagt den naam van „triplettensysteem” van kwikzilver.

Wanneer wij voorloopig deze complicatie buiten beschouwing laten, en, op gronden, die later begrijpelijk zullen worden, van de *p*-termen alleen de *p*₂-termen als voorhanden beschouwen, dan verkrijgen we als absorptielijnen van het normale atoom twee

reeksen van lijnen, die door de formules $1.5 S - m P$ en $1.5 S - m p_2$ worden voorgesteld; deze dragen den naam van hoofdreeks van het spectrum der enkelvoudige lijnen resp. van het tripletten-systeem. Evenals bij de alkalimetalen kunnen we ook hier besluiten, dat de lijn met de langste golflengte van deze beide reeksen de eigenschap heeft een resonantielijne te zijn. Rekening houdende met het feit dat, volgens den uitsluitingsregel, een overgang tusschen toestanden met het zelfde azimuthale quantagetal onmogelijk is, ziet men in, dat zoowel van den toestand $2P$ als van den toestand $2p_2$ slechts één enkele quantumovergang mogelijk is, namelijk naar den toestand $1.5 S$. Wordt het atoom door absorptie van de lijn $1.5 S - 2p_2$ in den toestand p_2 gebracht, dan keert het, onder emissie van die zelfde lijn, weer in den normalen toestand terug. Bij kwikzilver heeft deze lijn de golflengte $2537 \text{ \AA}$, en zooals men weet, is door Wood juist bij deze lijn het verschijnsel der resonantie het eerst opgemerkt. Van de lijn $1.5 S - 2P$, welker golflengte bij kwikzilver $1849.6 \text{ \AA}$ bedraagt, moet men een geheel analoog gedrag verwachten, hoewel dit experimenteel tot nu toe nog niet is aangetoond.

Overeenkomende met de twee resonantielijnen zijn er bij de metalen van de tweede kolom van het periodieke systeem ook twee resonantiespanningen; dat zijn de spanningen, die een electron minstens moet doorloopen hebben om bij botsing tegen een atoom tot de uitzending van de eerste, resp. de tweede resonantielijne aanleiding te geven. Deze resonantiespanningen hangen met de frequentie der bijbehorende resonantielijnen weer samen volgens de betrekking: $Ve = h\nu$. Voor de ionisatiespanning geldt hier hetzelfde als bij de alkalimetalen. Deze kan volgens de betrekking $Ve = h\nu$ berekend worden, als voor ν de frequentie van den term $1.5 S$ wordt genomen; deze term is, zooals het schema toont, de gemeenschappelijke grens van de beide hoofdreeksen. In tabel II vinden wij een overzicht van de waargenomen waarden der resonantie- en ionisatiespanningen voor de elementen van de thans beschouwde groep, terwijl ter vergelijking de waarden dezer spanningen, zooals die door berekening uit de gegevens der spectraalreeksen volgen, zijn gegeven. Wanneer voor een metaal meerdere metingen zijn gedaan, is als regel het gemiddelde van de gevonden waarden aangegeven.

Tabel II.

Metaal	Golfengtes der resonantielijnen	Golfengte van de grens d. hoofdreeks	Resonantiesp.		Ionisatiesp.	
			waargen.	berek.	waargen.	berek.
Magnesium	4572,7	1621,7	2,65	2,70	7,9	7,61
	2853,1		4,42	4,33		
Calcium	6574,6	2027,6	1,90	1,88	6,01	6,09
	4227,9		2,85	2,92		
Strontium	6894,5	2178,9	—	1,79	—	5,67
	4608,6		—	2,68		
Barium	7913,5	2379,3	—	1,56	—	5,19
	5537,0		—	2,23		
Zink	3076,9	1320,0	4,1	4,01	9,4	9,35
	2139,3		5,65	5,77		
Cadmium	3262,1	1378,7	3,9	3,78	9,0	8,95
	2288,8		5,35	5,39		
Kwikzilver	2536,7	1188,0	4,9	4,86	10,38	10,39
	1849,6		6,73	6,67		

Wij hebben in het bovenstaande nu echter in het geheel geen rekening gehouden met het feit, dat de p -termen niet enkelvoudig zijn, doch dat wij hier inplaats van enkelvoudige p -termen, telkens met drie weinig van elkander verschillende termen te doen hebben. Men weet met zekerheid nog niets over de beteekenis, die deze drievoudige termen in de theorie der quanta hebben. Empirisch is echter gebleken, dat de drie termen niet alle gelijkwaardig zijn; hier schijnt ook een zekere uitsluitingsregel te gelden. Dit uit zich o.a. daarin, dat van de drie termen p_1 , p_2 , p_3 , de term p_2 de eenige is, van waaruit overgangen naar $1.5 S$ voorkomen. De beide andere komen alleen voor als eindtoestanden, niet als begintoestanden, van welke uit een overgang naar een anderen toestand, onder uitzending van straling, kan plaats vinden. De lijn met de grootste golfengte van de hoofdreeks van het tripletsysteem (dat is dus de resonantielijne) is dus inderdaad de lijn $1.5 S - 2 p_2$, en het was dus volkomen in orde, om het bestaan der termen p_1 en p_3 bij de bespreking der resonantiespan- te verwaarloozen.

Een ander geval wordt het echter, als men naar de „aanslagspanning” vraagt, d. w. z. naar de laagste spanning, die een

electron moet doorloopen hebben, om energie aan het atoom te kunnen afgeven. Er bestaat n.l. een quanteuze toestand van het atoom, waarin de energie nog kleiner is dan in den toestand, waarin het atoom door absorptie der resonantiestraling komt. Deze quanteuze toestand, die zich onderscheidt door het kleinst mogelijke verschil in energie met den normalen toestand, correspondeert met den term $2 p_3$. Het experiment heeft inderdaad geleerd, dat het mogelijk is, het atoom door een botsend electron den overgang van $1.5 S$ naar $2 p_3$ te doen maken, welke overgang niet kan plaats vinden als gevolg van de absorptie van straling. Botsende electronen kunnen dus blijkbaar aanleiding geven tot toestandsveranderingen van een atoom, welke anders door een „uitsluitingsregel” als niet mogelijk beschouwd moeten worden. Bij kwikzilver en verwante metalen is dus de aanslagspanning niet identiek met de resonantiespanning (zooals bij de alkalimetalen), maar iets kleiner. Bij kwikzilver is b.v. de aanslagspanning 4.66 Volt, de resonantiespanning 4.86 Volt.

Wanneer een atoom door botsing met een electron het energiequantum heeft ontvangen, dat met de resonantiespanning correspondeert, en daardoor in den toestand $2 p_2$ is overgebracht, zal bij terugkeer in den normalen toestand de resonantielijne $1.5 S - 2 p_2$ worden uitgezonden. Wat gebeurt er echter, wanneer het atoom door botsing met een electron het energiequantum opneemt, dat met de aanslagspanning correspondeert, en als gevolg daarvan in den toestand $2 p_3$ komt? De overgang $1.5 S - 2 p_3$ kan volgens den uitsluitingsregel niet plaats vinden en een andere mogelijkheid, b.v. om langs een omweg, via andere toestanden, in den normalen toestand terug te keeren, bestaat ook niet, daar alle andere toestanden grootere energie bezitten. Een atoom, dat eenmaal in den toestand $2 p_3$ is gekomen, moet dus zoolang het aan zich zelf wordt overgelaten, in dezen toestand blijven.

Een dergelijke toestand, die een hoogere energie heeft dan de normale toestand, maar tengevolge van den uitsluitingsregel toch stabiel is, is door Franck een *metastabiele* toestand van het atoom genoemd. Het optreden van zulke metastabiele toestanden is ongetwijfeld voor de geleiding der electriciteit in gasen van groote beteekenis, daar een atoom in den metastabielen toestand een veel kleinere ionisatiespanning heeft dan een normaal atoom; immers om het atoom uit den toestand $2 p_3$ in den geïoniseerden toestand over te brengen, is slechts het verschil van ionisatiespanning en aanslagspanning noodig.

Inderdaad blijft het atoom natuurlijk niet oneindig lang in den metastabielen toestand, daar het bij botsing tegen andere atomen of moleculen onder den invloed van sterke electrische velden komt; en het is bekend, dat door toedoen van zulke sterke electrische velden overgangen kunnen voorkomen, die anders volgens den uitsluitingsregel niet mogelijk zijn. Bij een op zoodanige wijze mogelijk gemaakte terugkeer tot den normalen toestand wordt nu echter niet de met dezen overgang corresponderende spectraallijn $1.5 S - 2 p_3$ uitgezonden; blijkbaar is de oorzaak hiervan te zoeken in het feit, dat de quanteuze banen in het atoom in sterke mate gestoord worden door den invloed van het atoom, waartegen de botsing plaats vindt. Volgens Franck verbinden hierbij het metastabiele atoom en het normale atoom, die tegen elkander botsen, zich tot een molecuul, dat daarna onmiddellijk onder uitzending van een bandspectrum uiteenvalt.

Bij kwikzilver heeft men, behalve de aanslagspanning, de resonantiespanning en de ionisatiespanning ook nog het bestaan van eenige andere energietrappen kunnen aantoonen.

In fig. 2 zijn alle quanteuze overgangen, die men door proeven met botsende electronen heeft kunnen aantoonen, aangegeven door verbindingslijnen tusschen de corresponderende termen. De twee vette lijnen komen met de resonantielijnen overeen. Van belang is, dat er behalve de reeds besproken overgang $1.5 S - 2 p_3$ nog twee andere overgangen voorkomen, die niet met spectraallijnen van kwikzilver corresponderen, n.l. de overgangen $1.5 S - 2 p_1$ en $1.5 S - 1.5 s$, die beiden volgens den uitsluitingsregel niet mogelijk zouden zijn. Hier komt dus weer voor den dag, dat de botsing van electronen den uitsluitingsregel ongedaan kan maken.

Over de andere metalen, voor zoover deze niet tot de hier besproken klassen behooren, is slechts weinig bekend. Wij willen alleen nog vermelden, dat voor thallium de resonantiespanning 1.07 Volt bedraagt, de ionisatiespanning 7.3 Volt; voor lood de resonantiespanning 1.26 Volt, de ionisatiespanning 7.93 Volt.

Het spectrale schema is voor deze elementen echter nog niet voldoende bekend, om het verband tusschen de waarden van genoemde spanningen en de termen van het schema juist te kunnen aangeven.

Bij de metalen der eerste en tweede kolom uit het periodieke systeem vallen de spectraallijnen, die correspondeeren met de bij botsing van electronen afgegeven energie-quanten, allen in een gebied van het spectrum, dat spectroscopisch goed toegankelijk is. Daardoor is men in staat, op grond van spectrale schema's, zooals die boven zijn besproken, het gedrag van de atomen dezer metalen bij botsing met electronen te voorspellen en uit de termen van het schema de waarden der karakteristieke spanningen af te leiden met grooter nauwkeurigheid dan bij directe meting bereikt wordt.

Bij de edelgassen is de stand van zaken een andere. Helium, bijv., is tot ver in het ultraviolet volkomen doorzichtig, dus is geen van zijn spectraallijnen tevens een absorptielijn. Wij kunnen hieruit de conclusie trekken, dat geen enkele van de tot nu toe bekende heliumlijnen correspondeert met een quanteuze overgang tusschen een toestand met grootere energie en den normalen toestand, maar dat al deze lijnen overeen moeten komen met overgangen tusschen twee verschillende toestanden, die beide een grootere energie hebben dan de normale toestand. Bij helium kan men dus uit het spectrale schema zonder meer niet afleiden, hoe het zich zal gedragen bij botsing met electronen.

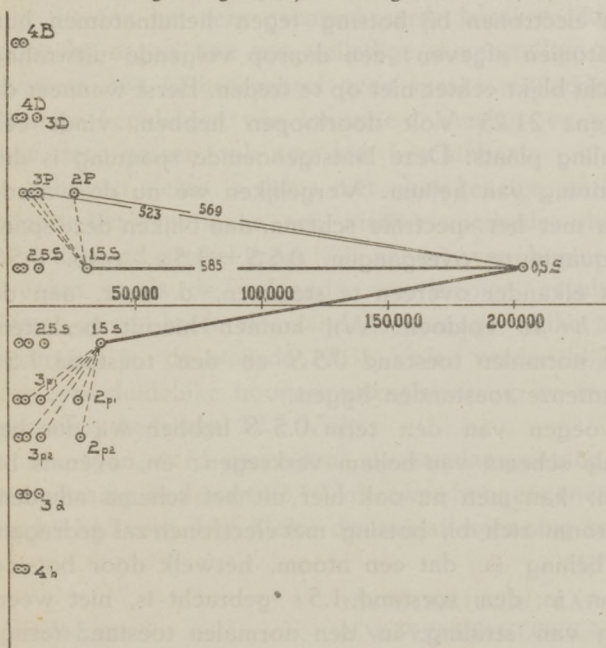


Fig. 3. Helium.

Het spectrale schema van helium is in fig. 3 voorgesteld, waarbij men den term $0.5S$ moet wegdenken. Men ziet dat er twee volledige systemen van het zelfde type als bij de alkalimetalen aanwezig zijn.

Deze beide systemen zijn geheel onafhankelijk van

elkander; quanteuze overgangen van een toestand in het eene systeem naar een toestand in het andere systeem (combinatielijnen) komen niet voor. Een tijd lang twijfelde men er zelfs aan, of de beide spectra werkelijk wel aan het zelfde element toe te schrijven zijn; het eene spectrum werd als het eigenlijke heliumspectrum beschouwd en ontving den naam „spectrum van *orthohelium*”; het andere werd met den naam „spectrum van *parhelium*” aangeduid. In het schema van fig. 3 is het ortho-heliumspectrum beneden, het par-heliumspectrum boven de as te vinden.

Gebruik makende van de onderzoeken met botsende electronen, is het nu aan Franck gelukt, het spectrale systeem van helium te completeeren, en de betrekking, die er tusschen de beide onafhankelijke systemen bestaat, aan te geven. De hoofdzak hierbij was de waarde van den term op te zoeken, die met den normalen toestand van het helium-atoom correspondeert. Evenals boven bij de metaaldampen moet ook hier deze term door middel van de betrekking $V_e = h\nu$ uit de ionisatiespanning berekend kunnen worden. De gemeten waarde der ionisatiespanning is 25.3 Volt. De bijbehorende term is in het schema aangegeven en als $0.5 S$ aangeduid. Verder heeft het experiment voor de aanslagspanning de waarde 20.45 Volt opgeleverd. Vanaf deze spanning kunnen electronen bij botsing tegen heliumatomen hun energie aan de atomen afgeven; een daarop volgende uitstraling van ultraviolet licht blijkt echter niet op te treden. Eerst wanneer de electronen minstens 21.25 Volt doorloopen hebben, vindt een zoodanige uitstraling plaats. Deze laatstgenoemde spanning is dus de resonantiespanning van helium. Vergelijken we nu de waarde dezer spanningen met het spectrale schema, dan blijken deze spanningen en de quanteuze overgangen $0.5 S - 1.5 s$, resp. $0.5 S - 1.5 S$ juist met elkander overeen te stemmen, d. w. z. aan de betrekking $V_e = h\nu$ te voldoen. Wij kunnen hieruit besluiten, dat tusschen den normalen toestand $0.5 S$ en den toestand $1.5 s$ geen andere quanteuze toestanden liggen.

Door het toevoegen van den term $0.5 S$ hebben wij dus het volledige spectrale schema van helium verkregen; en, evenals bij de metaaldampen, kan men nu ook hier uit het schema afleiden, hoe een heliumatoom zich bij botsing met electronen zal gedragen. Van bijzonder belang is, dat een atoom, hetwelk door botsing met een electron in den toestand $1.5 s$ *gebracht is, niet weer, onder uitzending van straling, in den normalen toestand terug-

keert. De toestand 1.5 s is dus een metastabiele toestand; en dit is daarom van zooveel gewicht, omdat deze toestand het uitgangspunt is van het geheele spectrum van orthohelium. Een belangrijke gevolgtrekking hieruit is, dat voor helium in metastabielen toestand de lijnen der hoofdreeks van orthohelium absorptielijnen zijn; en in het bijzonder heeft de lijn met de grootste golflengte van deze reeks in metastabiel helium de eigenschap van een resonantielij. Uit proeven van Paschen met helium, waardoor een elektrische ontlading plaats vond, was het bestaan van dit feit reeds aangetoond.

Franck kon in helium, behalve de resonantiespanning en de aanslagspanning, ook nog het bestaan van andere energietrappen aantoonen, die met de overgangen $0.5S-2P$ en $0.5S-3P$ overeenstemmen. Korten tijd geleden is het Millikan bij spectrale metingen in het uiterste violet gelukt, de lijn $0.5S-1.5S$ als emissielijn aan te toonen en de golflengte ervan te bepalen; de gevonden waarde 585 Å is in zeer goede overeenstemming met de waarde der resonantiespanning.

Voor de edelgassen neon en argon is het parallelisme tusschen de spectraalreeksen en het gedrag der atomen bij botsing tegen electronen nog niet tot volledige klaarheid gebracht; eenerzijds ligt dit aan het zeer gecompliceerde karakter der spectra, waardoor bij argon van een volledige samenstelling van een spectraal systeem nog in het geheel geen sprake is; anderzijds zijn nauwkeurige bepalingen van ionisatie-, aanslag- en resonantiespanning van deze gassen ook nog niet beschikbaar.

Schrijver dezes is thans met nauwkeurige metingen in neon en argon bezig volgens een nieuwe methode, die op de in het voorafgaand artikel (pag. 72) aangegeven beginsel berust. Hierbij werden reeds de volgende voorloopige resultaten verkregen: Voor neon heeft de aanslagspanning, welke tevens resonantiespanning is, de waarde 17.35 Volt ; verder blijkt bij 19.15 Volt een zeer duidelijke hoogere energietrap op te treden; de ionisatiespanning bedraagt 22.2 Volt .

In argon werd gevonden: de aanslagspanning, tevens resonantiespanning bedraagt 12.1 Volt , twee hoogere energietrappen treden op bij 13.5 resp. 14.6 Volt ; de ionisatiespanning bedraagt 15.5 Volt .

(Wordt vervolgd).

REALISME, FORMALISME EN TWEETRAPPIG NATUURKUNDIG ONDERWIJS

door A. D. FOKKER.

In het Octobernummer van dit tijdschrift heeft de heer Mogendorff zijne zienswijze ontwikkeld in den strijd om eene didaktische vraag, die in de woorden: „realisme of formalisme?” kort geteekend wordt. Ik aarzel geen oogenblik om mij aan zijn kant te scharen ter verdediging van de opvatting, dat het mathematisch formalisme in de school uit den boeze is, en dat men hetgeen men onderwijst, in de eerste plaats moet laten *zien* niet alleen, maar ook door de *jongelui zelf* moet laten *waarnemen*. Ik zou daar gaarne nog enkele opmerkingen over in het midden willen brengen, ook omdat ik de oplossing van het probleem in een andere richting zoek dan de heer Mogendorff.

Immers een probleem is het, hoe de beide kanten der natuurkunde harmonisch tot hun recht te doen komen. Een massa demonstratieproeven zonder eenheid van leidende gedachte is al even vermoeiend, verstrooiend en een onding als het andere uiterste: een op den voorgrond stellen van een centraal algemeen beginsel, van waar uit theoretisch allerlei gededuceerd wordt, op het bord in de eerste plaats, met het experiment als bijkomstige illustratie. Natuurlijk kan men het niet zonder natuurwetten stellen. Men mag ze echter niet vooropstellen, noch de abstracties welke het onderwerp der natuurwetten zijn.

Als voorbeeld wil ik hier stellen de behandeling van de spiegeling aan een plat vlak. Het kan haast overbodige moeite schijnen om wat ik zeggen wil, nog eens expliciteit neer te schrijven. Toch ziet men het vaak in leerboeken voor het M.O. anders. Het ligt voor de hand, dat *men moet uitgaan van hetgeen elken leerling uit zijn dagelijksche ervaring bekend is*: dat het spiegelbeeld even ver achter den spiegel ligt, en op dezelfde loodlijn, als het voorwerp ervóór. De jongens weten het. Natuurlijk is het noodig om dit onbedachte weten te controleeren, door ze zelf te laten meten, met een lineaal, hoever het beeld ligt achter de onverzilverde ruit, waarin zij een kaars gespiegeld zien. Maar men hoeft het ze niet te leeren. Uitgaande van dit feit heeft men onmiddellijk de wetten betreffende de spiegeling van een „lichtstraal” als conclusie. Het ligt voor de hand, dat men deze conclusie door een opzettelijk bedachte proef met een lichtbundel

aan de werkelijkheid weer toetst, en bevestigd vindt. De omgekeerde weg echter is gekunsteld: de gebruikelijke manier nl. van eerst met een lichtbundel en spiegeltje te werken, en dan moeizaam te concludeeren, ja quasi te „voorspellen” dat het spiegelbeeld even ver achter... enz.

Gaat men over tot den hollen spiegel, dan vindt weer meestal hetzelfde spel van lichtstralen-constructies, waaruit tot de vorming van het beeld geconcludeerd wordt, inplaats van dat éérs het beeld vertoond, en pas daarna het waargenomene „verklaard” wordt. Dit „verklaren” moet dan bestaan in het laten zien, hoe aan de totaal *verschillende beeldvormingen* door platten en hollen spiegel toch *dezelfde spiegelingswetten* ten grondslag kunnen worden gelegd.

Een tweede voorbeeld betreft de eerste behandeling van de lichtbreking. De bekende feiten hier zijn het gebroken schijnen van een stok die in het water steekt, het opgelicht schijnen van een cent in een bak water, het minder diep schijnen van een een sloot dan zij is, en vooral het eigenaardige, dat naarmate men een bepaalde plek van den in het oog gevatten slootbodern nadert, en dus steiler in het water ziet, de sloot daar ter plaatse dieper schijnt te worden. *Hier* dient men aan te knopen, en het bekende feit te controleeren door een systematisch onderzoek van hoevél het ondergedompelde ding in verschillende richting bekeken, opgelicht schijnt. In een smalle diepe trog wordt een meetlat verticaal gestoken, en een tweede meetlat verticaal naast den bak gezet, met de deelstrepen even hoog. Vlak boven het water, dat den bak tot aan den rand vult, of vlak onder het wateroppervlak, indien dit capillair boven den rand uitbolt, en zijwaarts uitstekend wordt een draad horizontaal gespannen, evenwijdig aan het vlak der beide peilschalen. Men laat door enkelen uit de klas de deelstrepen op beide peilschalen noteeren, die, uit bepaalde richtingen gezien, tegelijk door den draad worden bedekt. Het waterpeil wordt afgelezen, de afstand van den draad tot de peilschalen ook en men kan nu de invallende en gebroken stralen teekenen. Dan wordt voor de verschillende gevallen de door Snellius aangegeven verhouding bepaald tusschen de uit te meten afstanden van draad tot schaalstrepen en gevonden dat deze constant is. Op die manier leert de klas wat een brekingsindex is, uit eigen onderzoek, en zonder dat zij nog een sinus behoeft te kennen. De constructie van Snellius wordt zonder meer een vanzelfsprekend

wijs: een verschijnsel zelf opmerken, het systematisch nagaan, de conclusie toetsen aan een nieuw geval, en zoowel het overeenkomstige als het karakteristiek verschillende in de onderscheidene gevallen helder tot bewustzijn te brengen.

Aan de bovenstaande voorbeelden kan men ook het gevaar voor formalisme zien, dat er schuilt zelfs in een zuiver experimenteele behandeling der stof: ik bedoel het te vroeg of te uitdrukkelijk op den voorgrond stellen van abstracties als bijv. lichtstralen, of van wiskundige goniometrische grootheden, zonder dat eerst de belangstelling daarvoor gewekt is door een concreet waargenomen verschijnsel. Het verkeerde ligt hierin, dat men vergeet hoe eerst door het onderwijs het vermogen ontwikkeld moet worden om uit de concreetheid van het zichtbare verschijnsel de vereenvoudigde abstractie los te pellen; men mag deze kunst niet vooronderstellen.

Om eerlijk te zijn, moet men evenwel erkennen, dat het strikt genomen, niet goed mogelijk is, het overeenkomstige in onderscheiden gevallen op te merken, indien men *alle* formalisme uitsluit. Immers, dat „overeenkomstige” is bijna altijd van formalistischen aard. Men denke aan het voorbeeld van dr. Mogendorff die het voor het natuurkundig inzicht zeer bevorderlijk acht, indien men expresselijk achter elkaar demonstreert het lineair drukverval bij de vloeistofstrooming door een overal even wijde buis, het lineair temperatuurverval langs een wartegeleidende staaf, het lineair potentiaalverval langs een homogenen stroomdraad. Ongetwijfeld is dit naast elkaar zetten van zulke proeven instructief. Maar, hoewel experimenteel, het is formalistisch. Het is leerzaam. in zooverre het de leerlingen begrip bijbrengt van wat een lineair verval is, en besef van wanneer men zulke constante gradienten te verwachten heeft. Omtrent het wezen der verschijnselen leert het niets. Immers, de overeenkomst tusschen de gedemonstreerde vloeistofstrooming en den elektrischen stroom houdt volslagen op, zoodra men de stroombuis, resp. den stroomdraad, vernauwt. Bij de vloeistof kan de druk in de vernauwing kleiner worden dan voor en achter de ingesnoerde plaats, maar nooit zal de potentiaal in een geleiddraad een minimum kunnen vertoonen.

Het goede van welbegrepen formalisme is, dat door het prijsgeven van een specialen inhoud men den blooten vorm kan toepassen op verschillend gebied. Door dien vorm als associatiecentrum

te stellen, en eromheen te groepeeren de verschijnselen op verschillend natuurkundig gebied, waar men dien vorm kan opmerken, krijgt men een wijder overzicht. Men verheft zich met behulp van dien inhoudloozen vorm boven het bijzondere, men bezielt van een hooger uitzichtspunt een grooter uitgestrektheid. Het zou dwaasheid zijn, de waarde hiervan te ontkennen. Er gaat een groote schoonheid open, om maar iets te noemen, als men leert, hoe een enkel variatiebeginsel, dat van Hamilton, welhaast de gansche physica omspant. Het heeft de bekoring van een vergezicht van een hoogen toren over een bloeiend land. — De ontginningen echter worden op het land zelf gewrocht en niet van uit den toren.

Met welke taak nu hebben wij ons in het onderwijs bezig te houden? Wij hebben aan de universiteit op den toren gestaan en hebben het panorama lief gekregen. Moeten wij trachten, onze pupillen zoo spoedig mogelijk in dat uitzicht te laten deelen?

Neen. Daargelaten de zekerheid, dat het ons niet gelukken zou, hebben wij toch te begrijpen, dat huizen, boomen en velden, van den toren gezien, voor de leerlingen nooit meer dan gekleurde vlekjes zullen zijn, zoolang zij niet zelf langs de wegen gedwaald en in die huizen verkeerd zullen hebben. Vooral bij het eerste onderwijs, wanneer zij nog niet verder zien kunnen dan hun neus lang is, zou een wiskundig formalisme hun geen verder uitzicht verschaffen. Het zou voor hen zijn een paar stelten, die het leeren loopen maar moeilijker maken.

En toch kunnen wij er niet mede volstaan, alleen de elementaire zakelijke gegevens te bieden. Er moet toch iets bijzijn van den geest. Wij moeten ons van den grond verheffen. Er moet gelegenheid zijn, om de verschillende takken der physica in perspectiefisch verband te zien.

Deze gelegenheid wordt geschapen, indien en doordat men de stof verdeelt over *twee concentrische leergangen*. Het idee is niet nieuw, het is al jarenlang beproefd en in toepassing gebracht; in een boek over natuurkundig onderwijs als dat van Poske is het een vanzelfsprekendheid.

Niettemin schijnt tweetrappig onderwijs in Nederland een uitzondering te zijn. Ik zou geen leerboek voor de Hoogere Burgerschoolen en Gymnasia kunnen noemen, dat rekening houdt met of zich aanpast aan een concentrische behandeling.

Aan de Hoogere Burgerscholen is de verdeeling der leerstof over de drie jaren natuurkunde-onderwijs door hooger hand voorgeschreven. Aan de Gymnasia heeft men, bij de uitbreiding van het onderwijs in de physica, gelukkig nog geen band aangelegd. Daar wordt ook een verwerken der stof in twee cursussen begunstigd doordat het aantal jaren vier is.

Het komt mij voor, dat men zich aan de Gymnasia deze gelegenheid te nutte behoort te maken, en dat wij en onze gymnasiasten daar wel bij zullen varen.

Het gevaar is echter groot, dat het gymnasiaal physisch onderwijs in het zog zal komen van de natuurkunde aan de Burgerschool. Verscheidene leerboekschrijvers verklaren in de voorredens van hun nieuwe drukken, dat zij door enkele toevoegingen hun — voor de H. B. S. geschreven — boeken hebben geschikt gemaakt ten gebruike bij het onderwijs aan het Gymnasium. Van de algemeene wenschelijkheid van een tweetrappig onderwijs en van de bijzondere mogelijkheden die zich daarvoor aan de Gymnasia bij de nieuwe regeling voordoen, blijkt daarbij niets. Dat is jammer en houdt een gevaar in.

De bepaling, dat de A-leerlingen in de 6e klasse geen natuurkunde meer zullen volgen, vergroot dat gevaar in bedenkelijke mate. Men komt in de verleiding, de stof te gaan verdeelen over $(3+1)$ jaren, inplaats van over $(2+2)$ jaren. In de eerste 3 jaren zal men een verdund H. B. S.-program toedienen. Het laatste jaar zal er een worden van herhalingen — (euphemisme voor examendrill) — en van enkele toevoegingen of uitbreidingen der geleerde stof, inplaats van dat men de stof herverwerkt op een hooger plan. En dit laatste is noodig. De eerste aanleg van een welbegrepen formalisme, de eerste *perspectief* door het geheel, verdient in een tweede cursus gegeven te worden.

In den eersten cursus kan men de optica met lichtstralen behandelen, en het geluid apart, in den tweeden cursus staat, steeds experimenteerend voorgedragen, het beginsel van Huygens op den voorgrond, behandelt men den invloed van brekende oppervlakken op golffronten, en wisselen behandeling van licht en geluid elkander gestadig af. Warmte met calorieën in den eersten cursus — maar kinetisch-moleculaire gezichtspunten in den tweeden, met den bouw der kristallen, de ontladingsverschijnselen in gassen, en de emissie van spectraallijnen samen.

Over deze stofverdeeling zal ik thans niet verder in details treden.

Ik wil met het bovenstaande slechts gewezen hebben eenerzijds op het gevaar voor formalisme ook bij een geheel experimenteele stof-behandeling en anderzijds op de mogelijkheid om op een redelijke wijze realisme en formalisme te verzoenen door het laatste te bewaren voor een tweeden, hooger trap. Tweekrappig onderwijs, in een twee cursussen van twee jaren, lijkt mij hiertoe aangewezen.

BEPALING VAN DE DICHTHEID VAN WOLFRAAM MET BEHULP VAN RÖNTGENSTRALEN

door H. C. BURGER

De bepaling van de dichtheid van een vloeistof of een vast lichaam kan met groote nauwkeurigheid worden uitgevoerd, daar men de meting kan terugbrengen op wegingen, welke een hooge precisie toelaten. Gaat men echter de litteratuur over dit onderwerp na, dan blijkt een principieel verschil te bestaan tusschen de uitkomsten der dichtheidsbepalingen van vloeistoffen en van vaste stoffen, niettegenstaande de meetmethoden in beide gevallen dezelfde zijn. Terwijl het mogelijk is de dichtheid van een vloeistof, natuurlijk met inachtneming der temperatuur, te bepalen met een gemiddelde fout van 0.01 % of nog minder, loopen de resultaten bij vaste stoffen zelfs in gunstige gevallen gewoonlijk minstens twintig maal meer uiteen. Vooral bij de metalen vindt men zeer groote verschillen, die zelfs eenige procenten kunnen bedragen. Niet alleen wordt voor de dichtheid der meeste metalen een waarde gegeven, die sterk afhangt van de mechanische bewerking, die het materiaal ondergaan heeft, maar ook voor metaal dat dezelfde voorgeschiedenis heeft stemmen de resultaten veel slechter overeen, dan men op grond van de meetmethode mag verwachten.¹⁾

De oorzaak van de verschillen in dichtheid kan men zoeken in:

1e. Ware dichtheidsverschillen van de kristallen, waaruit het metaal bestaat. Het ruimterooster der kristallen moet dus in dit geval naar omstandigheden meer of minder dicht gebouwd zijn, zonder dat men daarbij nog aan eigenlijke allotropie behoeft te denken.

2e. Holten in of tusschen de kristallen. In dit geval is de

¹⁾ De onzuiverheid der metalen kan in het algemeen niet aansprakelijk gesteld worden voor de gevonden verschillen.

gemeten dichtheid een gemiddelde waarde en kleiner dan de ware dichtheid van het metaal.

Het onderzoek met behulp van Röntgenstralen levert nu een zeer goede methode op, om tusschen deze twee mogelijkheden te beslissen. Zou nl. de stof, bijv. tengevolge van een mechanische bewerking, een verandering ondergaan, die invloed heeft op de structuur der elementaire kristallen, dan zou dit tot uiting moeten komen als een verschil in de hoeken waaronder homogene röntgenstraling op het fijn kristallijne materiaal gereflecteerd wordt.

Een voorloopig onderzoek van wolfram van zeer verschillende herkomst (poeder verkregen door reductie van het oxyde en van andere wolframverbindingen, metaal gesublimeerd in vacuo, dunne getrokken draden) heeft geleerd, dat de reflectiehoeken bij dit metaal geen verschillen vertoonen grooter dan die, welke met een dichtheidsverschil van 0.5 % overeenkomen. De dichtheden van het metaal in de verschillende stadia der bewerking, die leidt tot de getrokken draad, loopen echter veel meer uiteen. Hieruit volgt dus, dat zich de tweede der genoemde mogelijkheden voordoe, zooals ook *à priori* te verwachten was; het metaal bevat holten. Daar de dichtheid bij de bewerking (hameren en trekken) toeneemt moet men aannemen, dat deze holten daarbij dichtgedrukt worden. Het is niet onmogelijk, dat de dichtheid van de getrokken draad nog aanmerkelijk onder de ware dichtheid van een wolframkristal ¹⁾ blijft. Zelfs bij de dunste draden ($\pm 10 \mu$) is men niet volkomen zeker, dat de holten geheel verdwenen zijn.

De ware dichtheid van wolfram, en van ieder ander metaal, die men dus niet met zekerheid kan bepalen door metingen aan getrokken draden of aan op andere wijze bewerkt materiaal, kan men in principe op de volgende wijze vinden. Men bepaalt van een goed kristalliseerend, doorzichtig zout, dat men in zuiveren toestand verkrijgen kan, de dichtheid onder inachtneming van alle voorzorgen. Vooral het optreden van insluitsels, die in de doorzichtige stof gemakkelijk te constateeren zijn, moet voorkomen worden. Daarna bepaalt men, volgens een hier nader te beschrijven methode met behulp van röntgenstralen de verhouding der dichtheden van dit zout en het te onderzoeken metaal, waaruit dus de dichtheid van het metaal volgt. Dit onderzoek had ten

1) Eénkristaldraden van wolfram, zooals die door de firma Pintsch gefabriceerd worden, zijn voor dichtheidsbepalingen ongeschikt, daar zij niet uit zuiver wolfram bestaan, doch een vrij aanzienlijke hoeveelheid thoriumoxyde bevatten.

doel de verhouding der dichtheden van wolfram en een paar zouten te onderzoeken. Voor de dichtheden der laatste is gebruik gemaakt van de resultaten van andere waarnemingen.

Als eerste vergelijkingsstof is natriumchloride gekozen, daar dit zout evenals wolfram regulair is, hetgeen, zooals uit het volgende zal blijken, de vergelijking der dichtheden vergemakkelijkt en nauwkeuriger maakt. Deze vergelijking geschiedt als volgt. Van een mengsel van wolframpoeder en poedervormig natriumchloride wordt met monochromatische röntgenstralen op de gebruikelijke wijze ¹⁾ een röntgenogram gemaakt. De op de film voorkomende lijnen zijn dus ten deele afkomstig van reflecties op wolframkristallen en ten deele van die op NaCl-kristallen. Zijn $\Theta_1/2$ resp. $\Theta_2/2$ de reflectiehoeken voor twee naburige lijnen waarvan de eerste van wolfram en de tweede van natriumchloride afkomstig is, a_1 resp. a_2 de ribbe van de elementaire kubussen van het kristalrooster dezer twee stoffen en λ de golflengte der gebruikte monochromatische straling dan is:

$$\lambda (h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)^{1/2} = 2 a_1 \sin \Theta_1/2 \text{ of } \lambda \Sigma_1^{1/2} = 2 a_1 \sin \Theta_1/2 \quad (1)$$

$$\text{resp. } \lambda (h_2^2 + k_2^2 + l_2^2)^{1/2} = 2 a_2 \sin \Theta_2/2, \text{ of } \lambda \Sigma_2^{1/2} = 2 a_2 \sin \Theta_2/2$$

Hierin is $\Sigma = h^2 + k^2 + l^2$, de som der quadraten van de indices h, k, l van het reflecteerende kristalvlak.

Nu zijn de dichtheden der twee stoffen recht evenredig met de som van de massa's der atomen in een elementairen kubus en omgekeerd evenredig met de derde machten van de ribben. Bedenkt men nog dat de elementaire kubus van wolfram 2 atomen bevat en die van natriumchloride 4 moleculen dan vindt men voor de verhouding der dichtheden:

$$\varrho_1/\varrho_2 = \frac{2 M_1 a_2^3}{4 M_2 a_1^3} \quad (2)$$

M_1 en M_2 zijn het atoomgewicht van wolfram en het moleculairgewicht van natriumchloride.

Uit (1) en (2) volgt:

$$\varrho_1/\varrho_2 = \frac{2 M_1 \Sigma_2^{3/2} \sin^3 \Theta_1/2}{4 M_2 \Sigma_1^{3/2} \sin^3 \Theta_2/2} \quad (3)$$

Hierin zijn Σ_1 en Σ_2 exact bekende geheele getallen; M_1 en M_2 zijn met groote nauwkeurigheid bekend. Men behoeft dus nog slechts de verhouding $\frac{\sin \Theta_1/2}{\sin \Theta_2/2}$ met een zoo groot mogelijke precisie

¹ P. Debye und P. Scherrer, Phys. Zeitschr. 17, 277, 1916.

te bepalen. Hiertoe meet men den afstand der betreffende lijnen aan beide zijden van de film. Zij Δ deze afstand, dan is, als R de straal van de gebogen film is:

$$\Delta = R(\theta_1 - \theta_2) \quad (4)$$

Dientengevolge wordt nu voor de verhouding der dichtheden gevonden:

$$\rho_1/\rho_2 = \frac{2M_1 \Sigma_2^{3/2} \sin^3(\theta_2/2 + \Delta/2R)}{4M_2 \Sigma_1^{3/2} \sin^3 \theta_2/2} \quad (5)$$

Het groote voordeel van deze werkwijze is, dat men de verhouding der sinussen van de reflectiehoeken veel nauwkeuriger kan meten dan deze sinussen zelf. Een systematische fout in de plaats der lijnen, bijv. tengevolge van de eindige dikte van het poedervormige preparaat, heeft op beide lijnen dezelfde invloed, daar deze een geringe afstand hebben. Een dergelijke fout valt dus in eerste benadering uit het resultaat weg en wel des te meer volkomen, naarmate de lijnen dichter bij elkaar staan. Men kan den invloed der systematische fouten nog verder verminderen door op dezelfde film den afstand van een aantal lijnenparen te meten en uit elk dezer metingen de verhouding der dichtheden te berekenen. Kiest men daarbij beurtelings $\theta_1 > \theta_2$ en $\theta_1 < \theta_2$ dan zal een eventuele fout nu eens positief en dan weer negatief zijn en in het gemiddelde van alle waarden grootendeels geëlimineerd zijn.

Het gemiddelde van de waarden verkregen uit de afstanden van 6 lijnenparen, bedraagt:

$$\rho_1/\rho_2 = 8.96^0 \pm 0.01^5. \quad (6)$$

De nauwkeurigheid van dit resultaat wordt bepaald door de toevallige fout, die men maakt bij de meting van de afstand Δ , daar systematische fouten, zooals boven uiteengezet is, grootendeels geëlimineerd zijn. Hoewel het zeker mogelijk is de fout bij de bepaling van de afstand Δ veel kleiner te maken, bijv. door de afstand te meten met een comparateur of door de film te fotometreeren met een microfotometer, zou dit voorloopig weinig zin hebben, daar de dichtheid van NaCl en andere zouten niet nauwkeurig genoeg bekend is, om deze hooge precisie van de dichtheidsverhouding tot haar recht te doen komen.

Een zeer nauwkeurige bepaling van de dichtheid van NaCl door Röntgen¹⁾ heeft tot resultaat dat:

$$\rho_2 = 2.164$$

1) A. Sommerfeld, Atomband und Spektrallinien p. 151.

is. Met deze waarde vindt men uit (6) voor de dichtheid van wolfram:

$$\varrho_1 = 19.37.$$

Behalve met natriumchloride is de dichtheid van wolfram ook nog te vergelijken met die van kaliumchloride. Als gemiddelde van 6 waarden is gevonden:

$$\varrho_1/\varrho_2 = 9.71^7 \pm 0.01^0$$

De dichtheid van KCl is echter niet met groote nauwkeurigheid bekend. Neemt men als beste waarde een gemiddelde der getallen, die door verschillende onderzoekers gevonden zijn, n.l.:

$$\varrho_2 = 1.986,$$

dan vindt men voor wolfram:

$$\varrho_1 = 19.30.$$

Daar de dichtheid van NaCl met grooter precisie bekend is, dan die van KCl, zal de ware waarde van de dichtheid van wolfram waarschijnlijk dichter bij de waarde 19.37 dan bij 19.30 liggen. ¹⁾

De boven beschreven methode zal met succes kunnen worden toegepast op vele metalen, waarvan de dichtheid nu slechts met groote onzekerheid bekend is. Het is echter zeer gewenscht, dat eerst als standaard de dichtheid van eenige geschikte zouten met hooge precisie bepaald wordt.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER
Eindhoven, Maart 1922. N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

¹⁾ Directe metingen van de dichtheid in dit laboratorium zijn met dit resultaat in goede overeenstemming

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

*Vergadering op Zaterdag 1 April 1922 in het Natuurkundig
Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.*

Prof. W. H. Keesom spreekt over

De diffractie van Röntgenstralen in vloeistoffen

naar aanleiding van proeven door hem verricht in samenwerking met Prof. J. De Smedt uit Leuven.

Van eenige vloeistoffen is onderzocht de diffractiefiguur, die men verkrijgt, wanneer men een dun kollommetje ervan (bevat in

een zeer dunwandig buisje van aluminium of glas) bestraalt met een nauwbegrensden Röntgenbundel, op de wijze als dat door Debye en Scherrer voor benzolen andere vloeistoffen is geschied.

Daarbij werd in de eerste plaats een intensieve diffractiering verkregen. (Zie figuur 1 voor zuurstof op de bijgevoegde plaat.) In de volgende tabel is onder φ gegeven de halve tophoek van

STOF	φ	a	$1,33 \sqrt[3]{\frac{M}{d}}$
Zuurstof	27°	4,0 Å	4,0 Å
Argon	27	4,0	4,1
Benzol	18	6,0 ⁵	5,9
Water	29	3,7 ⁵	3,6
Aethylalcohol	22	4,9	5,2
Aethylaether	19	5,7	6,2
Mierenzuur	24	4,5	4,5

den door de afgebogen Röntgenstralen ($K\alpha$ van koper) gevormden kegel. Verder is onder a medegedeeld de afstand, dien de twee afbuigende deeltjes van elkander zouden moeten hebben indien de diffractiering te danken was aan naar willekeur georiënteerde systemen telkens van twee deeltjes, die een vasten onderlingen afstand hebben (de twee atomen van een tweeeatomig molecuul b.v.)

Uit het feit, dat ook argon een dergelijken diffractiering geeft, volgt, dat deze niet te danken is aan de samenwerking van atomen in het molecuul. Dat dit ook voor zuurstof niet het geval is, viel reeds onmiddellijk te vermoeden uit den onwaarschijnlijk, zoo niet onmogelijk grooten afstand, dien de atoomcentra dan zouden moeten hebben.

Daarentegen beantwoordt de berekende afstand der interfereerende deeltjes aan den afstand van naburige molecuulcentra, indien men deze gerangschikt denkt op de wijze als de centra van zoo dicht mogelijk opeengepakte bollen. De bedoelde afstand is in de laatste kolom van tabel I opgenomen. (M = moleculair gewicht, d = dichtheid).

Spreeker meent daaruit het besluit te mogen trekken, dat de hier verkregen diffractiering aan de interferentie van het door naburige moleculen afgebogen Röntgenlicht te danken is.

Aangezien bovengenoemde overeenstemming ook voor benzol

gevonden wordt, zoo geldt dit volgens sprekers meening ook voor benzol.

Daarna wordt aangetoond, dat in de waarde, die voor den afstand der interfereerende moleculen berekend wordt, slechts eene betrekkelijk geringe wijziging komt, wanneer men de ruimtelijke uitgebreidheid ervan in rekening brengt.

Het diffractiebeeld van water (fig. 2 op de bijgevoegde plaat) vertoont nog eene interessante bijzonderheid. Onmiddellijk aansluitende aan den intensieven diffractiering vertoont de film een zeer aanmerkelijke, vrijwel gelijkmatige zwarting, die vrij scherp begrensd is bij $\varphi = 46^\circ$.

Ook bij enkele andere vloeistoffen waren, hoewel onduidelijk, aanwijzingen van een soortgelijke zwarting aanwezig.

Bij zuurstof en bij argon is op de het best geslaagde films behalve de bovengenoemde nog een zwakke tweede ring aanwezig, voor zuurstof bij $\varphi = 46^\circ$, voor argon bij $\varphi = 49^\circ$.

Spreker beschouwt de zwarting, die bij water optreedt buiten den boven genoemden diffractiering als te danken aan paren van moleculen, die een afstand hebben kleiner dan den normalen. De buitenste grens van die zwarting beantwoordt dan aan den kleinsten afstand tusschen de centra van twee naburige moleculen. Hiervoor volgt dan de waarde $2,4 \text{ \AA}$.

Dat in water naar verhouding een bijzonder groot aantal molecuulparen voorkomt met een afstand, die kleiner is dan de normale, was te verwachten. Daarmede hangen de eigenschappen samen, die het water tot de zoogenaamde associeerende stoffen hebben doen rekenen. Een bijzonder groot aantal dubbel- of meervoudige moleculen, die zouden gevormd zijn doordat enkelvoudige moleculen zich aan elkander leggen, wordt echter niet gevonden.

In verband met het bij water gevondene schijnt het den spreker aangewezen den tweeden zwakken ring bij zuurstof en argon toe te schrijven aan moleculen die elkander aanraken, dubbelmoleculen dus, die daar (in betrekkelijk gering aantal) gevormd worden. Voor den afstand der centra der afzonderlijke moleculen wordt dan gevonden:

bij zuurstof $2,4 \text{ \AA}$, bij argon $2,3 \text{ \AA}$.

In het verschillend gedrag van water, resp. zuurstof en argon, kan men zien eene uiting van het dipolair karakter van het watermolecuul eenerzijds, van het quadrupolair (resp. eventueel octopolair) karakter van het zuurstof- en argonmolecuul(atoom) anderzijds.

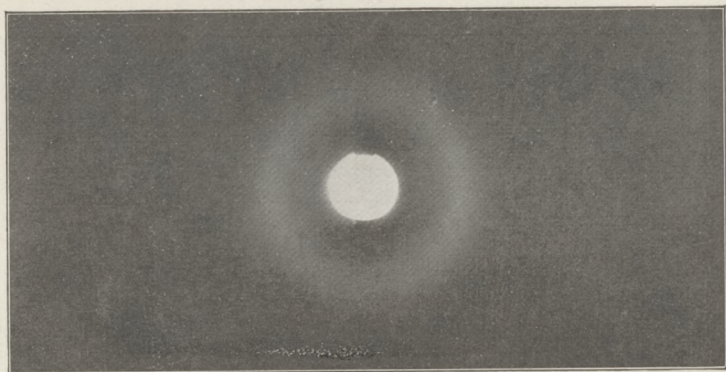


Fig. 1. Zuurstof met $Cu K\alpha$ -stralen.

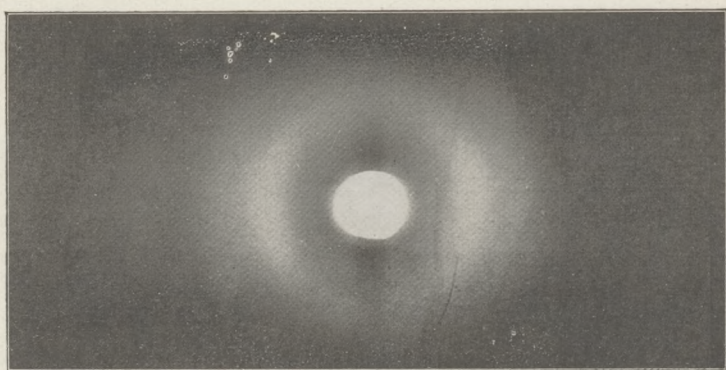


Fig. 2. Water met $Cu K\alpha$ -stralen.

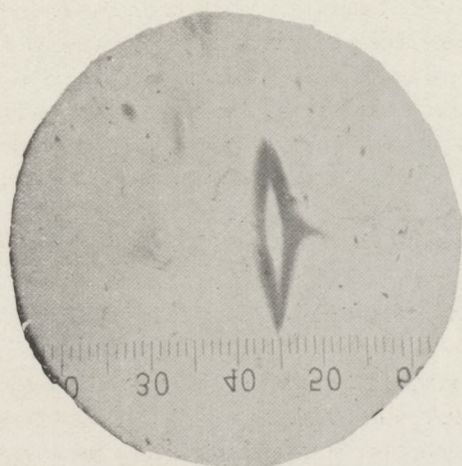


Fig. 3. Magnetische splitsing van een straal van zilveratomen.

Discussie.

De heer Fokker vraagt, of, al is het dan niet aannemelijk dat de twee zuurstofkernen in een zuurstofmolecuul $4 \text{ \AA}$ van elkaar afstaan, het niet mogelijk is dat de voor de verstrooiing en diffractie verantwoordelijke, tot éénzelfde molecuul behorende electronenzwermen op dien afstand uit elkander liggen?

De heer Keesom zegt, dat die werkzame electronen dan toch geplaatst zijn binnen een bol van $\pm 4 \text{ \AA}$ diameter, en dat men dan volgens de berekening diffractieringen te verwachten heeft met een diameter die niet heel veel afwijkt van wat men te verwachten heeft van diffractiecentra met een afstand van hoogstens $\pm 2 \text{ \AA}$.

De heer Ehrenfest merkt op dat het interessant zou zijn, na te gaan of bij hogere temperaturen bij water de diffractiering, die aan de geassocieerde moleculen toegeschreven wordt, verdwijnen zou?

De heer Keesom meent, dat in dit geval de toeneming van de warmtebeweging der moleculen mede inwerken zal op het verschijnsel. Tot dusver werden bij de proeven gebruikt de betrekkelijk lange golven der koperstraling. Intusschen zijn ook reeds enkele proeven met de kortere golven der molybdeenstralen gedaan, en het ligt in de bedoeling thans daarmede verder te werken. Opnamen van water met behulp van molybdeenstralen gaven een beeld, dat minder goed gedifferentieerd is, dan dat, genomen met Cu-stralen. Spreker schrijft dit toe aan den invloed der warmte-beweging.

De heer Burger deelt mede, dat bij een onderzoek van roode phosphor met X-stralen hem gebleken is, dat er een diffractiering optreedt, die erop wijst, dat ook hier de diffractiecentra op onderlinge afstanden liggen, die passen in het gegeven schema van Keesom. Het schijnt dat de roode phosphor geheel amorph is.

De heer Zernike vraagt of het niet mogelijk zijn zou, desnoods met langere expositietijden, opnamen te maken van gasvormige zuurstof, bij drukken van b.v. 100 atm., waar de moleculen verder uit elkander liggen dan $4 \text{ \AA}$?

De heer Keesom acht de experimenteele moeilijkheid zeer groot, daar dan het buisje te dikke wanden krijgen moet.

De Voorzitter bedankt den spreker voor zijne hoogst belangwekkende mededeeling.

Vervolgens sprak Prof. Walther Gerlach uit Frankfurt, die als gast de vergadering bijwoonde, over:

Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld und das magnetische Moment des Silberatoms. ¹⁾

Door O. Stern ²⁾ zijn eenigen tijd geleden de theoretische grondslagen medegedeeld voor een methode, volgens welke het quantiseeren naar de richting in een magneetveld onderzocht kan worden. Volgens de quantatheorie der magnetische en magneto-optische verschijnselen moet in een magneetveld de richting van het moment der hoeveelheid van beweging van een atoom alleen zeer bepaalde hoeken met de richting van het magnetische veld kunnen maken. Een atoom met een moment der hoeveelheid van beweging $h/2\pi$ (dat dus één enkel quantum bezit) kan in een magneetveld slechts twee standen hebben, deze namelijk, waarbij de componenten van het moment der hoeveelheid van beweging in de richting van het veld H de waarde $+h/2\pi$ of $-h/2\pi$ heeft.

In een *inhomogeen* magneetveld, waarvan de richting der inhomogeniteit met de richting van H samenvalt, treedt, behalve de richtende werking, nog een pondero-motorische kracht op, waardoor bv. atomen, die één enkel quantum bezitten, naar gebieden met grootere resp. kleinere veldsterkte worden getrokken, al naarmate de componenten van hun moment der hoeveelheid van beweging de waarde $+h/2\pi$ of $-h/2\pi$ bezit. Om een dusdanig effect op te sporen, zal men dus een straal van atomen door een inhomogeen magneetveld schieten en dan nagaan, of zulk een straal daarbij in afzonderlijke stralen gesplitst wordt.

Op grond van gegevens op magneto-optisch gebied moet men aannemen, dat de elementen van de eerste kolom in het periodieke systeem van nature een magnetisch moment hebben, dat correspondeert met het bezit van „één enkel quantum”. Van deze elementen werd voor de proefneming het element *zilver* gekozen, omdat dit uit experimenteel oogpunt het meest geschikte was. De methode ³⁾ en de gebezigde opstelling waren als volgt (zie fig. 1):

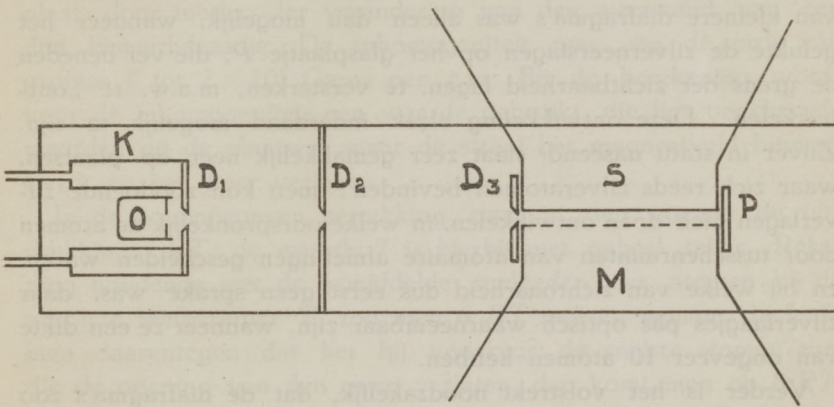
In een klein oventje O wordt bij ongeveer 1000°C . zilver verdampt. Het oventje is omgeven door een koeler K , door welken water stroomt. De zilveratomen treden door de opening

¹⁾ De onderzoekingen, waarover deze voordracht handelt, zijn uitgevoerd door W. Gerlach en O. Stern; een uitvoerige mededeeling er van zal spoedig in het Zeitschrift für Physik gepubliceerd worden.

²⁾ O. Stern, Z.S. für Physik 7, 249, 1921.

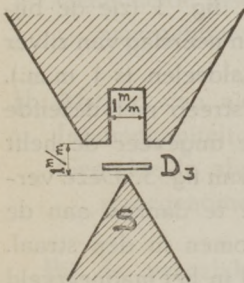
³⁾ W. Gerlach en O. Stern, Z.S. f. Phys. 8, 110, 1921.

van het oventje en van den koeler naar buiten. Met behulp van de beide diafragma's D_2 en D_3 wordt een zeer smalle straal van atomen afgezonderd; practisch zullen alle atomen van dezen straal



Figuur 1.

één richting hebben, namelijk de richting $D_2 - D_3 - P$. Voorbij het diafragma D_3 komen de atomen dan in een inhomogeen magneetveld SM ; in de figuur loopt de inhomogeniteit van boven naar beneden. Op het eind van het magneetveld treffen de zilveratomen een glasplaatje P , waarop, zooals bekend is, zilver volledig condenseert. Deze geheele inrichting, de magneetpolen S en M inbegrepen, bevindt zich in een afgesloten vat, dat op een druk van ongeveer 10^{-5} m.m kwikdruk is geëvacueerd. In fig. 2.



Figuur 2.

zijn de magneetpolen en hun omgeving meer in onderdeelen weergegeven. De straal van atomen, die uit het diafragma D_3 treedt, passeert dicht langs de eené magneetpool deze pool heeft den vorm van een scherpe wig en is 3.5 c.m. lang; op een afstand van 1 m.m. bevindt zich de andere pool, in welke een gleuf van 1 m.m. breedte was aangebracht. Op deze wijze werd een magneetveld van groote inhomogeniteit verkregen, welke bovendien gunstig in de ruimte verdeeld is. Met deze opstelling, waarbij diafragma's met een opening van ongeveer 0,05 m.m. werden gebruikt, kon aangetoond worden, dat inderdaad de straal van zilveratomen in de richting der inhomogeniteit invloed van het magnetische veld ondervindt. Of echter de straal van atomen werkelijk in afzonderlijke stralen gesplitst wordt, kon

met deze inrichting niet worden uitgemaakt; daartoe is de diameter van den straal van atomen te groot in vergelijking met de theoretische waarde voor den afstand der gesplitste stralen. Het gebruik van kleinere diafragma's was alleen dan mogelijk, wanneer het gelukte de zilverneerslagen op het glasplaatje P , die ver beneden de grens der zichtbaarheid lagen, te versterken, m.a.w. te „ontwikkelen”. Deze ontwikkeling bleek inderdaad mogelijk te zijn. Zilver in statu nascendi slaat zeer gemakkelijk neer op plaatsen, waar zich reeds zilveratomen bevinden; men kon zodoende zilverlagen zich doen ontwikkelen, in welke oorspronkelijk de atomen door tusschenruimten van atomaire afmetingen gescheiden waren, en bij welke van zichtbaarheid dus eerst geen sprake was, daar zilverlaagjes pas optisch waarneembaar zijn, wanneer ze een dikte van ongeveer 10 atomen hebben.

Verder is het volstrekt noodzakelijk, dat de diafragma's zoo gejusteerd worden, dat de straal van atomen volkomen evenwijdig met de wigvormige magneetpool het magneetveld doorloopt. Deze justeering kon door een bijzondere methode met een nauwkeurigheid van 0.01 m.m. bereikt worden. De diafragma's waren hierbij spleten met een breedte van 0.02—0.03 m.m. en een lengte van eenige tiende millimeters. De plaats der diafragma's ten opzichte van de magneetpolen is in fig. 2 te zien; de afstanden waren $D_1 D_2$: 25 m.m., $D_2 D_3$: 35 m.m. $D_3 P$: 35 m.m.

Met behulp van deze inrichting werd nu inderdaad een splitsing van den straal van zilveratomen aangetoond; fig. 3 (zie de bijgevoegde plaat) toont een microfotografie van den neerslag van zilver (na ontwikkeling) op het glasplaatje P (20 schaaldeelen is 1 m.m.). Zonder magneetveld komter op P een rechte streep met dezelfde lengte als in fig. 3, maar met een breedte, die ongeveer de helft is van de breedte der beide afgebogen stralen van fig. 3. Deze verbredening der afgebogen stralen is ongetwijfeld te danken aan de Maxwelliaansche snelheidsverdeeling van de atomen in den straal.

De grootte van de afwijking s van den straal in het magneetveld kan uitgedrukt ¹⁾ worden in: de lengte l van het doorloopen magneetveld, de inhomogeniteit van het veld $\partial H / \partial s$, en de temperatuur T van den zilverdamp; en wel is: $s = M / 7RT \cdot \partial H / \partial s \cdot l^2$ c.m.; hierin is M het *magneton* volgens Bohr.

Om de waargenomen en berekende splitsing te kunnen vergelijken, moet men dus nog $\partial H / \partial s$ kennen. Daartoe werd het

1) O. Stern, l. c.

veld tusschen S en M telkens op afstanden van 0.1 m.m. nauwkeurig doorgemeten, vooreerst door meting der afstootende kracht op een klein proefstaafje van bismuth uitgeoefend, en in de tweede plaats door meting der verandering van den weerstand van een dun bismuthdraadje. De inhomogeniteit was van de orde van grootte 1 tot 2×10^5 Gauss per c.m. Bij de berekening wordt voor de inhomogeniteit een waarde gebruikt, die ligt tusschen de waarden op de plaatsen, waar de straal het magneetveld binnentreedt en het weer verlaat.

In de bovengegeven betrekking staat in den noemer de uitdrukking $7RT$; de waarde 7 is hierbij niet geheel zeker. Rekening houdende met de gemiddelde snelheden der atomen bij de absolute temperatuur T , zou men $6RT$ moeten nemen; bedenkt men daarentegen dat het bij voorkeur de snelste atomen zijn, die de opening van den oven verlaten, dan komt men op $8RT$. Uit metingen van Stern ¹⁾ over de moleculaire snelheden der zilberatomen volgt, dat de gemiddelde waarde, dus $7RT$, zeer goed overeenkomt met de direct gemeten waarden van de snelheid; als waarde der afwijking moet dan genomen worden de afstand van den niet afgeweken straal tot het midden van een afgeweken straal. Het resultaat van twee waarnemingen was als volgt:

- I. Afstand van niet afgeweken straal tot pool S 0.32 m.m.
Inhomogeniteit van het magneetveld 130000 Gauss per c.m.
Gemiddelde afwijking (van den afgestooten straal):
 waargenomen 0,10₃ m.m. berekend 0.11₁ m.m.
- II. Afstand van niet afgeweken straal tot pool S 0.21 m.m.
Inhomogeniteit van het magneetveld 170000 Gauss per c.m.
Gemiddelde afwijking (van den afgestooten straal):
 waargenomen 0.15 m.m. berekend 0.14₆ m.m.

Bij de vergelijking van waargenomen en berekende waarden werd niet de door S aangetrokken straal gebruikt, omdat de aangetrokken atomen dicht bij S in een gebied komen, waar de inhomogeniteit sterk toeneemt; als gevolg daarvan is de neergeslagen zilverstreep ook sterk verbreed, zoodat het niet mogelijk is, het bedrag van de afwijking nauwkeurig te meten; ook kon de waarde van de inhomogeniteit op een afstand van S , kleiner dan 0.15

¹⁾ O. Stern, Z.S. f. Physik 2, 49, 1920 en 3, 417, 1920

m.m. niet met voldoende zekerheid worden bepaald. Uit fig. 3 is de zeer sterke aantrekking vlak bij de pool S duidelijk te zien.

Het resultaat dezer proefnemingen is:

1. In overeenstemming met de opvatting van het „quantiseeren naar de richting” wordt een straal van zilveratomen in een inhomogeen magneetveld in twee afzonderlijke stralen gesplitst. Niet afgeweken atomen zijn afwezig.
2. Het normale zilveratoom bezit in een gasvormigen toestand één enkel quantum.
3. Het magnetische moment van het normale zilveratoom in den gasvormigen toestand is gelijk aan het magneton volgens Bohr.

Discussie.

De heer Burgers stelt de vraag of men volgens de quantatheorie niet ook nog andere standen te verwachten heeft dan welke beantwoorden aan de quantagetallen $+1$, 0 en -1 ?

De heer Gerlach antwoordt dat weliswaar in de theorie van Sommerfeld over het anormale Zeeman-effekt de mogelijkheid open is voor andere waarden van het op het magnetisch veld betrekking hebbende quantagetal, maar dat het experiment slechts aantoonde de oriëntering van het magnetisch moment volgens het quantagetal $+1$ (evenwijdig aan het veld) of -1 (evenwijdig en tegengesteld). De waarde 0 is voor het quantagetal uitgesloten (magnetisch moment dwars op het veld).

De heer Ehrenfest vindt een groote moeilijkheid gelegen in het feit, dat blijkens het experiment het zilveratoom in het magnetisch veld zich instelt als geheel. Wanneer men bij Bohr in de leer gaat, en trouw aan diens theorie gelooft, dan ziet men in de anormale magnetische splitsing de uitkomst of het compromis van een strijd tusschen het uitwendige magnetische en een inwendig magnetisch veld dat op het stralende electron inwerkt. Indien nu alle atomen zich op dezelfde manier in het magnetisch veld oriënteren, dan valt er een hulpmiddel weg om het anormale effect te kunnen begripen.

De heer Gerlach legt er den nadruk op dat de bij deze experimenten waargenomen *instelling* der atomen in bepaalde richtingen, streng genomen niets te maken behoeft te hebben met het Zeeman-effect; immers deze experimenten zijn gedaan met

ongestoorde afzonderlijke atomen: in een damp met grootere dichtheid kan het zeer goed zijn dat de *instelling* in bepaalde richtingen door onderlinge botsingen verstoord wordt, terwijl daarentegen overgangen, die met straling gepaard gaan, slechts tusschen bepaalde standen van het atoom voor zullen komen (*quantiseeren* naar de richting). Wat de samenhang met de anomale magnetische splitsing betreft, moet het resultaat van proeven met andere atomen, bijv. thallium, worden afgewacht.

De heer Van Everdingen: Kan de instelling niet hierdoor tot stand komen, dat de precessie, die de klassieke theorie zou doen verwachten, tengevolge van een wrijvingsweerstand verloren gaat?

De heer Ehrenfest: Indien dit zoo was, zou men toch verwachten, dat de magnetische atomen zoo goedkoop mogelijk uit zouden willen zijn en die instelling verkiezen, waarbij de energie het kleinst is: met de magnetische as in de richting van het veld. Maar dit is niet het geval. Weliswaar is het energieverval gering: slechts $\frac{1}{100}$ van de gemiddelde energie der warmtebeweging bij temperaturen van vloeibaar helium.

De heer Vening Meinesz: Zijn er blijkens de experimenten evenveel atomen met de magnetische as in de richting van het veld als in de tegengestelde?

De heer Gerlach: Ja, voor zoover men kan oordeelen, en indien de onderstelling juist is, dat een dunner en een dikker zilverlaagje door de ontwikkeling in dezelfde mate versterkt te voorschijn komen. Dat de magnetische as dwars op het veld zou kunnen staan, is uitgesloten.

De heer Hertz: Indien nu al voor de twee tegengestelde standen van het atoom het energieverval gering is, zoo is dit toch niet het geval voor het verschil in moment van hoeveelheid van beweging. Waar kan het atoom, met een toevals-orientatie als het het veld binnenkomt, dit moment vandaan krijgen?

De heer Ehrenfest: Ja, dat is juist de groote moeilijkheid.

Daar niemand hier verder antwoord op weet, en ook geen verdere vragen gesteld worden, sluit de Voorzitter de vergadering met een woord van hartelijken dank aan den heer Gerlach voor de mededeeling van de fraaie en belangrijke uitkomsten, welke de door hem in samenwerking met Stern verrichte experimenten hebben opgeleverd.

BOEKBESPREKING.

John Case. The Theory of Direct-current Dynamos and Motors, 192 blz., 120 fig. — W. Heffer & Sons Ltd. Cambridge 1921.

De Schrijver vooronderstelt dat zijn lezers bekend zijn met de elementaire theorie van het electromagnetisme, en ontwikkelt op dezen grondslag stap voor stap eerst de theorie van den gelijkstroom-dynamo en vervolgens die van den gelijkstroom-motor.

Het boek is verdeeld in zes Hoofdstukken. Hoofdstuk 1 handelt over geïnduceerde electromotorische krachten, zelfinductie, Foucault-stroomen in cylinders en platen, doch het skineffect is niet nader gezien. In Hoofdstuk 2 gaat de schrijver, aan de hand van veel diagrammen, vrij ver in op de verschillende ankerwikkelingswijzen en de karakteristieken van gelijkstroom-generatoren. In Hoofdstuk 3 vinden wij de theorie van shunt-, serie- en compound-motoren, terwijl het vierde Hoofdstuk het nuttig effect en dus de verschillende verliezen bij gelijkstroom-machines nader bezielt en de methoden aangeeft om deze experimenteel te bepalen. Hoofdstuk 5 handelt over de toepassing van gelijkstroom-motoren bij tractie, terwijl in het laatste Hoofdstuk het drie- en vier-geleiderssysteem en de „boosters” worden behandeld.

Het boek is voorzien van tal van diagrammen en al en niet uitgewerkte voorbeelden ter toelichting. Een enkele maal klopt de tekst niet met de diagrammen; zoo bijvoorbeeld wordt bij fig. 27 en fig. 58 in den tekst naar letters in de figuren verwezen die daar niet te vinden zijn. Overigens is het werk fraai uitgevoerd en zijn de figuren duidelijk.

v. d. P.

MEDEDEELINGEN.

Professor Lorentz wordt omstreeks 10 Mei van zijn Amerikaanse reis in Holland terugverwacht.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Algemeene Vergadering op Zaterdag 29 April 1922, des namiddags te 4 uur, in de Collegezaal van het Fysisch Laboratorium der Gemeentelijke Universiteit te Amsterdam, Plantage Muidersgracht.

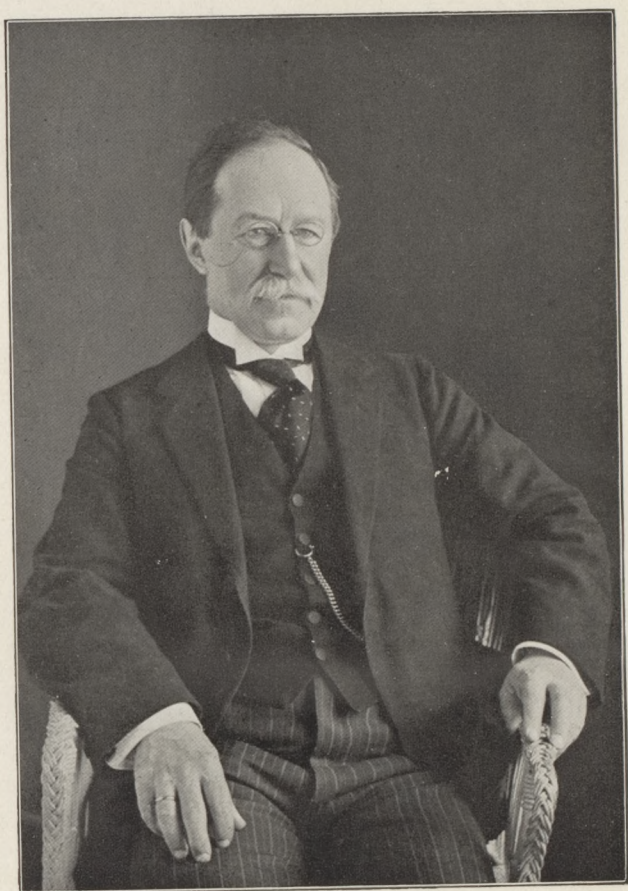
Agenda:

G. Holst: „De rol der positieve ionen bij de elektrische ontlading.”

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.



THE END OF THE WORLD



PROF. DR. R. SISSINGH

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

MEI 1922

NUMMER 5.

Prof. Dr. R. SISSINGH

1897—1922.

Den 31en Mei a.s. kan Dr. R. Sissingh terugzien op een 25-tal jaren, gedurende welke hij als hoogleeraar (tot 1907 buitengewoon) aan de Universiteit van Amsterdam werkzaam was.

De redactie stelde er prijs op dit jubileum in *Physica* te herdenken. Volgens ongeschreven voorschrift behoort men bij zoo'n bespreking ook in 't oog springende karaktertrekken van den jubilaris te vermelden. Niets gemakkelijker dan dit in het onderhavige geval, want Sissingh heeft sterk sprekende karaktertrekken; en toch staan wij al dadelijk voor een moeilijkheid.

Want er is één trek van den jubilaris, die ons bijna moest nopen, het schrijven van het navolgende achterwege te laten: zijn afkeer van het zich op den voorgrond plaatsen, zijn neiging om zich positief op den achtergrond te houden, wel eens tot verdriet van hen, die zich zijn vrienden mogen noemen. Men kon wel bijna de zekerheid hebben, dat dit artikel — aanvankelijk ten minste — den jubilaris niet aangenaam zou zijn. En moest men hem dan, op een feestdag toch, die ervaring niet besparen?

Maar dat mag niet. Dit tijdschrift, als aangewezen om mede de hedendaagsche en toekomstige geschiedenis der natuurkunde-beoefening in Nederland te boekstaven, zou in het volbrengen van dit deel van zijn taak schromelijk te kort schieten, als men aan den hier vermoeden wensch van Sissingh tegemoetkwam. Men vraagt dus den jubilaris vergeving, dat men wel gedwongen is, hem hier nu eens in het volle voetlicht, vlak vooraan op het tooneel te stellen, zoodat iedereen hem aanzien kan en zijn verdiensten en goede eigenschappen kan waarnemen. Overeenkomstig den aard van het jubileum houden wij de volgende bespreking binnen het kader van de laatste 25 jaar.

W. H. Julius verwisselde in 1896 zijn buitengewoon hoogleeraarsambt te Amsterdam met een gewoon te Utrecht. De Senaat van de Amsterdamsche Universiteit kreeg gedaan, dat in de vacature zou voorzien worden doordat behalve een buitengewoon hoogleeraar, tevens een lector zou worden benoemd. Werd Zeeman met het lectoraat belast, Sissingh, tot dan leeraar aan de toenmalige Polytechnische School te Delft, nam het buitengewoon professoraat op zich en aanvaardde dit op 31 Mei 1897 door het uitspreken van een rede, getiteld:

Beschouwingen over de ontwikkeling der natuurkunde ¹⁾.

De werkkring, die Sissingh te Amsterdam kreeg, was tweeledig. Hij nam in de eerste plaats de experimenteele colleges over, die Van der Waals zoo lang gegeven had. In de tweede plaats belastte hij zich tezamen met Zeeman en Van der Waals, welke laatste de opperleiding behield met de leiding der practische oefeningen.

Sissingh nam met enthousiasme de zeer zware taak op zich, den beroemden Van der Waals te vervangen bij het geven der experimenteele colleges. Daartoe behoorde moed. Welnu, een tweede karaktertrek van Sissingh is, dat hij den moed bezit om een taak, die moeilijk lijkt, aan te pakken. Voor het slagen komen hem dan zeer te stade een derde en vierde karaktertrek, zijn ongeloofelijke werkkraft en zijn vasthoudendheid, die ook bij tegenslagen van geen wijken weet.

En Sissingh zoude er zich, als dit in zijn aard lag, op mogen beroemen, dat hij in de taak van het geven der experimenteele colleges (een tweejarige cursus) geslaagd is. Zijn colleges behooren tot de door de studenten meest gewaardeerde. Dit niet alleen door de levendigheid van zeggings, door het plotseling, onverwacht inlasschen van een werkelijk geestige opmerking. een „sprank van vernuft”, waarbij wel eens de een of ander op gemoedelijke wijze een veer moet laten. Maar ook door den overvloed van proeven, die het besprokene goed toelichten. Aan de voorbereiding dier proeven wordt meer dan gewone zorg besteed; elke proef van eenig belang wordt elke twee jaar weer vooraf geprobeerd. Is 't maar eenigszins mogelijk, de proef quantitatief te nemen, dan weerhoudt de mogelijkheid of zelfs waarschijnlijkheid van mislukking Sissingh niet en rust hij niet, voordat de proef ook quantitatief genomen wordt. Wij wagen het, eraan te twijfelen, of er

¹⁾ Uitgegeven bij J. Waltman Jr. Delft.

vele hoogleerären in experimenteele natuurkunde in binnen- of buitenland te vinden zullen zijn, die het Sissingh zullen nadoen, de bepaling van de uitzettingscoëfficiënt van kwik volgens Dulong en Petit als lesproef te kiezen. Ons dunkt, „leeuwen op den weg” voorwenden ware hier vergefelijk. Maar het is toch een goed beginsel, niet alleen met het woord den hoorders in te prenten, dat het naaste doel der natuurstudie is, de quantitatieve betrekkingen der bestudeerde grootheden op te sporen, maar ze ook de wijze, waarop men dit doel soms heeft kunnen bereiken, metterdaad voor oogen te stellen en dat in zooveel mogelijk gevallen. Bij dit alles moet bovendien in aanmerking genomen worden dat Sissingh verre het grootste deel dezer 25 jaren te kampen heeft gehad met gebrek aan de volgens elken bevoegden beoordeelaar zoo onontbeerlijke goede amanuensishulp.

Sissingh staat erop, dat elke bezoeker van het college alles goed kan zien, wat op de collegetafel gebeurt. Dit schept in een groote zaal, waar 200 studenten zitten de moeilijkheid, dat bijna alle proeven, hoe bezwaarlijk dit ook soms is, voor projectie geschikt gemaakt, dikwijls zelfs de bij de proef noodige handgrepen geprojecteerd moeten worden. Sissingh heeft het ook aangedurfd, op dit groote college de studenten geregeld te laten respondeeren. Dit geeft wel eens aanleiding tot niet onvermakelijke opmerkingen van den hoogleeraar, als hij het noodig vindt, zijn critiek op een antwoord te uiten; maar tevens ontstaat daardoor een vertrouwelijke verhouding, over de collegetafel heen, zooals op niet veel andere colleges van dusdanigen omvang gevonden wordt. En de studenten ondervinden een — weldadigen — zachten dwang, zich voortdurend op de hoogte te houden van het behandelde.

Behalve dit groote college geeft Sissingh nog „capita selecta” voor physici, soms mede voor chemici. De reeksen van fraaie proeven, die hij daarbij laat zien, worden zeer gewaardeerd. Wij noemen de volgende onderwerpen: het verband van de beeldvorming in optische instrumenten met buiging; interferentie van breede lichtbundels; wetten van Fresnel en Arago; bestudeering van het magnetische veld om stroomgeleiders en verwante onderwerpen als magnetische hysteresis; wissel- en draaistroom; radioactiviteit; dubbele breking in elastische, magnetische en elektrische velden; interferenties bij hooge fazeverschillen.

Kenmerkend voor Sissingh's diep besef van zijn verplichtingen tegenover de gemeenschap is zijn uiterste zuinigheid met aan de

gemeente behorende materialen en geldmiddelen. Wil hij de strepen van Brewster laten zien, dan slooft hij zich dagen lang af, om ze te voorschijn te roepen met behulp van uit den voorraad gekozen stukken spiegelglas op geïmproviseerde voetstukken, slaagt maar half, constateert ten slotte, dat het spiegelglas niet voldoende plan-parallel is en acht zich eerst dan gerechtigd, een apparaat, voor het doel geschikt, aan te koopen. Het is geen toeval, trouwens, dat de jubilaris in zijn intreerede den lof van Fresnel, Hertz, Maxwell zingt, omdat zij zoo dikwijls werkten met door henzelf gemaakte instrumenten.

Na het aftreden van Van der Waals in 1908 nam Sissingh alleen de leiding van het propædeutisch practicum voor chemici en physici op zich. (Eerst onlangs heeft hij met ontoombare energie zijn schouders gezet onder de voorwaar niet licht te achten taak van het inrichten van een practicum voor medici). Voor deze oefeningen schreef hij een uitstekende handleiding ¹⁾, die kort geleden veel gewijzigd en nog verbeterd, in herdruk is verschenen. ²⁾ Een sprekend bewijs van de werkkraft van den jubilaris is, dat hij bij al het overige werk, waarvan ook nog in het volgende sprake zal zijn, het niet op zijn verantwoording heeft kunnen nemen, het nazien der verslagen der practicanten (hoevele honderdtallen wel in die 25 jaar!) aan een assistent over te laten. En elke opmerking bij het verslag bespreekt hij persoonlijk en zorgvuldig met den student.

Een groot gedeelte der propædeutisch medische en eerste natuurkundige examens (en tentamens!) neemt de hoogleeraar zelf af. Hij stelt zijn eischen daarbij hoog, te hoog naar het oordeel van den helaas gezakten armen candidaat, maar niet te hoog in 't oog van hem, die inziet, dat de voor het uitoefenen van het beroep van arts toch zoo gewenschte natuurkundige kennis velen der candidaten door gebrek aan innerlijke belangstelling zou ontgaan, indien de eischen lager gesteld werden.

Daarbij onttrok Sissingh zich allermint aan de vele beslommeringen van meer maatschappelijken aard, die wel onafscheidbaar lijken van het ambt van hoogleeraar. Waarschijnlijk is de opsomming verre van volledig, maar hier volgen er enkele: als Rector Magnificus in den cursus van 1916—1917 ³⁾; verder als lid van

¹⁾ Gedrukt in 1911 bij A. W. Sijthoff's U. M. Leiden.

²⁾ Bij de Stadsdrukkerij van Amsterdam 1920.

³⁾ Dies-rede en rede bij de overdracht van het rectoraat, zie Jaarboek der Universiteit van Amsterdam 1916—1917, Amsterdam 1918.

de commissie van toezicht op het M. O., in welke functie hij voor vele oud-leerlingen van onschatbaar nut geweest is; als bestuurslid van het Amsterdamsch Genootschap; als lid der commissie tot het afnemen van examens voor middelbare acten; als voorzitter van de sectie natuurkunde van het XV^e Ned. natuur- en gen. Congres; gedeeltelijk met dr. Coelingh tezamen schreef hij een brochure ¹⁾ tegen het omzetten van den vijfjarigen cursus der H. B. S. in een zesjarigen en over de hervorming van ons voorbereidend hooger onderwijs; hij werkte mede aan den Internationalen Catalogus, trad met belangrijke demonstraties als spreker op voor verscheidene geleerde genootschappen enz.

Een man van normale werkkraft zou zich over de voorafgaande staat van verrichte werkzaamheden gedurende 25 jaar, vooral gezien de zorg, waarmede en de omstandigheden, waaronder zij verricht werden, niet behoeven te schamen. Sissingh meende er geen genoegen mede te mogen nemen en vond nog lust en gelegenheid tot het schrijven van de beide „kloeke” deelen over licht in Bosscha's leerboek der natuurkunde ²⁾. Voor iederen ingewijden zal de geweldige omvang van de ondankbare taak, die Sissingh daarmee op zich nam, niet verborgen zijn. Niet iedereen is in staat zijn eigen belangen zoo zeer achter te stellen bij die van het algemeen. Waaraan is het anders toe te schrijven, dat men er niet in geslaagd is, een bewerker te vinden van het tweede deel van electriciteit in genoemd leerboek? Voorzeker had Sissingh recht op meer waardeering voor dezen offeringszin dan hem wel eens daarvoor ten deel valt. Het zou, om een voorbeeld te noemen, zeker aanbeveling verdienen, als de door Sissingh in voortbouw op een door Bosscha gelegde grondslag opgestelde ³⁾ en in het leerboek uiteengezette wijze van behandeling van breking en terugkaatsing bij bolvormige grensvlakken (ook in- en uittreepupil, veldpupil, gezichtsveld, lichtsterkte van het beeld, diepte van het veld, beeldverteekening, teleobjectieven) meer in gebruik kwam.

¹⁾ R. Sissingh. Waarom een 5-jarige en geene 6-jarige H. B. S.? D. Coelingh en R. Sissingh: De H. B. S. met 5-jarige cursus en de hervorming van ons voorbereidend Hooger Onderwijs 1914.

²⁾ R. Sissingh Leerboek der natuurkunde Vierde Boek. Licht. Eerste stuk Leiden A. W. Sijthoff 1902.

Dezelfde Idem Tweede stuk, Physische Optica, 1907.

³⁾ R. Sissingh Propriétés générales des images formées par des rayons centraux traversant une série de surfaces sphériques centrées. Verh. Kon. Ak. 7 Nr. 5 1900.

R. Sissingh Sur quelques propriétés des systèmes de lentilles photographiques Arch. Néerl. (2) 6 (Bosscha-band) 390, 1901.

Van den hoogleeraar wordt verwacht, dat hij, behalve aan het geven van onderwijs, zijn aandacht tevens wijdt aan de bevordering van zijn wetenschap door eigen onderzoek. Kan dit laatste deel van de hoogleeraarstaak den titularis zeer veel zorg en moeite verschaffen, het eerste doet dit niet minder, wanneer het opgevat wordt op de wijze, waarop Sissingh het doet. Kan de taak der bevordering der wetenschap door onderzoek leiden tot roem, ook over de grenzen van het land, de onderwijstaak kan dit bijna nooit en moet bevrediging geven door het nut en het genot, dat men den hoorders verschaft. Het is een zuiver persoonlijke zaak, bij welk onderdeel van zijn volle taak de hoogleeraar het zwaartepunt wil leggen, maar men mag eerbied hebben voor de offervaardigheid uit plichtsgevoel, die Sissingh ertoe geleid heeft, het grootste deel van zijn tijd te besteden aan het opvoedende en maatschappelijke deel zijner taak. Hij heeft gemeend, zijn zoo sterk gevoelden plicht te verzaken, als hij in plaats van zich bijna geheel te wijden aan zijn doceerend werk, zich meer gaf aan de toch gemeenlijk wel dankbaarder geachte bezigheid van onderzoek. De Universiteit van Amsterdam mag zich gelukkig prijzen, dat zij ook zulke hoogleeraren bezit.

En toch vond Sissingh nog bij al zijn werk gelegenheid om enkele promovendi te steunen bij het bewerken hunner proefschriften. Van deze laatste waren er twee, die beschouwd kunnen worden als voortzetting van het onderzoek, omtrent den invloed van oppervlaktelagen op de gewone en metallieke terugkaatsing van het licht, door Sissingh voor zijn eigen proefschrift ¹⁾ verricht. De bij deze onderzoekingen verkregen belangrijke resultaten en nog enkele andere werden door hem, gedeeltelijk in samenwerking, neergelegd in artikelen, opgenomen in de Versl. van de Kon. Akad. en het ZS. f. d. physik. u. chem. Unterr. ²⁾ Daarbij

¹⁾ R. Sissingh. Metingen over de elliptische polarisatie van het licht. Proefschrift Leiden 1885. Onnes' Comm. 1; Arch. Néerl. 20, 171, 1885.

²⁾ R. Sissingh. Over de theorie der terugkaatsing van het licht door niet volkomen doorschijnende lichamen. Versl. Kon. Ak. 14, 335, 1905.

R. Sissingh. Afleiding van de grondvergelijkingen der metallieke terugkaatsing uit Cauchy's theorie. Versl. Kon. Ak. 14, 506, 1905.

Vgl. ook: R. Sissingh. Metingen over Kerr's verschijnsel bij magnetisatie evenwijdig aan het spiegelend oppervlak. Verh. Kon. Ak. 2 28 1890. Onnes' Comm. 3; Wied. Ann 42, 115, 1891; Phil. Mag. (5) 31, 193, 1891.

R. Sissingh en J. M. Bijvoet. Über die durch wiederholte Reflexionen eines dreiseitigen Prismas erzeugten Bilder und eine neue Methode zur Bestimmung der Winkel eines Prismas mit nahe gleichseitigem Hauptschnitt. ZS. f. physik. u. chem. Unterr. 26, 81, 1913.

R. Sissingh en J. J. Haak. Experimenteel onderzoek naar den aard der oppervlaktelagen bij de terugkaatsing door kwik en naar een verschil in geaardheid van vloeibaar en vast kwik. Versl. Kon. Ak. 27, 417, 1919.

C. A. Reeser en R. Sissingh. Eene uitbreiding der theorie van den compensator van Babinet. Versl. Kon. Ak. 30, 145, 1921.

C. A. Reeser en R. Sissingh. Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op kwik en een verscherpte waarnemingsmethode met den compensator van Babinet. Versl. Kon. Ak. 30, 151, 1921.

mag niet uit het oog verloren worden, dat de bedoelde resultaten verkregen werden met behulp van een instrumentarium, dat op den naam modern geen aanspraak mag maken.

Wie het werken van Sissingh van meer nabij heeft kunnen gadeslaan, was in de gelegenheid een schat van nuttige kennis en kunde op te doen. De jubilaris verdient wel zeer de dankbaarheid van velen en heeft het volste recht, met groote voldoening op deze 25 jaren terug te zien. Het ware zeker niet misplaatst geweest, wanneer wij als motto aan het hoofd van dit artikel geplaatst hadden de slotwoorden van de reeds aangehaalde intreerede: *Bedenken wij tevens, dat niet zoozeer de vrucht van den arbeid, als de arbeid zelf, den beoefenaar der wetenschap verder brengt.*

Maar.... nu ja, verder brengen zullen U, Sissingh, onze bewondering en genegenheid, die toch ook vruchten van Uwen zoo stoeren arbeid zijn, niet. Maar toch mogen zij U wel een voldoening zijn. Wij wenschen voor U zelf, voor mevrouw Sissingh en ook voor ons allen, dat gij nog vele jaren op dezelfde wijze moogt blijven *arbeiden*.

N. H. KOLKMEIJER.

Naschrift der Redactie. Professor Sissingh vergunne ons, hem onze hartelijke gelukwenschen aan te bieden op zijnen herdenkingsdag. Wij zijn zoo gelukkig geweest, in den heer Kolkmeijer een vertolker te vinden van de gevoelens van waardeering, welke bij een gelegenheid als deze tot uiting dringen, en hem bereid te vinden eene schets te geven van prof. Sissingh in zijn werk. Wij sluiten ons gaarne aan bij het bovenstaande opstel en hopen dat voor prof. Sissingh nog vele jaren mogen zijn weggelegd van hem rijke voldoening schenkend werk.

OVER OPPERVLAKTELAGEN OP METALEN SPIEGELS

door C. A. REESER.

I. INLEIDING.

Een metaal is optisch gekenmerkt door twee grootheden: n_0 en k_0 , brekingsaanwijzer en absorbtiecoëfficiënt bij loodrechten inval.

Veelal berekent men deze optische constanten door middel van formules, die de theorie der metallieke terugkaatsing leert, uit twee andere grootheden, hoofdinvalshoek I en hoofdazimuth H . Daaronder verstaat men het volgende:

Gelijk bekend, veranderen bij terugkaatsing op een vlakken metalen spiegel de ontbondenen van den lichtvector in, en loodrecht op het invalsvlak, niet alleen in faze, en dat nog wel in verschillende mate, zoodat er na de terugkaatsing een fazeverschil bestaat tusschen beide — maar ook in amplitude voor beide componenten verschillend, zoodat na opheffing van het fazeverschil (met een compensator van Babinet) door de terugkaatsing ontstaan, het nu weer rechtlijnig gepolariseerde licht in een ander invalsvlak trilt dan het invallende, m. a. w. een ander azimuth heeft. Men noemt dit het *hersteld azimuth*. Dien invalshoek, waarbij het fazeverschil der componenten door de terugkaatsing wordt $\frac{1}{4}\lambda$, noemt men den hoofdinvalshoek I , het daarbij behorende hersteld azimuth het hoofdazimuth H .

I en H zijn door vele onderzoekers bepaald voor verschillende metalen. Men merkte al spoedig op, dat dezelfde methode van onderzoek, door verschillende waarnemers toegepast op eenzelfde metaalsoort, waarden voor de optische constanten gaf, die veel meer van elkaar afweken dan de waarnemingsfouten toelieten. Daar de formules, waaruit n_0 en k_0 worden berekend voor deze inderdaad constante waarden leveren uit waarnemingen op denzelfden spiegel verricht bij verschillende invalshoeken, kan men niet denken aan onjuistheid der formules. Bovendien blijken verschillende lichttheorieën (Neumann, Cauchy, Voight) hier, volgens de berekeningen van Sissingh¹⁾ zeer wel uitkomsten te kunnen leveren, die des te beter met elkaar overeenstemmen, naarmate de waarnemingen nauwkeuriger zijn. De theorie leert dus alleen die getalwaarden der optische constanten kennen, waardoor zich de toestand van het oppervlak het best laat beschrijven, zonder dat hieruit een bewijs voor de juistheid der theorie is te putten.

Men moet de oorzaken der afwijkingen dus zoeken in het spiegellend oppervlak zelf. Drude toonde aan, van hoe grooten invloed de aard van het polijstmiddel en de wijze van behandelen op den toestand van het metaaloppervlak is. Men wijt dit aan het optreden van een eindeloos aantal microscopisch fijne krassen,

¹⁾ Sissingh, proefschrift Leiden, 1885, blz. 75.

terwijl een ideale polijsting, of tenminste een zelfde „normaal-toestand”, nooit met zekerheid is te bereiken. Verder bleek uit metingen op ondoorschijnende kristallen, dat gedurende de waarnemingen dikwijls veranderingen in het oppervlak ontstonden, die denzelfden invloed hadden als onvolkomen polijsting: n.l. vergrooting van het hoofdazimuth, en verkleining van den hoofd-inalshoek. Naast mechanische factoren dus, die den toestand van een spiegellend oppervlak bepalen, kunnen ook nog andere invloeden werken, als daar zijn: verweering en adsorbtie van lucht of andere gassen. Door de keuze van het metaal kwik als voorwerp van onderzoek worden meteen alle mechanische oorzaken die den toestand van het oppervlak wisselvallig maken, terzijde gesteld, en, wanneer eenmaal zuiver kwik is verkregen, is het mogelijk de optische constanten daarvan te bepalen, zoowel als den invloed van luchtadsorbtie of opzettelijk aangebrachte vreemde lagen na te gaan. De adsorbtie werd reeds door Sissingh en Haak ¹⁾ aangetoond, terwijl nu door een verscherping der waarnemingsmethode, en de mogelijkheid zuiver kwik te verkrijgen, de eigenschappen van vreemde lagen uitgebreider konden worden onderzocht. ²⁾ Dit onderzoek werd onder leiding van prof. Sissingh verricht.

II. ZUIVER KWIK.

De toestel, waarmee het fazeverschil na terugkaatsing, en het hersteld azimuth werden bepaald, bestaat uit een collimator, waarvoor zoo dicht mogelijk de krater van een booglamp wordt geplaatst. De evenwijdig geworden lichtbundel gaat door den polarisator, kaatst terug op het spiegellend oppervlak, doorloopt den compensator van Babinet, door Sissingh als precisie-instrument ingericht, en waarmee zeer nauwkeurig het ontstane fazeverschil wordt gemeten en opgeheven, dan den analysator, die het weer rechtlijnig geworden licht kan uitdooven, en in dien stand het hersteld azimuth aanwijst. Alle verschijnselen worden waargenomen door een kijker, die scherp is ingesteld op de zwarte streep in den compensator, uit welks verplaatsing de fazeverandering blijkt. Deze kan op een schroefkop tot in 0.01 m.M. worden afgelezen. Eénkleurig licht verkrijgt men door tusschen collimator en polarisator een kleurenfilter te plaatsen, dat een nauw spectrum doorlaat.

1) Haak, Proefschr. Amst. 1918.

2) Zie Schrijvers proefschr. Amst. 1921.

De kwikspiegel wordt verkregen door uit de fijne, uitgegloeide punt van een glazen trechter zuiver kwik te laten vloeien in een goed gereinigd glazen bakje op den toestel. Nu ziet men echter binnen enkele minuten na het ingieten reeds de zwarte streep in den compensator zich verplaatsen, wat wijst op een verandering van het oppervlak, anders gezegd: het ontstaan van een oppervlaktelaag.

De oorzaken nu, die een zuiver kwikoppervlak bederven, zijn:

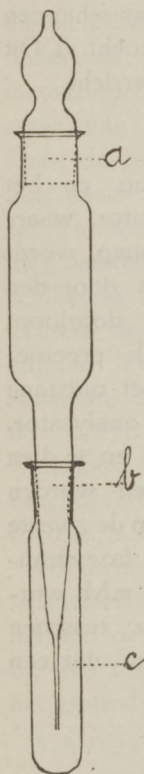
- a. Onzuiverheden in het kwik zelve, die komen boven drijven.
- b. Onzuiverheden in het bakje, waarin het wordt uitgegoten.
- c. Adsorbtie van lucht door den fijnen kwikstraal bij het ingieten.
- d. Adsorbtie van lucht of dampen uit de omgeving.

Door het bakje uiterst zorgvuldig te reinigen, en vervolgens het oppervlak in een luchtledige ruimte te doen ontstaan en waar te nemen, konden *b*, *c* en *d* worden geëlimineerd, terwijl het verschijnsel hetzelfde bleef, en soms erger werd. Zoodat men als oorzaak moet blijven aanmerken: onvoldoende zuiverheid van het (met salpeterzuur en kali gewasschen, gedroogde en twee maal gedestilleerde) kwik.

Ten slotte is het gelukt een zuiver oppervlak te verkrijgen, door het gezuiverde kwik na destillatie te filtreeren door eenige papieren trechters in den toestel van nevenstaande figuur. *a* en *b* zijn ingeslepen stoppen. Nadat bij *a* kwik is binnengevloeid, loopt dit langzaam door de fijne punt *c* in het onderste buisje, en vult dit geheel. De toestel wordt geheel gevuld met kwik, voor het gebruik neemt men het buisje om *c* weg en brengt *c* boven het bakje waar de spiegel gevormd moet worden. Het kwik, aldus niet met andere objecten in aanraking geweest, terwijl alles wat naar verontreiniging mocht zweemen, bij *a* is kunnen gaan bovendrijven, levert nu een schoon oppervlak, dat open in de lucht een wel 10 minuten onveranderlijke compensatorinstelling geeft.

Experimenteel en theoretisch zijn nu vastgelegd de volgende drie kenmerken voor een zuiver kwikoppervlak:

1^o. Oppervlaktelagen verhoogen de compensatoraflezing.



2°. Ze vergrooten het hersteld azimuth bij niet te kleine invalshoeken.

3°. De compensatorinstelling moet bij een versch opgegoten kwikoppervlak, dat de laagste instelling geeft, in de lucht zeer langzaam oploopen.

Op de aldus verkregen schoone oppervlakken kunnen nu fazeverschil en hersteld azimuth voor zuiver kwik worden bepaald voor verschillende kleuren van het zichtbare spectrum. Men vindt:

λ in $\mu\mu$	I	H	n_0	k_0
669	80°49'	34°20'	2,248	5,614
637	80°26'	34°45'	2,076	5,399
578	79°28'	35°50'	1,693	4,934
558	79° 8'	36° 6'	1,592	4,779
546	78°56'	36°16'	1,538	4,696
482	77°42'	37°26'	1,198	4,220
436	76°21'	38° 2'	0,995	3,754

De hier gevonden waarden van I zijn alle hooger dan die welke tevoren ooit door andere waarnemers zijn bepaald. Daar oppervlakte-lagen steeds den hoofdinvalshoek verkleinen, wijst dit op onzuiverheid van het door hen gebruikte kwik.

III. METINGEN MET OPPERVLAKTELAGEN.

Nu zal men wenschen de verandering in het fazeverschil en het hersteld azimuth te leeren kennen, die een oppervlakte-laag teweeg brengt. Wel blijkt door adsorbtie van lucht de compensatorstreep zich al spoedig 0,10 mm. te verplaatsen, overeenkomend met een fazeverandering van 6×10^{-3} golflengte, maar de daarbij behorende verandering in hersteld azimuth gaat dikwijls 15' niet te boven. De nauwkeurigheid echter, waarmee het hersteld azimuth, als gemiddelde uit 64 instellingen in verschillende kwadranten werd gevonden was hoogstens 20', terwijl deze waarnemingen moeilijk te verrichten waren en ruim twee uren in beslag namen. In dien tijd is het oppervlak natuurlijk al lang weer veranderd. Alleen door een verfijning van de methode is het mogelijk geworden deze kleine veranderingen als gemiddelde van 16 instellingen te meten met een nauwkeurigheid van 5' voor rood licht (669) en van 9' voor blauw (482). Dit werd op de volgende manier bereikt:

1e. Vergrooting van de lichtsterkte, door den krater van de

booglamp zoo dicht mogelijk voor de collimatorspleet te plaatsen.

2e. Het gebruik van kleurenfilters, waardoor een volkomen onveranderlijke golflengte wordt gewaarborgd.

3e. De opheffing van de afwijking die de polarisator aan de lichtstralen geeft, waardoor men zeker is, bij een constanten invalshoek te werken.

4e. Een spleet vóór den compensator, onveranderlijk aan dezen vastgemaakt, schut het sterke licht af dat naast de zwarte compensatorstreep doordringt en het oog ongevoelig maakt.

5e. Een spleet in het brandvlak van den kijker onderschept het licht door inwendige terugkaatsing in den compensator doorgelaten. Hierdoor wordt de zwarte compensatorstreep veel zwarter en scherper begrensd dan te voren, terwijl het hersteld azimuth veel sneller en veel nauwkeuriger te bepalen is.

Een eerste serie waarnemingen werd verricht met een zestal rooklagen, op een schoon kwikoppervlak geblazen. In de tabel wijst $c - c^1$ de verplaatsing der compensatorstreep aan in m.M. $\psi - \psi^1$ de verandering in hersteld azimuth in minuten, beiden voor de er boven aangegeven golflengte.

	$\lambda = 669 \mu\mu$		$\lambda = 637 \mu\mu$		$\lambda = 558 \mu\mu$		$\lambda = 482 \mu\mu$	
	$c - c^1$	$\psi - \psi^1$	$c - c^1$	$\psi - \psi^1$	$c - c^1$	$\psi - \psi^1$	$c - c^1$	$\psi - \psi^1$
1	0,11 ⁵	7	0,13	14	0,13	20	0,06 ⁵	2
2	0,15 ⁵	23	0,14 ⁵	19	0,15	14	0,12 ⁵	5
3	0,23	34	0,21 ⁵	27	0,19 ⁵	25	0,12 ⁵	3
4	0,45 ⁵	58	0,41	46	0,34 ⁵	45	0,25 ⁵	27
5	0,92	128	0,83	133	0,70	127	0,52 ⁵	92
6	1,44	227	1,31 ⁵	228	1,03	221	0,77 ⁵	202

Men merke op, dat de compensatorverplaatsingen, die eenzelfde laag geeft, voor blauw altijd veel kleiner zijn dan voor rood; dat dit eveneens het geval is voor $\psi - \psi^1$, vooral voor de dunnere lagen, en dat voor deze de waarden van $\psi - \psi^1$ op de grens van het waarnemingsvermogen liggen.

Een tweede reeks proeven werd genomen met beenderolie, waarvan een druppeltje op het kwik geënt werd. Onmiddellijk verschuift de compensatorstreep, terwijl het oliedroppeltje nog rustig op zijn plaats ligt. Hiermede is de door Fischer en anderen vermoede „vorausseilende Schicht” rechtstreeks aangetoond. Voor dezelfde kleuren als boven vindt men:

0,07 ⁵	9	0,09 ⁵	9	0,12 ⁵	0	0,08	1
-------------------	---	-------------------	---	-------------------	---	------	---

Een derde reeks waarnemingen werd gedaan om den invloed van de lucht te bepalen. Eéne mededeeling moge volstaan, waarbij het schoone kwikoppervlak 20 uur onder een glazen kapje aan de lucht was blootgesteld:

0,13⁵ 23 0,14⁵ 28 0,13⁵ 31 0,08 11

In de gevallen, waarin het kwik niet werd afgedekt, zijn de stijgingen gewoonlijk veel grooter, zoodat ongetwijfeld stof- en vetdeeltjes mede hun invloed hebben doen gelden.

IV. BEREKENINGEN.

Ten slotte zal men de waargenomen grootheden in verband gebracht willen zien met gemakkelijk tot ons sprekende eigenschappen der laag. Daartoe moet men de theorie te hulp roepen. Mac Laurin ¹⁾ zoowel als Drude ²⁾ leiden uit hun overwegingen, waaraan de onderstelling van een continue doorzichtige overgangslaag ten grondslag ligt, af, dat de toestand van een metaal oppervlak gekenmerkt wordt, behalve door de twee optische constanten van het metaal, door twee aan de laag eigene grootheden. Deze hebben bij Mac Laurin echter een moeilijk aan te geven zin, terwijl bovendien zijn formules bij de hier gebruikte groote invalshoeken van bijna 80° niet meer mogen worden toegepast. Bij Drude zijn het brekingsaanwijzer en dikte der laag, en deze juist interesseeren ons. In de onderstelling dat de brekingsaanwijzer in de laag een gemiddelde waarde heeft, vindt men voor dezen, en voor de dikte l in $\mu\mu$ der rooklagen, voor de kleuren als boven:

	n	l		n	l		n	l		n	l		n	l
1	5,00	1,60		4,33	1,95		3,93	2,39		5,53	1,39			
2	3,30	2,28		3,93	2,21		4,78	2,69		5,43	2,67			
3	3,65	3,32		4,02	3,26		4,32	3,54		5,58	2,66			
4-3	5,62	3,10		4,49	2,92		4,33	2,58		3,76	2,88			
5-4	2,14	7,94		2,16	7,60		2,47	7,29		2,87	6,34			
$l_5 =$		14,4			13,8			13,4			11,9			

Hierin zijn de getallen achter 4-3 en 5-4 de n en l van de laag rook, die aan 3 resp. 4 moet worden toegevoegd om laag 4 resp. 5 te doen ontstaan. l_5 is de totale dikte van de laag 5.

Men ziet, dat voor l_5 vrijwel constante waarden worden gevonden voor de verschillende kleuren. Verder merke men op, dat de

¹⁾ Proc. R. Soc. A 77, 1906.

²⁾ Wied. Ann. 36, 1889.

brekingsaanwijzer voor zeer dunne lagen een grootere waarde heeft dan voor de dikkere, terwijl dit voor blauw in nog sterker mate geldt. De nauwkeurigheid voor n bedraagt 10—20 %, voor l 5—15 %.

De dikte der olielaag benevens haar brekingsaanwijzer is:

n	l	n	l	n	l	n	l
3,99	1,07	4,55	1,42	5,85	2,21	5,92	1,70

De dikte der luchtlag zou dan zijn:

2,88	2,05	2,58	2,43	2,50	2,76	4,39	1,74
------	------	------	------	------	------	------	------

Deze waarden stemmen goed overeen met wat andere waarnemers hebben gevonden. Zoo geeft Rayleigh voor de dikte der olielaag, die kamferdeeltjes op water doet stilliggen 1μ . Fischer voor de „vorausseilende Schicht” 5μ .

Uit den grooten brekingsaanwijzer der laag kan men besluiten tot een groote dichtheid der laag. Neemt men n.l. aan, dat deze aan het kwikoppervlak voor lucht bedraagt 13,6, en dat verder de experimenteele formule $\frac{d}{n-1} = C$ geldt, dan vindt men als gemiddelde waarde voor de geheele laag $n = 2,52$ voor geel licht terwijl de waarnemingen voor lucht geven voor groen 2,50, voor rood 2,58.

Bedenkt men echter, dat de dikte der lagen van de orde $0,002 \lambda$ is, dan doet het wat vreemd aan, hier van een „brekingsaanwijzer” te spreken, en de vraag rijst, of de formules van Drude nog wel toepassing mogen vinden. Zoolang echter de theorie geen middelen aangeeft, waardoor de waargenomen veranderingen in verband worden gebracht met andere, voor de hand liggende eigenschappen der stof, zal men zich met het bestaande tevreden moeten stellen.

Summary.

The above is a precision-method, which enables us to measure the optical changes which a surface-layer on a metal reflector causes in the phase and the azimuth of restored polarisation. Especially the change of the azimuth it had been impossible to measure before. By means of the formulae of Drude the refraction-index and the thickness of the layer can be calculated.

DE VERLENGDEN VAN DE DAMPSPANNINGSLIJN EN VAN DE MIDDELLIJN

door J. E. VERSCHAFFELT.

Volgens de empirische vergelijking

$$\log \frac{p}{p_k} = f \cdot \left(1 - \frac{T_k}{T} \right),$$

waardoor Van der Waals de verandering van de dampspanning met de temperatuur heeft voorgesteld, zou p bij oneindig hooge T tot een limiet naderen; dit wil dus zeggen, dat in het p, T diagram de dampspanningslijn, in plaats van bij toenemende T steeds vlugger te blijven stijgen, zooals beneden de kritische temperatuur, ergens een buigpunt zou moeten vertoonen (bij $T = \frac{1}{2} f T_k = 3,5 T_k$ ongeveer) om tenslotte asymptotisch de grenswaarde $p = e^f p_k (= 1000 p_k$ ongeveer) te bereiken. De empirische regel van den rechtlijnigen diameter voert boven $T = T_k$ eveneens tot een eenigszins merkwaardige gevolgtrekking, n.l. deze, dat bij een temperatuur $T = 2 T_k$ ongeveer de ordinaat van die middellijn nul zou zijn, en daarna negatief zou worden. Nu hebben, wel is waar, die lijnen boven $T = T_k$ geen physische beteekenis meer, zoodat het ons vrij onverschillig kan wezen, of de empirische betrekkingen, tot boven de kritische temperatuur uitgestrekt, tot onwaarschijnlijkheden of zelfs ongerijmdheden voeren; waar echter die lijnen mathematisch wel een verlengde hebben boven $T = T_k$ (zij houden n.l. niet bij het kritische punt op) kwam het me toch niet geheel onbelangrijk voor, eens iets omtrent dat verdere verloop dier lijnen te weten te komen. Ik heb dus dat verdere verloop onderzocht, en wel door uit te gaan van de oorspronkelijke toestandsvergelijking van Van der Waals, die toch bij benadering tot het hierboven vermelde verloop van dampspanningslijn en middellijn voert.

Volgens Van der Waals wordt het evenwicht vloeistof-damp bepaald door de gereduceerde vergelijkingen:

$$\pi_{12} = \frac{8}{3} \frac{\vartheta}{\varphi_1 - \frac{1}{3}} - \frac{3}{\varphi_1^2} = \frac{8}{3} \frac{\vartheta}{\varphi_2 - \frac{1}{3}} - \frac{3}{\varphi_2^2} \quad (1)$$

en

$$\pi_{12} (\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{8}{3} \vartheta \left[\log \left(\varphi_2 - \frac{1}{3} \right) - \log \left(\varphi_1 - \frac{1}{3} \right) \right] - 3 \left(\frac{1}{\varphi_1} - \frac{1}{\varphi_2} \right) \quad (2)$$

Voor $\vartheta > 1$ worden φ_1 en φ_2 imaginair, en wel toegevoegd

imaginair, indien men ten minste werkelijk voor π_{12} een reële waarde vindt, wat blijken zal; dan zijn $\delta_2 = 1/\varphi_2$ en $\delta_1 = 1/\varphi_1$ ook toegevoegd imaginair, zoodat hun som reëel is, en dus ook de middellijn werkelijk een verlengde heeft boven $\vartheta = 1$.

Stelt men $\varphi_2 = x + iy$ en $\varphi_1 = x - iy$, dan worden de vergelijkingen (1) en (2)

$$\pi_{12} = \frac{8}{3} \vartheta \frac{x - \frac{1}{3}}{(x - \frac{1}{3})^2 + y^2} - 3 \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \frac{\vartheta}{(x - \frac{1}{3})^2 + y^2} = \frac{6x}{(x^2 + y^2)^2} \quad (4)$$

en

$$\pi_{12} = \frac{8}{3} \vartheta \frac{b}{y} - \frac{3}{x^2 + y^2}, \quad (5)$$

waarin b bepaald wordt door

$$\operatorname{tg} b = \frac{y}{x - \frac{1}{3}}; \quad (6)$$

ik heb n.l. gesteld

$$\log(\varphi_1 - \frac{1}{3}) = a - ib \quad \text{zoodat} \quad \varphi_1 - \frac{1}{3} = e^a \cos b - i e^a \sin b.$$

Uit (3) en (4) volgt nog:

$$\pi_{12} = \frac{3x^2 - 2x + 3y^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (7)$$

zoodat, in verband met (5),

$$\frac{8}{3} \vartheta = \frac{y}{b} \cdot \frac{6x^2 - 2x + 6y^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (8)$$

dus ook, in verband met (4),

$$bx(6x^2 - 4x + 6y^2 + \frac{2}{3}) = y(6x^2 - 2x + 6y^2); \quad (9)$$

zoodat men ten slotte krijgt, wanneer men y uit (9) en (6) elimineert:

$$3bx = 3(x - \frac{1}{3}) \operatorname{tg} b + \frac{1 + \operatorname{tg}^2 b}{\operatorname{tg} b}$$

of

$$x = \frac{1}{3} \frac{\operatorname{tg}^3 b}{(\operatorname{tg} b - b)(1 + \operatorname{tg}^2 b)}. \quad (10)$$

De vergelijkingen (10), (6), (8) en (7) bevatten nu de geheele oplossing van het vraagstuk: het is voldoende aan b achtereenvolgens alle mogelijke waarden te geven, van $b = 0$ af, tot $b = \pi$ toe, om overeenkomstige waarden van x , y , ϑ en π_{12} te vinden, tot $\vartheta = \infty$. Is $b = 0$, dan is $x = 1$, $y = 0$, $\vartheta = 1$, $\pi = 1$; dat is het kritische punt. Verder vindt men voor eenige waarden van b :

	b	$tg b$	x	y	ϑ	π_{12}	$\frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2) = \frac{x^2 + y^2}{2x}$
$\frac{\pi}{4}$	0,785	1,000	0,775	0,442	1,10	1,34	0,98
$\frac{\pi}{2}$	1,571	$\pm \infty$	0,333	0,524	1,40	3,3	0,87
$\frac{3\pi}{4}$	2,356	-1,000	0,050	0,283	2,6	22,	0,60
π	3,142	0	0	0	∞	∞	0

Men ziet dus, dat volgens van der Waals de dampspanningslijn p , T steeds vlugger stijgt, en de middellijn asymptotisch tot den ordinaat nul nadert. Dat zal ook wel het werkelijke verloop dier lijnen wezen.

Résumé:

D'après l'équation d'état de van der Waals les densités des phases coexistantes deviennent imaginaires au-dessus de la température critique, mais conjuguées, de sorte que leur moyenne est réelle, c. à. d. que le diamètre de la courbe limite a un prolongement réel. L'ordonnée de ce diamètre tend vers 0 pour $T = \infty$, alors que la règle du diamètre rectiligne, étendue au delà de $T = T_c$, ferait prévoir un passage vers des ordonnées négatives.

De même la courbe des tensions de vapeurs a un prolongement réel, qui s'élève à l'infini, alors que la formule empirique donnée par van der Waals ferait prévoir une tendance asymptotique vers un maximum.

EEN EENVOUDIGE AFLEIDING VAN DE LENZENFORMULE

door W. UITTERDIJK.

Velen zullen het met mij eens zijn, dat leerlingen, die de wiskunde nog niet hanteeren als een gemakkelijk instrument voor het denken, nogal moeite hebben met de herleidingen, die tot de lenzenformule voeren. Ze begrijpen de verschillende onderdeelen van het wiskundig betoog wel, doch kunnen den geheelen gang nog niet gemakkelijk overzien.

In verband hiermede geven sommigen de formule zonder bewijs, wat m.i.z. geen aanbeveling verdient. Het bezwaar van een eenigszins lastige herleiding is niet zoo heel groot. De leerlingen zien dan toch in elk geval, hoe men er komt. En dan zien ze de uitkomst met heel andere oogen aan, dan wanneer de formule zoo

maar uit de lucht valt. Men moet echter aanvankelijk niet verlangen, dat ze het bewijs kunnen reproduceeren, want dat brengt hen tot het mechanisch memoriseeren van een wiskundig betoog, wat schadelijk werkt op de vrije ontwikkeling van het denken. Men moet rustig afwachten. De geest groeit geleidelijk. En de tijd komt vanzelf, waarop ze dat wat vroeger zoo ingewikkeld scheen, als betrekkelijk eenvoudig leeren overzien.

Wanneer het echter mogelijk is, het betoog een zoodanigen vorm te geven, dat de gang dadelijk kan worden overzien, dan is dat natuurlijk beter. Daarom heb ik gezocht naar een eenvoudiger en overzichtelijker afleiding van de lenzenformule dan de gewoonlijk gevolgde. Het resultaat van mijn zoeken bied ik thans den lezers van dit tijdschrift aan.

De brekingswet

$$(1) \quad \frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

gaat voor kleine hoeken over in de betrekking

$$(2) \quad \frac{i}{r} = n,$$

die wel eens de formule van Kepler wordt genoemd, omdat Kepler deze betrekking reeds vond, vóór de wet van Snellius bekend was.

Uit (2) volgt $i - r = (n - 1)r$. De gebroken straal vertoont dus een afwijking y van de rechte lijn van

$$(3) \quad y = (n - 1)r.$$

Bij de breking van stralen door een grensvlak tusschen lucht en glas zullen we voor de eenvoudigheid den hoek in het glas steeds r noemen.

Voor de afwijking blijft dan (3) gelden.

Fig. 1 stelt voor den gang van een straal door een prisma. A en B moeten zeer kleine hoeken zijn en dat is alleen mogelijk, als ook E klein is. In dat geval vinden we volgens (3)

$$P = (n - 1)A, \quad Q = (n - 1)B$$

en dus

$$S = P + Q = (n - 1)(A + B).$$

Omdat verder A en B samen gelijk zijn aan E vinden we

$$(4) \quad S = (n - 1)E.$$

De straal krijgt dus door de twee brekingen een afwijking van

de rechte lijn, die gelijk is aan $(n - 1)$ maal den hoek, dien de grensvlakken met elkaar maken.

Een bekende beschouwing is het, in de lens een samenvatting te zien van vele elementaire prisma's. Voor het gemak hebben we in fig. 2 een straal $L A B$ gekozen, die door het uiterste randje van de lens gaat. De grensvlakken van het kleine prisma, waardoor de straal

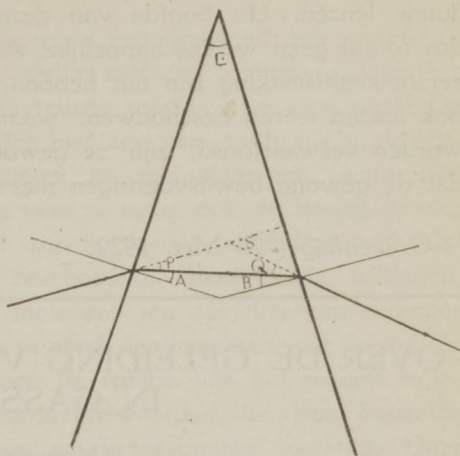


Fig. 1.

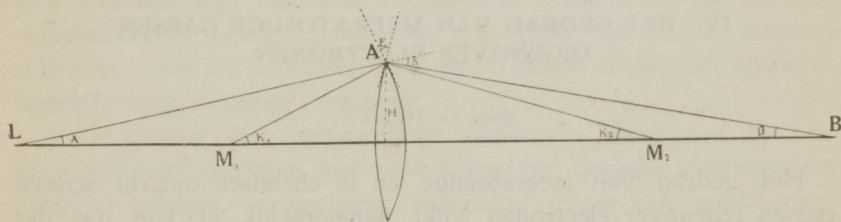


Fig. 2.

gaat, zijn aangegeven door de stippellijnen om hoek E . Ze staan $\perp$ op de bolstralen en daaruit volgt gemakkelijk, dat E gelijk is aan $K_1 + K_2$. De hoek S is de afwijking van de rechte lijn, die de straal door de twee brekingen krijgt. Hij is gelijk aan $\lambda + \beta$. En volgens de straks gevonden betrekking (4) hebben we nu

$$(5) \quad \lambda + \beta = (n - 1)(K_1 + K_2).$$

Noemen we l en b de afstanden van L en B tot een willekeurig punt van de als oneindig dun beschouwde lens, en stellen we H gelijk aan de kleine cirkelboogjes tusschen A en de hoofdas van de vier cirkels, die door A gaan en L , M_1 , M_2 en B als als middelpunten hebben, dan gaat (5) over in

$$\frac{H}{l} + \frac{H}{b} = (n - 1) \left(\frac{H}{r_1} + \frac{H}{r_2} \right),$$

als we de hoeken in radialen uitdrukken. Hieruit volgt dan na deeling door H

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{b} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

De gevolgde gang is natuurlijk alleen geschikt voor oneindig

dunne lenzen. Uit hoofde van deze beperking heeft het bewijs dus totaal geen wetenschappelijke waarde. Het kan echter bij een eerste kennismaking zijn nut hebben. Wanneer de leerlingen later ook lenzen leeren beschouwen, waarbij de dikte niet meer mag worden verwaarloosd, zijn ze gewoonlijk wel zoo ver gekomen, dat de gewone bewijsvoeringen niet meer een beletsel zijn.

's-Gravenhage, 26 Mrt. 1922.

OVER DE GELEIDING VAN ELECTRICITEIT IN GASSEN.

(Vervolg)

IV. HET GEDRAG VAN MEERATOMIGE GASSEN TEGENOVER ELECTRONEN

door G. HERTZ.

Het gedrag van meeratomige en in chemisch opzicht actieve gassen tegenover electronen wijkt aanmerkelijk af van dat der edelgassen ¹⁾ en metaaldampen; het voornaamste onderscheid ligt wel daarin, dat bij botsingen van electronen tegen moleculen van de eerstgenoemde gassen behalve quanteuze energieafgifte ook een niet quanteuze overdracht van energie kan plaats vinden.

Zooals reeds in het eerste artikel van deze reeks (blz. 21) werd opgemerkt, geven electronen bij botsing tegen de moleculen van gassen, die in chemisch opzicht actief zijn, energie af, waarvoor het volstrekt niet noodig is, dat het botsende electron een bepaalde minimale energiehoeveelheid bezit; dit energieverlies is des te grooter, naarmate het beschouwde gas in chemisch opzicht meer electronegatief is, of zooals men het ook wel uitdrukt, naarmate de electronenaffiniteit van het gas grooter is. Behalve dit energieverlies, dat aan de electronenaffiniteit te danken is, kan echter

¹⁾ *Opmerking:* In aansluiting aan het voorafgaande artikel (in het bijzonder blz. 107) kan nog worden medegedeeld, dat schrijver dezes thans ook voor neon den samenhang tusschen de energietrappen, zooals die uit metingen met botsende electronen volgen, en de termen van het optische spectrum heeft kunnen aantoonen. Het spectrum van neon heeft volgens Paschen in principe het type van het alkalispectrum; doch de termen zijn hier veelvoudig in plaats van enkelvoudig; zoo zijn er bijv. 4 termen van de soort $1.5s$, 10 termen van de soort $2p$, enz. Deze beide eerste groepen van termen zijn echter over een zeer eng gebied verdeeld, zoodat de aparte termen bij de metingen met botsende electronen niet op te lossen zijn. Hun gemiddelde waarden zijn echter nauwkeurig in overeenstemming met de waarden, die uit de ionisatiespanning en de beide aanslagspanningen berekend kunnen worden.

bij botsing van het electron tegen een molecuul ook quanteuze afgifte van energie optreden, welke met den overgang van het molecuul in een hooger en quanteuzen toestand gepaard gaat. De omstandigheden zijn hier echter niet zoo eenvoudig als bij de één-atomige moleculen der edelgassen en metaaldampen, want niet alleen de bewegingen der electronen, maar ook de beweging van de atomen in het molecuul zijn nu als de inwendige vrijheidsgraden van het molecuul te beschouwen. Zoowel de trillingen, welke de atomen van het molecuul ten opzichte van elkander kunnen uitvoeren, onder den invloed der krachten, die de atomen aan elkander verbinden, als ook de rotatie van het geheele molecuul, zijn onderworpen aan quantavoorwaarden, die alleen bepaalde discrete trillingstoestanden resp. rotatietoestanden toelaten. Daar men hier met zeer langzame trillingen te doen heeft, zijn de corresponderende energiequanta ook zeer klein; als gevolg hiervan zullen er voor de moleculen een groot aantal dicht bij elkander liggende energieniveau's bestaan.

Voor gassen met meeratomige moleculen moet men dus een gecompliceerd spectrum met vele lijnen op geringe afstanden uit elkander gelegen, verwachten; inderdaad treedt een bandspectrum op, als karakteristieke vorm van het spectrum, dat door zulke moleculen wordt uitgezonden. De typeerende eigenschappen der bandspectra kunnen met behulp van de quantatheorie worden afgeleid, wanneer men uitgaat van de veronderstelling, dat bij emissie of absorptie — dat wil zeggen bij den overgang van het molecuul van een quanteuzen toestand in een anderen — in het algemeen niet alleen een overgang van het electron uit de eene baan naar een andere plaats vindt, doch tevens een quanteuze verandering optreedt van de energie die de atomen bij hun trilling ten opzichte van elkander, en het molecuul bij zijn rotatie bezitten.¹⁾ De frequentie der spectraallijn, die bij een dergelijke toestandsverandering wordt uitgezonden, is gegeven door de betrekking $h\nu = E_2 - E_1$, waarin E_1 en E_2 de waarden van de totale energie van het molecuul beteekenen.

Een kenmerkend verschil met de éénatomige gassen is verder, dat de moleculen in hun normalen toestand bij gewone temperatuur volstrekt niet als regel in den laagsten quanteuzen toestand verkeren. Voor de electronen van het molecuul is dit wel het geval, maar niet voor de trillingen der atomen en de rotatie van het

¹⁾ Men zie het artikel van Hulthén over Bandspectra in den eersten jaargang v. *Physica* blz. 365.

molecuul; voor deze bewegingen zijn namelijk de energiequanta zoo klein, dat de thermische beweging reeds voldoende is, om de moleculen door hun onderlinge botsingen in toestanden te brengen, die, wat betreft de trilling en de rotatie, een hooger quantagetal bezitten.

Een verschijnsel, analoog aan de resonantie bij metaaldampen, waar bij de absorptie van bepaalde spectraallijnen alle geabsorbeerde energie weder als straling van dezelfde frequentie wordt uitgezonden, bestaat bij de meeratomige gassen niet. Daar de energie der trilling en rotatie hier ook in aanmerking komen, zijn namelijk van iederen toestand met hoogere energie een geheele reeks van overgangen naar lagere quantatoestanden mogelijk; als gevolg hiervan zal de absorptie van één enkele spectraallijn tot de uitzending van een groot aantal lijnen aanleiding geven (fluorescentie).

Ditzelfde geldt natuurlijk ook, wanneer het molecuul door botsing met een electron in een toestand met grootere energie is gebracht; het heeft dus bij meeratomige gassen geen zin meer, om van een resonantiespanning te spreken. Wel mag men verwachten dat er ook hier een kleinste energie-quantum bestaat, dat door een botsend electron aan het molecuul kan worden afgegeven; we zullen ook hier de spanning, die een electron moet doorlopen hebben, om deze energie te verkrijgen, de aanslagspanning van het gas noemen.

Onder ionisatiespanning verstaan we weer de spanning, die een electron moet doorlopen hebben om bij botsing een positief ion te kunnen vormen. De omstandigheden zijn echter bij meeratomige gassen ook in dit opzicht gecompliceerder dan bij éénatomige gassen. Een ioniseerende botsing kan namelijk tengevolge hebben, dat een electron uit het molecuul wordt verwijderd, zoodat er een molecuul-ion ontstaat; het is echter ook mogelijk, dat, gelijktijdig met het uitwerpen van een electron, de atomen van een twee-atomig molecuul van elkander gescheiden worden; er ontstaan dan een positief atoom-ion en een neutraal atoom.

Ook de experimenteele bepaling van de energie-quanta, die bij de botsing van electronen aan de moleculen worden afgegeven, is bij meeratomige gassen minder eenvoudig dan bij de éénatomige. Bij de botsingen beneden de aanslagspanning verliezen de electronen reeds energie, zoodat men voor de bedoelde experimenten alleen die methoden kan toepassen, waarbij de electronen slechts

één of zeer weinig botsingen met de moleculen maken; bij een grooter aantal botsingen houden de electronen van de verkregen energie slechts een bedrag over aanmerkelijk kleiner dan met de doorloopen spanning overeenstemt. Een gunstige omstandigheid is echter hierin gelegen, dat het rendement der onelastische stooten boven de aanslagspanning bij de meeratomige gasen veel grooter is dan bij de edelgasen, zoodat een gering aantal botsingen voldoende is voor de waarneming van de quanteuze energie-afgifte. De experimenteele moeilijkheden zijn echter bij dergelijke metingen groot, voornamelijk bij de actieve gasen. Behalve dat zulke gasen met den gloeidraad, die als electronenbron dient, kunnen reageeren, waardoor een meting natuurlijk onmogelijk wordt, kan het optreden van negative ionen hier buitengewoon storend werken, welke ionen ontstaan doordat electronen zich aan de moleculen van het electronegatieve gas vasthechten. Deze negative ionen zetten zich af op het oppervlak van de metaaldeelen, die zich in het meet-apparaat bevinden en vormen daar electrische dubbellen; zulke dubbellen kunnen de oorzaak zijn, dat de electrische velden, die tusschen de draadgaasjes enz. inderdaad bestaan, aanmerkelijk afwijken van de uit de aangelegde spanning berekende waarden.

In de volgende tabel vindt men een overzicht over de waarden der aanslagspanningen en ionisatiespanningen voor de tweeatomige gasen, die tot nu toe onderzocht zijn. Voor eenige gasen zijn naast de aanslagspanning nog hoogere energietrappen, en naast de ionisatiespanning hoogere spanningstrappen bij welke de ionisatie discontinu toeneemt, waargenomen. Deze hoogere trappen zijn in de tabel naast de waarden der aanslag- resp. ionisatiespanning aangegeven. De waarden, die verschillende waarnemers opgeven, loopen dikwijls aanmerkelijk uiteen. In de tabel zijn dan alleen die waarden vermeld, die schrijver dezes als de meest betrouwbare beschouwt.

Voor verdere bijzonderheden op dit punt moge verwezen worden naar het op het einde van dit artikel geciteerde samenvattende overzicht van Franck. Om in het voorafgaande reeds genoemde redenen zal in het algemeen de nauwkeurigheid der gemeten waarden des te kleiner zijn, naarmate de chemische activiteit van het onderzochte gas grooter is.

Een samenhang tusschen de in de tabel vermelde waarden met andere eigenschappen van het gas is in het algemeen niet met zekerheid aan te geven; alleen voor waterstof is dit wel het geval.

Gas	Aanslagspanning	Ionisatiespanning
waterstof	10.8; 13.6 Volt	17.1, 30.45 Volt
stikstof	7.2, 8.5	17.7
phosphor	5.8	13.3
arsenicum	4.7	11.5
zuurstof	9	15.5
zwavel	4.0, 7.8	12.2
jodium	2.3	9.4
kooloxyde	6.4, 12.1, 13.6	10.1, 14.3
zinkaethyl	7	12
zinkchloride	—	12.9
mercurichloride	—	12.1

Uit hetgeen boven bij de bespreking der bandenspectra werd opgemerkt, volgt dat hier tusschen de aanslagspanning en de absorptielijn met de grootste golflengte van het molecuul in normalen toestand, niet een even nauwkeurige overeenstemming kan bestaan als bijv. bij alkalimetalen het geval was; maar ongeveer zal toch het kleinste energie-quantum, dat door een botsend electron aan een waterstofmolecuul kan worden afgegeven, wel door de betrekking $Ve = h\nu$ samenhangen met de frequentie van de meest roode straling, die door waterstof in normalen toestand wordt geabsorbeerd. Inderdaad vindt men deze betrekking behoorlijk bevestigd; met de aanslagspanning correspondeert de ondoorlaatbaarheid voor lichtstraling, die in waterstof bij 1200 tot 1300 Å° E begint op te treden.

De eerste ionisatietrap, die in waterstof bij een spanning van 17.1 Volt is waargenomen, komt volgens Franck neer op een gelijktijdige dissociatie en ionisatie van het molecuul; Franck komt tot deze conclusie op grond van de voorwaarden, waaronder de reeks van Balmer — welke aan het waterstofatoom is toe te schrijven — optreedt; en verder op grond van verschijnselen, die bij kanaalstralen zijn geconstateerd. Bij deze ionisatietrap worden dus een neutraal atoom en een atoom-ion gevormd. De hiervoor vereischte arbeid moet dus gelijk zijn aan de som van de dissociatie-arbeid van het waterstofmolecuul en de ionisatiearbeid van het waterstofatoom. De dissociatie-arbeid bedraagt volgens Langmuir 48000·Cal., hetgeen overeenstemt met 3.6 Volt. De ionisatiespanning van het waterstofatoom is uit het atoommodel van

Bohr resp. uit de grens van de Lyman-reeks nauwkeurig bekend en bedraagt 13.6 Volt. De som van beide stemt nauwkeurig met de gemeten waarde van de ionisatiespanning van het waterstofmolecuul overeen. Ook de tweede aanslagspanning moet, volgens Franck, op analoge wijze beschouwd worden als een dissociatie en het gelijktijdige aanslaan van het eerste lid der reeks van Lyman.

In de volgende regels vindt men tenslotte een samenvatting van de belangrijkste publicaties, waarin de meting van aanslag- en ionisatiespanningen wordt behandeld.

Literatuur.

Samenvattend overzicht: J. Franck, Phys. Zeitschr. 22, 388, 1921.

Alkalimetalen:

J. T. Tate en P. D. Foote, Phil. Mag. 36, 64, 1918.

P. D. Foote, O. Rognley en F. L. Mohler, Phys. Rev. 13, 59, 1919.

Andere metaaldampen:

J. Franck en G. Hertz, Verh. d. D. Phys. Ges. 16, 457, 1914.

P. D. Foote en F. L. Mohler, Phil. Mag. 37, 33, 1919.

F. L. Mohler, P. D. Foote en H. F. Stimson, Scient. Papers Bur. of Stand 15, 723, 1920, Phil. Mag. 40, 73, 1920.

F. L. Mohler, P. D. Foote en F. W. Meggers, Journ. Opt. Soc. Amer. 4, 364, 1920.

J. Franck en E. Einsporn, Zeitschr. für Phys. 2, 18, 1920.

Edelgassen:

Frank Horton en A. Davies, Proc. Roy. Soc. London (A) 95, 408, 1919.

J. Franck en P. Knipping, Zeitschr. für Phys. 1, 320, 1920.

K. T. Compton, Phil. Mag. 40, 553, 1920.

G. Stead en B. S. Gossling, Phil. Mag. 40, 413, 1920.

C. G. Found, Phys. Rev. (2) 15, 132, 1920.

F. Horton en A. Davies, Proc. Roy. Soc. London (A) 98, 124, 1920.

H. C. Rentschler, Phys. Rev. 14, 503, 1919.

Andere gaspen:

J. Franck, P. Knipping en Th. Krüger, Verh. D. Phys. Ges. 21, 728, 1919.

F. L. Mohler en P. D. Foote, Journ. Opt. Soc. Amer. 4, 49, 1920.

E. Brandt, Zeitschr. für Phys. 8, 32, 1921.

F. L. Mohler en P. D. Foote, Phys. Rev. 15, 321, 1920.

P. D. Foote en F. L. Mohler, Phys. Rev. 17, 394, 1921.

Eindhoven.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

VERSLAGEN.

GENOOTSCHAP TER BEVORDERING DER NATUUR-, GENEES- EN
HEELKUNDE, SECTIE NATUUR- EN SCHEIKUNDE.

*Vergadering op Vrijdag 31 Maart, in het Natuurkundig
Laboratorium der Universiteit van Amsterdam.*

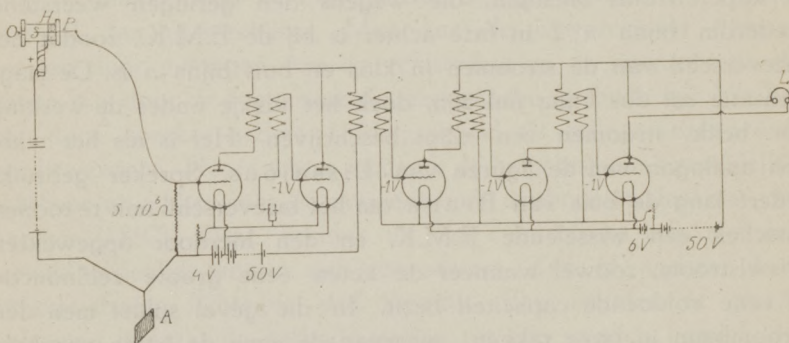
Na eene voordracht van Dr. J. P. Wibaut over de verbinding van koolstof met zwavel houdt Prof. R. Sissingh eene *Demonstratie over de electrische en akustische wijze om magnetische hysteresis aan te toonen*. Ten gevolge van de magnetische nawerking wordt het verband tusschen de sterkte der magnetisatie I en die van het veld H , zoo men de veldsterkte H een kringloop laat beschrijven, gegeven door een kromme lijn, waarvan de takken bij klimmende en dalende veldsterkte niet samenvallen. Deze lijn is de zoogenaamde hysteresis-lus, waarvan de inhoud gelijk is aan den arbeid, die bij den kringloop der magnetisatie door het magnetische veld is verricht. De inhoud der lus is grooter bij staal, dan bij weekijzer. Men kan de hysteresis-lus demonstreeren door metingen van de veldsterkte en de magnetisatie, de laatste o.a. door de zoogenaamde magnetische methode van Ewing, wat door spreker sedert 1891 geregeld als college-proef wordt verricht. Het is echter mogelijk de hysteresis-lus onmiddellijk zichtbaar te maken met de zoogenaamde kathode-stralenbuis van Braun (1897). Deze bestaat uit een cilindrische buis met een verwijd gedeelte, waarin zich een scherm Zns of andere, door kathode-stralen lichtende stof bevindt. Een metalen of glazen diafragma beperkt de kathode-stralen tot een smallen bundel, die op het Zns-scherf een lichtvlekje afteekent. Dit is bij zwakke verlichting van het lokaal ook op vrij grooten afstand zichtbaar. Ångström gaf reeds in 1899 aan, hoe men de buis van Braun dienstbaar kan maken voor het demonstreeren der hysteresiskromme. In een vlak loodrecht op de buis plaats men vier draadklossen, twee in een horizontaal vlak door de as der buis, die horizontaal staat, ter weerszijden van deze en twee in het vertikale vlak door de as, boven en beneden deze. De assen der klossen staan twee aan twee in elkanders verlengde. Laat men een wisselstroom gaan door de beide horizontale of de vertikale klossen, dan ondergaat de kathode-stralenbundel een afwijking in een vertikaal of horizontaal vlak en beschrijft het lichtvlekje een

vertikale of horizontale lijn. Voor het aantoonen der hysteresis laat men de stroom in denzelfden zin door de verticale klossen, doch in tegenstelde richting door de horizontale klossen gaan, zoodat de afwijkingen van den kathode-stralenbundel door de beide laatste elkander opheffen.

Plaatst men in een der horizontale klossen een bundel week ijzer, dan ondergaat de bundel eene afwijking in vertikalen zin, evenredig met de magnetisatie. De afwijking in horizontalen zin door de vertikale klossen is evenredig met den stroom, dus met de veldsterkte. Hieruit volgt, dat het vlekje de hysteresis-lus gaat beschrijven. Met een bundel stalen staafjes wordt de afstand der beide takken van de lus, dus de inhoud, grooter. Plaatst men den bundel week ijzeren staafjes in een koperen buis, dan ziet men niet de hysteresis-lus, doch een langgerekte ellips. De wisselstroom toch in de klos wekt in de koperen buis een elektro-motorische kracht (E. M. K.) der inductie op, die bij den stroom $\frac{1}{2}\pi$ in faze achter is. Deze electro-motorische kracht doet een stroom in de koperen buis ontstaan, die wegens den geringen weerstand wederom bijna $\pi/2$ in faze achter is bij de E.M.K., zoodat het fazeverschil van de stroomen in klos en buis bijna π is. De magnetisatie zal dus bijna nul zijn, doch het vlekje onder de werking der beide stroomen een ellips beschrijven. Het is als het ware een analogon van de figuren van Lissajous. Spreker gebruikt sedert lang de buis van Braun om het fazeverschil aan te toonen tusschen een wisselende E.M.K. en den hierdoor opgewekten wisselstroom, zoowel wanneer de keten eene groote zelfinductie of eene voldoende capaciteit bezit. In dit geval splitst men den stroombaan in twee takken, waarvan de eene de beide vertikale klossen, de andere de beide horizontale bevat. In den eenen plaatst men de zelf-inductie of de capaciteit. In den anderen verzwakt men den stroom door een weerstand met geringe zelf-inductie en capaciteit, waarvoor o.a. een lampen-weerstand is te gebruiken. In dezen tak heeft dan de stroom dezelfde faze als de E.M.K. De buis van Braun is als het ware een ideale oscillograaf met massaloozen wijzer. In de *Physikalische Zeitschrift*, V, vindt men door Simon en Reich een aantal andere voorbeelden aangegeven. Ook kan men met zulk eene buis de afwijking der electronen in een magnetisch en electrisch veld aantoonen.

De akustische methode voor aantooning van de magnetische hysteresis geschiedt op de wijze, welke door Barkhausen in

1919 in de *Physik. Zeitschr.* bekend is gemaakt. Dr. van der Pol heeft deze, wat hij noemt, discontinuïteiten in de magnetisatie nader onderzocht en in de *Verslagen en Meded. der Akad. v. Wetensch.* in 1920 en 1921 beschreven. De proef is hier te lande wellicht het eerste door hem gedemonstreerd bij gelegenheid eener reeks lezingen van Prof. Lorentz te Haarlem voor Leeraren M. O. in 1920. De proef bestaat hierin, dat een ijzeren of nikkelstaaf in eene draadklos met zeer vele windingen wordt gebracht en door een hoefmagneet gemagnetiseerd. Bij het nader bij brengen van den magneet worden steeds meer elementaire magneten of elektronen-banen gericht of beter gezegd, zooals Van der Pol aantoonde, groepen van deze. Bij dit richten ontstaan zeer zwakke elektromotorische krachten in de klos, dus ook stroomen, en het zijn deze, die men door een aantal achter elkander geschakelde trioden-ketens versterkt. Zie hiervoor de (hierbij nog eens afgedrukte) teekening in het stuk van Prof. W. J. de Haas, *Physica* 3, blz. 75 en wel het rechtsche deel hiervan.



Bij ons was de spanning in de anode-keten 90 V. Evenzoo werd een Magna Vox met geluidtrechter gebruikt om het geluid te versterken. Het is echter voldoende een telefoon op de demonstratietafel te plaatsen. Het nader bij brengen van den hoefmagneet geeft met week ijzer een reeks vrij snel opvolgende zachte sis-klanken in te telefoon, te vergelijken bij een lang aangehouden Fransche „che”. Verwijdert men den hoefmagneet dan is het aantal geringer, wat de remante magnetisatie, dus ook een hysteresis-verschijnsel aantoont. Brengt men den magneet weer in den eersten stand, dan is het geruisch zwak. Gaat men echter over dien stand heen, dan volgt een sterker geruisch. Bij om-draaing van den magneet, zoodat de N-pool op de plaats van

de Z-pool komt en omgekeerd, is het geruisch zeer sterk door de ommagnetisatie. Alle gevolgen, die men uit de hysteresis-lus omtrent de magnetisatie kan trekken, zijn op deze wijze als het ware hoorbaar te maken. Met een nikkelstaaf hoort men een reeks krakende geluiden. Buiging of rekking eener gemagnetiseerde staaf toont door het gedruisch duidelijk het afnemen der magnetisatie. Op deze wijs is de invloed van alle mechanische werkingen op de magnetisatie aan te toonen. Leidt men een stroom door een dunne staaf, dan zal de optredende circulaire magnetisatie de richting der groepen van electronen-banen loodrecht op de as der staaf tegengaan. Het geluid is dan veel zwakker.

Daarna werd gedemonstreerd een stroom alpha-deeltjes op de wijze, die Prof. W. J. de Haas in *Physica* II, blz. 73-76 heeft beschreven. Zoodra de viermalige laag-frequent-triode-versterker in ons bezit en daarmee de proef van Barkhausen was herhaald, rees bij C. Lakeman, assistent aan het Natuurkundig Laboratorium te Amsterdam, het denkbeeld den toestel ook te benutten voor het aantoonen van alpha-deeltjes en deze daarmee te tellen. Oorspronkelijk werd gedacht de benoodigde spanning — 1200 Volt — (zie het stuk van Prof. W. J. de Haas blz. 75) te verkrijgen met een groot aantal kleine accumulatoren. Deze waren in onze afdeling van het Laboratorium niet in voldoende mate aanwezig. Er werd gevreesd, dat een Leidsche flesch bij de lading der huls om de naald tot te veel bijgeluiden aanleiding zou geven. Bij de beproeving bleek dit gelukkig niet het geval te zijn. De Leidsche flesch werd door eene kleine Wimshurst-machine geladen. De inrichting was in zooverre iets anders dan bij Prof. W. J. de Haas, dat de scherpe naald met de aarde werd verbonden door een primaire klos en de inductiestooten, die in de secundaire klos met groot aantal windingen ontstaan, werden versterkt door een viertal achter elkander geplaatste trioden-ketens. Zie het rechtsche deel der teekening. De groote weerstand van $5 \times 10^6 \Omega$ ontbrak.

Volgens eene vriendelijke mededeeling van Dr. Van der Pol is deze methode in het Laboratorium van Rutherford te Cambridge reeds zoover ontwikkeld, dat men de alpha-deeltjes kan tellen. Het denkbeeld van C. Lakeman is alzoo ten volle verwezenlijkt.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

*Vergadering op Zaterdag 29 April 1922 in het Natuurkundig
Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.*

Nadat de Vice-Voorzitter, de heer Burgers, de vergadering geopend heeft, deelt hij mede dat de beide sprekers van de agenda tot hun spijt verhinderd zijn de aangekondigde voordrachten te houden, maar dat hij Professor A. Einstein bereid gevonden heeft iets mede te delen over

Lichtemissie.

Professor Einstein bracht eerst kort in herinnering de klassieke opvatting van de lichtemissie door trillende elektronen. Een trillend electron ondervindt een stralingsdamping tengevolge waarvan het proces der lichtuitzending praktisch in 10^{-8} sekonden afloopt. Hierdoor kunnen golven bij groot wegverschil nog tot interferentie gebracht worden, en aldus verklaart de klassieke theorie deze verschijnselen bevredigend.

De quanta-theorie echter onderstelt dat uitstraling slechts plaats heeft wanneer een elektron in het atoom van het niveau met energie E_2 overspringt op een andere stabiele baan met energie E_1 , waarbij dan de frequentie ν van het uitgestraalde licht gegeven is door

$$E_2 - E_1 = h\nu$$

waarin h is de constante van Planck.

Wat zegt de quanta-theorie nu over den tijd van uitstraling? Spreker onderscheidt tusschen den toestandsduur Z en den overgangsduur U . De toestandsduur is de tijd gedurende welken het electron in een baan van Bohr met hogere energie blijft rondloopen, terwijl de overgangsduur is de tijd waarin de overgang van de eene stabiele baan naar een andere van kleiner energie plaats vindt.

Uit proeven van W. Wien over de afneming van lichuitstraling door kanaalstralen bij het doorloopen hunner baan in een vacuum, blijkt dat $Z + U$ van de grootteorde is als de klassieke theorie doet verwachten. Hoe groot de verhouding Z/U is kan echter door deze proeven niet worden uitgemaakt. Om verschillende redenen o.a. de proeven van Franck en Hertz, is het wel waarschijnlijk dat U vele malen kleiner dan Z is. Het zou bovendien zeer gewenscht zijn experimenteel iets te weten te komen over de grootte van den absoluten tijdsduur U .

Spreker beschreef een proef die op het eerste gezicht licht over deze questie schijnt te kunnen verschaffen. Men laat een bundel kanaalstralen zich bewegen met $\frac{1}{300}$ lichtsnelheid voorbij een spleet die in het brandvlak van een lens is geplaatst. Wanneer de emissietijd niet buitengewoon kort is, verkrijgt men achter de lens een waaivormigen bundel van vlakken van gelijke phase. Laat men deze golven bovendien nog door een dispergeerend medium gaan, dan mag men verwachten dat de lichtstraal daarin niet recht verloopt, en de deviatie van de rechte baan wordt grooter naarmate de lichtstraal een langeren weg in het dispergeerend medium heeft af te leggen. Dit zou ten slotte neerkomen op een verplaatsing van een door een tweede lens ontworpen beeld van de spleet. Gaat men echter dieper op de theorie van dit verschijnsel in, dan blijkt dat de vermoedde verschuiving *niet* zal plaats vinden. Inderdaad kon experimenteel de verschuiving dan ook niet worden waargenomen.

Spreker meent thans echter een proef te kunnen aangeven die definitieve gegevens zou kunnen verschaffen over den tijdsduur der lichtemissie. Hierbij laat men weer een bundel kanaalstralen zich in het brandvlak van de lens bewegen. Achter de lens bevindt zich op een zekeren afstand van elkaar een paar half-verzilverde glasplaten. In het brandvlak van een tweede lens zou men nu bij een stilstaanden lichtbron interferentie ringen waarnemen. Heeft men echter, als bij de kanaalstraaldeeltjes het geval is, een zich bewegende lichtbron, dan moet het inferentie beeld verdwijnen, maar het kan vervolgens weer zichtbaar gemaakt worden door een van de, oorspronkelijk nauwkeurig parallel gestelde, platen iets te verdraaien zoodat deze een kleinen hoek met elkander vormen.

Naar aanleiding van deze voorgestelde proef ontstond een zeer levendige discussie waaraan onder meer de heeren Ehrenfest, Zernike, Burgers, Van der Waals, en Vening Meinesz deelnamen. Enkelen waren van meening dat, mocht de voorgeslagen proef het verwachte resultaat opleveren, dit ook met de klassieke opvatting verklaard zou kunnen worden.

BOEKBESPREKING.

H. A. Lorentz, Lessen over theoretische Natuurkunde, V. Kinetische problemen (1911—'12),

bewerkt door E. D. BRUINS en J. REUDLER.

Uitgave N. V. Boekhandel en Drukkerij Voorheen E. J. Brill, Leiden 1921. Pr. f 5.—.

De colleges behandelen kinetische problemen uit verschillende gebieden der Natuurkunde. Het eerste hoofdstuk geeft een hydrodynamische behandeling van de inwendige wrijving van vloeistoffen en de glijding. De bewegingsvergelijkingen voor een vloeistof met inwendige wrijving worden opgesteld en een aantal voorbeelden doorgewerkt, waarbij het eigenaardige dat de colleges van Lorentz steeds hebben sterk op den voorgrond treedt — de voorbeelden worden zoo gekozen dat de analytische behandeling niet tot moeilijkheden voert, die de wezenlijke trekken van het physische vraagstuk geheel vertroebelen.

Aan het eind van het hoofdstuk vindt men reeds een meer kinetische kwestie n.l. de behandeling der Brown'sche beweging, waarbij de belangrijke kwestie besproken wordt of men de wet van Stokes in deze gevallen mag toepassen.

Het tweede hoofdstuk geeft dan kinetische beschouwingen over de wrijving. Men vindt hier de toepassing van de fundamentele vergelijking der kinetische gas theorie op dit vraagstuk, de beschouwingen die door Lorentz ontwikkeld zijn in verschillende verhandelingen (verg. Abh. über Theor. Phys. I) worden niet uitvoerig weergegeven, daarvoor in de plaats treden echter gelijkvormigheidsbeschouwingen op den voorgrond, die in staat stellen met eenvoudige hulpmiddelen tot de kern van de kwestie door te dringen.

Het derde hoofdstuk geeft een overzicht over de theoretische en experimenteele onderzoekingen over zeer verdunde gassen, waar door een gemakkelijk overzicht over de onderzoekingen en het baanbrekende werk van Knudsen op dit gebied gegeven is.

Het vierde hoofdstuk geeft vervolgens een overzicht van de beschouwingen van Lesage omtrent de zwaartekracht, waaraan zich enkele beschouwingen over de electromagnetische theorie aansluiten.

Hoofdstuk V geeft een voortzetting der meer phaenomenologische beschouwingen van I, gegeven wordt de theorie van

invloed van de warmtegeleiding en de inwendige wrijving op de voortplantingssnelheid van het geluid in gassen.

De hoofdstukken VI en VII behandelen kinetische theorieën van electronenstelsels en de daarmee samenhangende onderzoeken van Richardson, waarbij vacuum-contact potentiaalverschil, weerstand en Peltier-effect ter sprake komen. De voor de moderne techniek zoo belangrijke onderzoeken omtrent de thermo-ionenstroom worden theoretisch behandeld en de theorie wordt aan de proeven getoetst. De resultaten die nog steeds van fundamenteel belang zijn voor de theorie der electronen in de metalen, de vraag der Maxwell'sche snelheidsverdeeling, van den invloed der atomen op de electronen worden behandeld, terwijl in dit hoofdstuk ook een korte uiteenzetting van de toepassing der statistische mechanica op de genoemde verschijnselen haar plaats vindt.

Hoofdstuk VIII bespreekt tenslotte enkele verschijnselen waarbij de beweging van electronen een rol speelt, bijv. de proef van Nichols waarbij een metalen schijf met groote snelheid gedraaid wordt en onderzocht wordt de werking der centrifugale kracht op de electronen.

De colleges behandelen zooals men ziet een breed gebied der Physica, samengevat onder het gezichtspunt van kinetische beschouwing. De bewerksters is het gelukt zonder het levende woord schade te doen een prettig leesbaar boek van Lorentz' colleges te maken, dat den oud-leerlingen de suggestie in het geheugen roept die van het college uitging, en dat voor anderen een welkome bron voor verdiepende studie zijn zal.

L. S. O.

H. Groot, 'Beknopte inleiding tot de kennis van ons zonnestelsel, ten dienste van het middelbaar en gymnasiaal onderwijs; 48 blz., 19 fig. — C. A. J. van Dishoeck te Bussum, 1922. — Prijs f 1.—.

Een niet onaardig, duidelijk geschreven werkje. De schrijver stelt op den voorgrond, dat hij zijn stof ingeperkt heeft naar de eischen van het nieuwe leerprogram der H. B. S., en hij zegt bovendien, dat de inhoud van zijn boekje beschouwd moet worden als een soort van zakelijk uittreksel uit de leerstof der schoollessen.

Als zoodanig lijkt ons deze poging in hoofdzaak geslaagd; de bedoelde inperking heeft den Schrijver er inderdaad toe geleid om op geschikte wijze een bespreking van allerlei zaken, die door velen nu eenmaal onmisbaar werd geacht, maar bij pasbeginners minder tot een duidelijk inzicht bijdroeg, weg te laten en zoo een vrij goed geëvenredigd overzicht van het zonnestelsel te geven. Zoo heeft hij zich handig losgemaakt van de uitvoerige beschouwingen over coördinatenstelsels en plaatsbepalingen waarin sommige leerboeken een aantal leerlingen laten verdrinken. Inderdaad achten we het boekje mede door den beknopten stijl en de zeer duidelijke indeeling een aangenamen en doeltreffenden leidraad.

Maar twee opmerkingen moeten ons van het hart.

In de eerste plaats hadden wij liever gezien dat Dr. Groot in zijn leidraad der kosmografie alles wat zich buiten ons zonnestelsel bevindt, in zekeren zin den eigenlijken kosmos dus, niet onbesproken had gelaten. Wij begrijpen zeer goed dat de schrijver zich heeft laten leiden door de regeling van het M.O., maar wat zou zijn boekje een hoogere waarde krijgen voor den weetgierigen en belangstellenden leerling, die niet lijdt aan die officiële neiging tot versmalling, indien deze in zijn schoolboek een eerste kennis kon nemen van de groote problemen der stellaire astronomie en van de prachtige daarin behaalde resultaten der laatste tijden. Zou het boekje door toevoeging van een aardig en eenvoudig hoofdstuk over die dingen niet juist datgene bevatten wat — om Dr. Groot's eigen woorden te gebruiken — ieder beschaafd mensch behoort te weten?

En in de tweede plaats hopen wij dat Dr. Groot bij een tweeden druk — dien wij gaarne tegemoet zien — het boekje zal zuiveren van de nogal talrijke taalfouten, onnoodige uitheemsche woorden en ook van eenige bepaalde onjuistheden, o.a. op blz. 14, 24, 34 (kolom 15), 37, 42, 47.

L. M. K.

Svante Arrhenius. Der Lebenslauf der Planeten, uit het Zweedsch vertaald door Dr. B. Finkelstein; 166 blz., 32 fig. — Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1921.

Onder bovenstaanden titel zijn een zevental opstellen vereenigd, die alle den ontwikkelingsgang van hemellichamen tot thema hebben. De beide eerste: „das Rätsel der Milchstrasse” en „Die Unendlichkeit der Sternenraumes” behandelen de nieuwere ontdekkingen

en inzichten op het gebied der stellaire astronomie. De sterrestroom van Kapteijn, het door Charlier onderzochte systeem der heliumsterren en vooral het belangrijke werk van Shapley over Cepheïden en bolvormige sterrehopen worden in den helderen, prettig te lezen stijl van Arrhenius kort, maar duidelijk besproken. Behalve Kapteijn, wiens naam natuurlijk op vele bladzijden te vinden is, worden nog twee andere Nederlandsche astronomen met waardeering genoemd: Easton en van Maanen. De titel van het tweede opstel, dat eerst in deze uitgave bij de overige is gevoegd, is in zooverre eenigszins misleidend, dat men verwachten zou hierin iets te vinden over de beschouwingen van Einstein betreffende de eindigheid van het heelal. De zin, waarin het woord „Unendlichkeit” door Arrhenius gebezigd wordt, is hier echter meer: „onvoorstelbaar groot”, dan „onbeperkt” of „grenzenloos”.

De drie volgende opstellen houden zich met een geheel ander onderwerp bezig: atmosferische invloeden op de bewoonbaarheid en de ontwikkelingsgang van een planeet. Zij dragen tot titels: „Die klimatische Bedeutung des Wasserdampfes”, „Die Atmosphäre der Himmelskörper und ihre physikalische Beschaffenheit” en „Die Chemie der Atmosphäre”. Ofschoon de lezer hierin factisch wellicht weinig nieuws zal aantreffen, kan hem toch over menig punt een nieuw licht opgaan door de wijze, waarop een en ander in verband is gebracht. Vooral het laatstgenoemd opstel is in hooge mate suggestief.

Het hoogtepunt van het werk vindt men echter in het volgend opstel: „Der Planet Mars”. Na al de overdreven onkritische, fantastische beweringen, die men over deze planeet, zelfs van wetenschappelijke zijde, in den laatsten tijd te hooren krijgt, doet het weldadig aan deze fraaie uiteenzetting van het Marsprobleem te lezen. Er worden geen ons onbekende natuurkrachten geïntroduceerd. Geen onderstellingen over wezens, die in kennis en mogelijkheden den mensch te boven gaan. Streng wetenschappelijk blijvend, slaagt Arrhenius er in een zeer aannemelijk beeld van de toestanden op Mars te ontwerpen, dat vermoedelijk heel wat dichter tot de waarheid nadert, dan de fantasiën dergenen, die in Mars een tweede en volmaakter aarde zien.

In het laatste opstel: „Merkur, Mond und Venus” vergelijkt Arrhenius deze hemellichamen met de aarde. Door toepassing van de, in de vorige opstellen ontwikkelde denkbeelden, komt hij

tot de conclusie, dat Mercurius en de Maan veel punten van overeenkomst met Mars vertoonen, maar reeds in een zeer veel verder gevorderd stadium van hun evolutie verkeerden. Venus zou daarentegen nog geheel in het begin harer ontwikkeling staan. Ook in dit opstel staat veel lezenswaardigs, ofschoon misschien sommige feiten, die tot basis dienen der beschouwingen, op vrij onzekere gronden worden aangenomen. Zoo neemt Arrhenius aan, dat Mercurius geen dampkring heeft en steeds dezelfde zijde naar de zon toekeert, terwijl aan Venus een omwentelingstijd van ± 23 uur wordt toegeschreven en een dichte atmosfeer, waarin een machtige wolkenlaag zich tot wel 10 K.M. boven de oppervlakte van de planeet verheft. Over deze punten zijn de opinies der astronomen echter nog zoo verdeeld, dat men de beschouwingen, hierop berustend, slechts onder veel voorbehoud kan aanvaarden.

Alles samengenomen kan de lezing van dit boekje ten eerste worden aanbevolen. De goedverzorgde uitgave en aangenaam leesbare Deutsche vertaling dragen hiertoe het hunne bij.

H. Gr.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

- H. Kayser, Lehrbuch der Physik für Studierende, 6e druk, 562 blz., 349 fig. — Ferd. Enke, Stuttgart, 1921. Prijs M. 72.—
- A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, 3e druk, 764 blz. 125 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1922, Prijs: ingen. f 9.—, geb. f 11.25.
- W. Meissner, Entfernungs- und Höhenmessung in der Luftfahrt (Sammlung Vieweg Heft 61). 92 blz., 66 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 2.40.
- K. Siebel, Die Elektrizität in Metallen (Sammlung Vieweg Heft 62). 97 blz. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 1.80.
- P. Schreiber, Grundzüge einer Flächen-Nomographie, Anleitung zum praktischen Zahlenrechnen mit Hilfe der Potenzpapiere und der Produktentafel. 113 blz., 53 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 3.75.
- G. Mie, La théorie Einsteinienne de la gravitation. Vertaald door J. Rossignol, 119 blz. — J. Hermann, Paris 1922.

MEDEDEELINGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Zaterdag 27 Mei 1922 des namiddags te 4 uur:

Bezoek aan het Koninklijk Meteorologisch Instituut te De Bilt; met demonstratie van eenige slingerproeven door Dr. F. Vening Meinesz. Vertrek der elektrische tram uit Utrecht C.S. 3.35 (3.05), Halte Biltstraat 3.45 (3.15). Uitstappen in de Bilt aan de halte Kloosterpark.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

JUNI 1922

NUMMER 6.

OVER DE DICHTHEID VAN DE ATMOSFEER DER ZON.

door H. GROOT.

§ 1. **Verschillende meeningen.** Men is er vrij algemeen van overtuigd, dat de dichtheid van de zonneatmosfeer reeds op zeer geringe hoogte boven het fotosfeeroppervlak buitengewoon klein moet zijn. Deze communis opinio berust voornamelijk op twee argumenten:

a) de versnelling der zwaartekracht is op de zon ± 28 maal die op aarde, dus moet de gradiënt der dichtheid zeer steil zijn ¹⁾,
b) sommige kometen passeerden de zon op een afstand, kleiner dan die der rustende protuberansen, zonder eenige storing te ondergaan.

Het eerste argument is niet geheel afdoende; immers naast de zwaartekracht speelt waarschijnlijk de selectieve stralingsdruk een grooten rol in de buitenste lagen der zonneatmosfeer ²⁾ en het is niet onmogelijk, dat deze de werking der graviteit voor een groot deel opheft. ³⁾

Ook tegen het tweede punt bestaan verschillende bedenkingen, die hierop neerkomen: de banen der betrokken kometen zijn niet genoeg bekend om met zekerheid te kunnen zeggen, dat er inderdaad geen storing heeft plaats gehad. ⁴⁾

Aan den anderen kant zijn er verschillende redenen, waarom men zou vermoeden, dat de dichtheid op grootere hoogte toch nog vrij aanzienlijk moet zijn. Hiervoor spreekt vooral het feit, dat rustende protuberansen zich op groote hoogten langdurig

¹⁾ Zie o.a. R. Emden, Gaskugeln.

²⁾ M. N. Saha, Astro phys. J. 50, p. 220. (1919); Journ. Department of Science, Calcutta (1920); H. Groot, Diss., Utrecht. 1920; Physica No. 1 en 2, (1921);

Leigh Page Astro phys. J. 52, 2, p. 65, (1921);

³⁾ Hierop werd reeds in 1906 gewezen door W. H. Julius, Versl. Akad. v. W., A'dam, 15, 331, (1906).

⁴⁾ J. F. H. Schulz, Phys. Ztschr. 6, 4, p. 119 (1905).

kunnen handhaven zonder door snelle diffusie opgelost te worden. Ook de intensiteit van het coronalicht versterkt dit vermoeden.

Onze bedoeling is, een grenswaarde af te leiden, die de dichtheid in geen geval kan overschrijden, uit hetgeen wij zeker weten omtrent de kometen, die zeer dicht tot de zon genaderd zijn.

§ 2. Discussie der kometen met kleinen periheliumafstand.

Wanneer wij afzien van de kometen van 1668, 1680, 1689, 1695, 1702 a en van de eclipskometen van Mei 1882 en April 1893, wier banen zeer onvolledig bekend zijn, resteeren nog drie kometen met kleinen periheliumafstand, die beter bekend zijn.

a) *De komeet 1843 I.*

De eerste waarneming dezer komeet valt op 28 Februari, één dag na periheliumdoorgang, de laatste op 18 April 1843. Toen bleek, dat de komeet de zon rakelings gepasseerd was, ontstond veel belangstelling voor haar baan. De talrijke baanbepalingen uit den eersten tijd verdienen hier echter geen vermelding, daar zij slechts op enkele waarnemingen berusten en onderling dan ook sterk uiteenloopen.

Hubbard ¹⁾ berekende uit alle hem bekende waarnemingen twee elementensystemen: het eene uit al het materiaal, het andere uitsluitend uit micrometer- en meridiaanobservaties. Het laatste, meest betrouwbare systeem leidt tot:

$$e = 0,9999157, q = 0.0055383.$$

Bij zijn onderzoek gaf Hubbard aan alle waarnemingen even groot gewicht, hetgeen op de juistheid van zijn elementen eenigszins schadelijk inwerkt. Deze fout werd vermeden in het magistrale onderzoek van H. Kreutz ²⁾. Na schifting van het materiaal vindt deze voor de waarschijnlijkste baan:

$$e = 0,9999137, \lg q = 7,7425105 - 10,$$

terwijl de omlooptijd 512 jaar moet bedragen met een mogelijke fout van ± 70 jaar.

Daar de waarde van e niet volkomen zeker bepaald kon worden, onderzocht hij vervolgens of de geobserveerde plaatsen óók kunnen overeenstemmen met degene, die hij berekent uit de elementen, die ontstaan door kleine variaties aan de excentriciteit aan te brengen. Het blijkt dan, dat de afwijking tusschen de waargenomen en berekende plaatsen veel te groot wordt, zoowel

¹⁾ J. S. Hubbard. A. J. I. II.

²⁾ H. Kreutz, Astron. Abhandl. No. 1 (1900).

bij $e = 0,9994295$ (omloopstijd 37 jaar) als bij $e = 0,9998177$ (omloopstijd 175 jaar). Mogelijk zou desnoods $e = 0,9999363$ (800 jaar) kunnen zijn, al zijn er dan ook reeds vrij sterke afwijkingen. Een zuiver parabolische baan tenslotte blijkt volslagen onmogelijk. Als eindresultaat der onderzoekingen van Hubbard en Kreutz mogen wij beschouwen, dat de baan van 1843 I na den doorgang van het perihelium een ellips was, waarvan de excentriciteit tusschen 0,99991 en 0,99993 ligt, terwijl de periheliumafstand bepaald is door $\log q = 7,7425 - 10$.

b) De komeet 1880 I.

De betrouwbare waarnemingen dezer komeet loopen slechts van 5—19 Februari. Periheliumpassage viel reeds 27 Januari. De algemeene overeenkomst tusschen haar baan en die van 1843 I, trok weldra de aandacht. Veel berekenaars namen de komeet onderhanden ¹⁾, maar gingen daarbij uit van de veronderstelling, dat beide kometen identiek waren, zoodat hun bepalingen der excentriciteit voor ons waardeloos zijn.

Kreutz berekende uit alle bruikbare waarnemingen — slechts een 40-tal — de baan, zonder eenige hypothese over e te maken. Hij stelde de elementen als functie van $1/a$ voor. Door weer verschillende waarden van e te kiezen, uit de bijbehorende elementen een ephemeride te berekenen en deze met de waarnemingen te vergelijken, bleek, dat $e = 0,9994695$ aan de grens der mogelijkheden lag. Zoowel $e = 0,9999357$, als $e = 1$, geven zeer goede overeenstemming tusschen waarneming en berekening.

Wij moeten dus besluiten, dat het bedrag der excentriciteit niet vast staat, maar zeker grooter dan 0,9995 is geweest.

Voor den periheliumafstand vindt hij $\log q = 7,7399 - 10$.

c) De komeet 1882 II.

Ook voor deze komeet volbracht Kreutz ³⁾ een uitvoerig en conscientieus onderzoek. Ofschoon de waarnemingen ditmaal van 7 Sept. 1882 tot 9 Maart 1883 liepen — periheliumdoorgang 17 Sept. — wordt de baanbepaling bemoeilijkt door een splitsing van den kern der komeet, die tijdens de periheliumpassage plaats greep. Vooral de bepaling van de excentriciteit is onzeker — mede door de eigenaardige ligging van de baan t. o. der aarde. Met vrij groote zekerheid kan men desalniettemin vaststellen dat $e = 0,9999...$ en $\log q = 7,888... - 10$ onmogelijk ver mis kan zijn.

¹⁾ O.a. Gould (A.N. 2308), Weis (A.N. 2308), Meyer (A.N. 2340), Oppolzer (A.N. 2319) e.a.

²⁾ H. Kreutz, l.c.

³⁾ H. Kreutz, l.c. en Publ. Kiel III, VI. (1881).

Of de komeet storing onderging is niet goed uit te maken — in elk geval geen belangrijke, zooals men o. a. ziet door met elkaar te vergelijken de elementen, die Kreutz berekent uit waarnemingen uitsluitend vóór (resp. na) de splitsing gedaan. Er bestaat dan alleen een kleine afname der excentriciteit, $\Delta e = -0,0000253$, maar rekeninghoudend met de onzekerheid der baan na de splitsing en het gering aantal der waarnemingen waarop de berekening der baan vóór de splitsing berust, mag men dit niet als reëel beschouwen.

In verband met de vrij groote periheliumafstand der komeet — zij blijft meer dan 500.000 km. van de zon af — zullen wij haar verder buiten beschouwing laten.

Uit ons overzicht blijkt dus, dat wij feitelijk alleen de baan van 1843 I goed genoeg kennen om er onze verdere beschouwingen op te kunnen baseeren. Over de storingen, die de overige elementen dezer komeet hebben ondergaan, weten wij absoluut niets, maar een maximumgrens, welke de storing der excentriciteit niet overschreden kan hebben, is gemakkelijk aan te geven. Het is n.l. niet aannemelijk, dat de excentriciteit vóór periheliumdoorgang > 1 is geweest; het *maximale* bedrag eener storing bedraagt dus hoogstens: $\Delta e = e - 1$.

Het is mogelijk uit dit bedrag een grens voor de maximale dichtheid af te leiden op nader aan te geven wijze.

§ 3. Excentriciteitsverandering door een weerstandbiedend medium.

De algemeene storingsformules geven voor een parabolische baan :

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{k \sqrt{(1+m)2q}} (2q \sin v. \mathbf{R} + 4q \cos^2 \frac{1}{2} v. \mathbf{S}), \quad (1)$$

waarin $\mathbf{R}$ en $\mathbf{S}$ componenten van de storende kracht $\mathbf{W}$ beteken, resp. langs den radiusvector en loodrecht erop in het baanvlak.

Wanneer wij veronderstellen, dat de kometenkern massief is en dat zijn massa groot genoeg is om de deeltjes van het medium, die ermee in aanraking komen, vast te houden, terwijl wij afzien van de eventuele verdichtingsgolven in het medium, die de komeet voor zich uitstuwt, kunnen wij een *minimum* grens van de storende kracht $\mathbf{W}$ aangeven.

Per tijdseenheid neemt n.l. de massa van den kern toe met het bedrag $\pi q^2 \delta V$, als wij den straal van den kern q , de dichtheid van het medium δ en de snelheid van de komeet t. o. van het

medium V noemen. Deze massa neemt dezelfde snelheid aan als de komeet en verkrijgt dus een hoeveelheid van beweging $\pi \varrho^2 \delta V^2$. Hieruit volgt voor de vertraging, die de komeet ondergaat:

$$\mathbf{W} = \frac{\pi \varrho^2 \delta V^2}{m}. \quad (2)$$

Verwaarloost men eventueele beweging van het medium t. o. van de beweging der komeet, dan is:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R} &= -\frac{A V \alpha \sin v}{2q}, \\ \mathbf{S} &= -\frac{A V \alpha}{r}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

waarbij ter bekorting is gesteld:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\pi \varrho^2 \delta}{m}, \\ \alpha &= k \sqrt{(1+m) 2q}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Na substitutie in (1) en vereenvoudiging, geeft dit:

$$\frac{de}{dt} = -4 A V \cos^2 \frac{1}{2} v. \quad (5)$$

Uit deze formule volgt door integratie de excentriciteitsverandering Δe bij doorgang door het medium.

Wordt deze bij een komeet werkelijk alleen door de storende kracht (2) bepaald? Kan het massaverlies door het uitstooten der staartmaterie de besproken werking niet geheel of ten deele te niet doen?

De uiterst geringe *variatie der massa* zal zeker geen storing kunnen veroorzaken, zooals men onmiddellijk inzielt door te bedenken, dat de versnelling van de komeet t. o. van het middelpunt der zon bedraagt: $f \cdot \frac{M+m}{r^2}$, waarin M de massa der zon, m die der komeet is. Naast M vallen alle variaties van m buiten beschouwing. Het zou echter kunnen zijn, dat het uitstooten der staartmaterie, hetgeen voornamelijk aan den naar de zon toe gekeerden kant van de komeet plaats vindt, een storende kracht $\mathbf{W}^1$ opwekt. In eerste instantie mogen wij aannemen, dat deze in de richting van den radiusvector valt, dus: $\mathbf{R} = \mathbf{W}^1$, $\mathbf{S} = 0$, zoodat:

$$\frac{de}{dt} = \frac{2q}{a} \mathbf{W}^1 \sin v.$$

Over $\mathbf{W}^1$ mogen wij in de eerste benadering aannemen, dat

bij gelijke afstanden tot de zon gelijke waarden van $\mathbf{W}^1$ zullen behooren. Dan is echter gemakkelijk in te zien, dat:

$$\Delta e = \frac{2q}{a} \int_{-v}^{+v} \mathbf{W}^1 \sin v \, dv = 0.$$

Slechts als de richting van $\mathbf{W}^1$ een aanmerkelijken hoek met den radiusvector maakt, of als $\mathbf{W}^1$ bij dezelfde waarde van v vóór en na periheliumdoorgang zeer verschillende waarde heeft, zou dit resultaat anders worden. Wat het laatste betreft, wij hebben geen redenen dit aan te nemen. Het eerste bezwaar wordt voor een deel ondervangen door het welbekende feit, dat de uitstrooming een slingerende beweging om de lijn zon-komeet uitvoert, zoodat de storing, zoo zij al bestaat, beurtelings positief en negatief werkt.

Overigens moet $\mathbf{W}^1$ evenredig gesteld worden met het kwadraat der uitstroomingsnelheid der deeltjes. Waar deze volgens de onderzoekingen van Bredichin ± 2 km./sec. bedraagt, terwijl de snelheid der komeet eenige honderden kilometers per seconde is, zal ook om deze reden de werking van $\mathbf{W}^1$ klein zijn t.o. van die van $\mathbf{W}$.

Het lijkt ons daarom geoorloofd eventueele storingen uitsluitend op rekening van $\mathbf{W}$ te stellen.

Om dan (5) te integreeren, zullen wij aannemen, dat de zonne-atmosfeer op een afstand b van het middelpunt der zon een dichtheid δ_1 heeft en de storing op afstanden $> b$ verwaarloozen.

Volgens de formules der parabolische beweging is:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} &= \frac{1}{q} \cos^2 \frac{1}{2} v, \\ V &= \frac{a}{q} \cos \frac{1}{2} v, \\ a \, dt &= q^2 \frac{dv}{\cos^4 \frac{1}{2} v}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Wanneer b en q weinig van elkaar verschillen — m. a. w. wanneer de storing tot een klein gebied beperkt is — zal de dichtheid ter plaatse $r = b$ weinig afwijken van die waar $r = q$ en men zal voor de manier, waarop de verandering van de dichtheid van b naar q plaats grijpt, mogen aannemen, dat de dichtheid evenredig is met een of andere macht van r .

Bij de onderstelling eener dichtheid omgekeerd evenredig met r komt er:

$$\Delta e = - \frac{4 \pi \varrho^2 \delta_1 b}{m} \int_{-v_1}^{+v_1} \cos \frac{1}{2} v \, dv. \quad (7)$$

De grenzen v waartusschen geïntegreerd moet worden, volgen uit :

$$b = \frac{q}{\cos^2 \frac{1}{2} v}$$

zoodat ¹⁾:

$$\Delta e = - \frac{16 \pi \varrho^2 \delta_1 b}{m} \sqrt{1 - \frac{q}{b}}. \quad (8)$$

Deze formule is zeker niet exact, wij dienen daarom na te gaan of de dichtheid, die wij eruit zullen afleiden door de waarden der overige grootheden te substitueeren, grooter of kleiner dan de werkelijke dichtheid zal zijn.

Vooreerst is er de fout in de onderstelling, dat de storing op-houdt voor $r > b$. In werkelijkheid duurt de storing langer en zal hetzelfde bedrag Δe dus reeds door een kleiner dichtheid δ_1 be-werkt worden.

Vervolgens is aangenomen, dat de kern massief is. Maar al wat wij over kometen weten, wijst erop, dat dit waarschijnlijk onjuist is. In dit geval is de weerstand **W** echter grooter dan door (2) wordt gegeven, zoodat de werkelijke dichtheid weer kleiner kan zijn, dan uit onze formules volgt.

Hetzelfde geldt voor de onderstelling, dat de komeet geen ver-dichtingsgolf voor zich opstuwt.

Tenslotte werd geen rekening gehouden met de beweging van het medium. Dit zal n.l. waarschijnlijk deelen in de rotatie der zon. Waar de komeet 1843 I teruglopend was, beteekent dit ook weer, dat onze formule een te kleinen weerstand en dus een te groote dichtheid moet opleveren.

Alle verwaarloozingen werken derhalve in denzelfden zin, zoo-dat formule (8) een maximumgrens voor δ_1 zal doen vinden.

§ 4 Maximale dichtheid der zonneatmosfeer op 100.000 km. hoogte.

Om op grond van formule (8) een schatting omtrent de dicht-heid van de zonne-atmosfeer op een afstand b van het middelpunt

1) Neemt men aan dat $\delta(\cdot) \propto 1/r^2$, dan vindt men

$$\Delta e = - \frac{16 \pi \varrho^2 \delta_1 b^2}{m q} \left[\sqrt{1 - \frac{q}{b}} - \frac{4}{3} \sqrt{\left(1 - \frac{q}{b}\right)^3} \right]$$

Wanneer q/b niet zeer klein is, geeft dit numerisch dezelfde uitkomsten als (8).

te kunnen maken, is het noodig de getalwaarden der optredende grootheden te kennen.

Voor komeet 1843 I is:

$$\Delta e \leq -0.00009, \lg q = 7.7425 - 10, \text{ of } q = 826000 \text{ km.}$$

Stelt men den zonsstraal op 696000 km., dan passeerde de komeet de zon dus op 130.000 km., m. a. w. op een afstand, die herhaaldelijk door rustende protuberansen bereikt werd.

Nemen wij voor $1 - q/b$ de waarde $1/10.000$ aan, dan wordt

$$b = 826100 \text{ km.}$$

De dikte van den ring, waarbinnen de storing gerekend werd plaats te hebben, is dan slechts $b - q = 100$ km. Er kan wel geen bezwaar bestaan de dichtheid over dezen kleinen afstand evenredig met $1/r$ te stellen.

Directe metingen van ϱ hebben wij niet. De kern van 1643 I was klein en zeker moet $\varrho < 100$ km geweest zijn. Wij zullen aannemen

$$\varrho = 25 \text{ km.}$$

Moeilijker is het een goede schatting over m te maken.

Het eenige, wat wij over de massa's van kometen positief weten, is, dat zij zeer klein zijn. Sommige kometen¹⁾ passeerden door het systeem der wachters van Jupiter zonder hierin merkbare storing teweeg te brengen. De komeet van Lexell passeerde zoo dicht langs de aarde, dat de duur van het jaar merkbaar langer geworden moest zijn, als haar massa ook maar $1/10.000$ van de massa der aarde geweest was. Een en ander wijst erop, dat de massa van een komeet waarschijnlijk kleiner dan $1/10.000$ aard-massa is.

Aan den anderen kant kan men op grond van onderzoekingen over de stabiliteit van een planetarische massa door Roche en Poincaré besluiten, dat, zal een komeet in haar perihelium niet uitelkaar gescheurd worden door de attractie der zon, de betrekking

$$\frac{\varrho}{q} \leq \sqrt[3]{\frac{m}{M}}$$

moet gelden.

Met de door ons aangenomen waarde geeft dit:

$$m > 5.10^{20} \text{ gr.}$$

¹⁾ O.a. de komeet van Lexell en de komeet van 1889 V.

Als wij voor onze komeet

$$m = 10^{20} \text{ gr.}$$

stellen — in verband met de gekozen straal zou dan de gemiddelde dichtheid van den kern $\pm 1,6 \text{ gr./cm.}^3$ worden, hetgeen niet onmogelijk lijkt — hebben wij kans de massa iets te laag getaxeerd te hebben, waardoor δ_1 te klein zou worden.

Wanneer de massa in werkelijkheid veel grooter was, zou dit beteekenen, dat de maximumgrens voor δ_1 grooter zou kunnen zijn, dan wij hier vinden. Evenwel lijkt dit ons onwaarschijnlijk o.a. al hierom, dat bij grooter waarde van m de dichtheid van den kern te groot zou worden. Als wij om deze te verbeteren dan ook ϱ grooter zouden willen nemen, komen wij aan den eenen kant in conflict met de waarneming, dat de kern klein was, terwijl aan den anderen kant vergrooting van ϱ de waarde van δ_1 weer verkleint. Door bijv. bij behoud van dezelfde dichtheid van den kern m 100 maal grooter te nemen, zou $\varrho \pm 4,5$ maal grooter moeten worden en de waarde van δ_1 slechts 5 maal grooter geworden zijn. Vrij groote fouten in m hebben dus slechts weinig effect op δ_1 .

Handhaven wij de genoemde schatting van m , dan geeft substitutie van alle waarden in (8):

$$\delta_1 = 0,3 \cdot 10^{-9} \text{ gr./cm.}^3$$

Neemt men in aanmerking, dat dit bedrag te groot is door allerlei verwaarloozingen en vereenvoudigingen, waardoor wellicht een aanmerkelijke fout ontstaan kan zijn, in dien zin, dat δ_1 in werkelijkheid veel kleiner is dan de gevonden waarde, dan moeten wij tot het besluit komen, dat op 130,000 km. boven het schijnbaar fotosfeeroppervlak de dichtheid van de zonneatmosfeer zeker niet grooter dan $10^{-10} \text{ gr./cm.}^3$ kan zijn.

Summary.

In the preceding article the author tries to estimate the maximum value for the density of the sun's atmosphere, which is still compatible with the observations of the comets 1843 I, 1880 I and 1882 II. The general line of reasoning is as follows: If the density of the sun's atmosphere is perceptible at all, the orbits of comets of very short periheliumdistance ought to show considerable disturbances.

Making some suppositions, as to how the resistance acts, etc., it would be

possible to find a maximum value for the density, if the amount of perturbation was known. Now the comets 1843 I and 1880 I, which came nearest to the sun, were, unfortunately, observed only after their periheliumpassage, i.e. after perturbation, and hence it would seem impossible to ascertain whether their motion was disturbed at all and if so, to what extent. But this is not quite true, for computation shows, that an effect of the sun's atmosphere would be, to lessen the excentricity of the orbits. Now it is extremely improbable, that a comet should have an excentricity $e > 1$. If then we take $e = 1$ for the maximum value before periheliumpassage, we know an upper limit for the value of the perturbation Δe , which will enable us to obtain a maximum value for the density.

Severe criticism shows, that only the orbit of the comet 1843 I is known well enough to be relied on for our estimate. After performing the necessary computations for this case, we find, that, at a height of 130.000 km. above the photosphere, the density cannot exceed 10^{-10} gr./cm.³ and probably is even less, although there seemed to be some reasons for expecting a much greater value — (effect of selective radiationpressure, behaviour of quiescent prominences, etc.)

Bussum, Mei 1922.

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

ZONNESTELSELS EN ATOMEN ¹⁾

(voordracht, gehouden voor „Astronomisk Selskab” 21 Nov. 1921)

door H. A. KRAMERS.

Iedereen met natuurwetenschappelijk interesse heeft wel het een en ander gehoord over den grooten vooruitgang der studie van het atoom in de laatste jaren. Wanneer nu zoo iemand in zijn weetgierigheid aan een natuurkundige vraagt hoe een atoom er wel uitziet, en waardoor het komt dat b.v. een waterstof, een zuurstof- en een ijzeratoom zoo uiteenlopende eigenschappen vertoonen, krijgt hij ten antwoord, dat men zich een atoom moet voorstellen als een zeer klein zonnestelsel. Evenals ons eigen zonnestelsel heeft een atoom zijn zon en zijn planeten, en men kan zeggen dat het verschil tusschen de verschillende soorten van atomen berust op het verschil in aantal van de planeten, die elk atoom bezit.

Wanneer de leek dit alles heeft vernomen, pleegt hij de vleugelen der fantasie uit te slaan, en hij merkt op: is dan ons eigen zonnestelsel niet slechts een atoom in een geweldig groot stelsel,

¹⁾ Uit het Deensch vertaald naar een door den spreker, onzen landgenoot en medewerker, die in Kopenhagen bij Bohr een werkzaam aandeel neemt in de ontwikkeling van diens theorie, bewerkt verslag in „Nordisk Astronomisk Tidsskrift” Bd. 2 no. 1, 1922.

dat vele millioenen zonnen bevat, elk met zijn planeten, en is dat stelsel misschien op zijn beurt weer slechts een enkel atoom in een nog grooter geheel? Er zijn op deze wijze geen grenzen voor de mogelijkheid van steeds grootere stelsels. En aan den anderen kant bestaat misschien elk onderdeel van wat wij een atoom noemen ook weer uit een menigte atomen van veel kleiner soort, enz.

Om het goede recht van dergelijke fantasieën te onderzoeken is het natuurlijk in de eerste plaats noodzakelijk om na te gaan, in hoe verre naar onze tegenwoordige kennis genoemde overeenkomst tusschen een planetenstelsel en een atoom door gaat, en ik heb gedacht dat het de leden van het Astronomisk Selskab zou kunnen interesseeren om te vernemen hoe de physicus zich deze zaak voorstelt. Ik wil daarom vanavond iets mededeelen omtrent de resultaten, die de atoomtheorie, en in 't bijzonder de atoomtheorie van Bohr, bereikt heeft, en u laten zien dat de overeenkomst tusschen een atoom en een zonnestelsel bij nadere beschouwing slechts een oppervlakkig karakter heeft en dat er, afgezien van het verschil in grootte, andere meer essentieële en dieper liggende verschillen bestaan.

Zooals men weet is de aard der bewegingen van de planeten om de zon in het licht gesteld door Kepler, die zich daarbij steunde op de waarnemingen van Tyge Brahe, en die de welbekende, naar hem genoemde, wetten opstelde, volgens welke o.a. een planeet een ellipsvormige baan beschrijft, zoodanig dat de zon zich in een der brandpunten bevindt.

Een dergelijke baan zullen wij in het volgende kortheidshalve een „Kepler-ellips” noemen. Het was ondertusschen eerst Newton, die een buitengewoon eenvoudige dynamische wet opstelde, met behulp waarvan de wetten van Kepler „verklaard” konden worden. De wet der algemeene aantrekking, waarop ik hier doel, zeide, dat twee massa's in de ruimte steeds een aantrekkende kracht op elkaar uitoefenen die evenredig is met de grootte van elk der beide massa's en omgekeerd evenredig met het kwadraat van den afstand. Newton bewees, dat een zoodanige kracht tengevolge van de grondwetten der mechanica, wier algemeene formuleering overigens eveneens aan hem te danken was, veroorzaken moest dat de planeten in Kepler-ellipsen om de zon loopen. Het is u allen bekend, dat de wet der algemeene aantrekking nader is bevestigd door de theoretische behandeling van de kleine storingen, die de onderlinge aantrekking tusschen de planeten

in deze banen teweegbrengt. De berekeningen zijn hier in staat gebleken om nauwkeurig rekenschap te geven van de kleine afwijkingen van een Kepler-ellips die de verschillende planeten-banen vertoonen. Ik wil mij echter niet nader in details begeven, maar er slechts den nadruk op leggen dat de algemeene zwaartekracht zijn stempel zet op de kleinste bijzonderheden in de bewegingen van het planeetsysteem.

In het inwendige van het atoom nu geldt een dergelijke algemeene wet, die een grooten rol speelt, en die op het eerste gezicht een vergelijking van een atoom met een zonnestelsel uitlokt. Op grond van vele experimenteele onderzoeken van verschillenden aard weet men tegenwoordig, dat een atoom opgevat kan worden als een verzameling van kleine electrisch geladen deeltjes, die zich ten opzichte van elkaar bewegen, en het zijn de krachten, die deze deeltjes tengevolge hunner electrische ladingen op elkander uitoefenen, die in vele opzichten doen denken aan de zwaartekracht.

Nu zou ik natuurlijk eerst moeten zeggen wat men eigenlijk onder electrische lading verstaat, maar dit is een moeilijke zaak, daar de physica ons niets kan zeggen omtrent het wezen der electriciteit, evenmin als zij ons veel kan zeggen omtrent den aard van datgene wat wij massa noemen. Wij weten uit ervaring, dat een lichaam door wrijving met andere stoffen of op andere wijze in een toestand kan worden gebracht waarin het sterke aantrekkende of afstootende krachten op andere lichamen uitoefent, die op gelijke wijze zijn behandeld; men pleegt dan te zeggen dat deze lichamen „electrisch geladen” zijn, en door een grondige studie van deze verschijnselen is men gekomen tot de onderstelling van het bestaan van z.g.n. „positieve” en „negatieve” electriciteit. Deze beide soorten van electriciteit kunnen tot op zekere hoogte vergeleken worden met een materieële stof — een zeer ijle alles doordringende vloeistof, als men zoo wil — zoodat men kan spreken van een bepaalde „hoeveelheid” positieve of negatieve electriciteit. Verder moet men aannemen dat electriciteit nooit kan verdwijnen of uit niets gevormd worden, evenmin als de materie verdwijnen of vanzelf ontstaan kan. Twee hoeveelheden electriciteit nu, die zich in de ruimte op zekeren afstand van elkander bevinden, oefenen een kracht op elkander uit, die evenredig is met de grootte der beide hoeveelheden en omgekeerd evenredig met het kwadraat van hun afstand. Bestaan beide hoeveelheden uit positieve of

beide uit negatieve electriciteit, dan is deze kracht een afstootende; is daarentegen de eene positief, de andere negatief, dan is de kracht een aantrekkende en dan vertoont zij dus zeer groote overeenstemming met de algemeene aantrekkingskracht die volgens Newton tusschen twee massadeeltjes bestaat. Bevat een lichaam evenveel positieve als negatieve electriciteit, dan werkt het naar buiten neutraal; maar zoodra door wrijving met andere stoffen de positieve en negatieve electriciteit niet meer in gelijke hoeveelheden aanwezig zijn gaat het lichaam electrische werkingen uitoefenen op andere lichamen. Het is zeer fraai dat men op deze wijze met twee soorten electriciteit heeft leeren werken, en dat men de wetten welke gelden voor de electrische werkingen verder heeft kunnen verdiepen; maar men moet zich steeds voor oogen houden dat men ten slotte de aanwezigheid van hoeveelheden electriciteit slechts kan constateeren door de krachten, waaraan zij tengevolge van uitwendige werkingen zijn blootgesteld, en dat men de natuur der beide soorten van electriciteit niet verder kan benaderen, aangezien zij immers door deze krachten zijn gedefinieerd. Een belangrijke eigenschap der electriciteit werd echter in de loop van de 19e eeuw ontdekt, namelijk dat ze, evenals de materie zelf, atomistisch moet worden opgevat; dat de positieve zoowel als de negatieve electriciteit in een lichaam niet oneindig deelbaar is, maar dat ze bestaat uit negatieve en positieve „electriciteitsatomen”, die zich binnen in de materiele atomen bevinden. Het eerste wat men vond waren de negatieve electriciteitsatomen, die men tegenwoordig „electronen” pleegt te noemen; deze kwamen te voorschijn in den vrijen toestand bij proeven met kathodestralen, en bleken alle gelijk te zijn, in zooverre dat zij konden worden opgevat als deeltjes van zeer kleine afmetingen (c.a. 10^{-13} cm.) die alle dezelfde negatieve electrische lading bezitten, het zoogenaamde negatieve electrische elementair quantum, en dezelfde massa. Deze massa van een electron is buitengewoon klein (circa 10^{-27} gr.); ongeveer 1800 maal zoo klein als de massa van het waterstofatoom, dat het lichtste van alle atomen is. Men moest zich denken dat elk atoom een of meer electronen bevatte, en de natuurkundige werd nu voor het probleem gesteld, op welke wijze de positieve electriciteit in de atomen was verdeeld. Uit de experimenten scheen te blijken, dat deze onafscheidelijk verbonden was met de massa van het atoom zelf, maar eerst in 1911 werd ons door het geniale werk van

Rutherford de zaak geheel verklaard. Deze natuurkundige concludeerde uit zijn proeven over het doordringen van radioactieve stralen in de materie, dat de z.g.n. positieve electriciteit binnen in een atoom was geconcentreerd in een kern, die bijna de heele massa van het atoom bevatte, en welks afmetingen buitengewoon klein waren in verhouding tot de grootte van het geheele atoom. Hiermede was de wetenschap gekomen tot het resultaat dat ik reeds te voren noemde, n.l. de zekerheid dat een materieel atoom eenvoudig is opgebouwd uit een aantal electrisch geladen deeltjes, die zich op afstanden van elkander bevinden die zeer groot zijn in verhouding tot hun eigen grootte. De overeenstemming met een zonnestelsel is nu in de eerste plaats hieraan te danken, dat één dezer deeltjes, n.l. de kern, die een positieve lading heeft, door zijn groote massa vrijwel stilstaat, evenals de zon in ons zonnestelsel, terwijl de andere deeltjes, de negatieve electronen, de rol van planeten vervullen, in zooverre dat zij door de zon worden aangetrokken, niet zoozeer tengevolge van de algemeene aantrekkingskracht van Newton (die, indien ze al werkt binnen in het atoom, toch van zeer geringe invloed zou wezen) als wel tengevolge van hun negatieve electrische lading.

Ik wil niet nalaten hier volledigheidshalve te vermelden, dat de hoeveelheid positieve electriciteit, die de kern bevat, verschillend is voor de verschillende soorten van atomen, en dat ze altijd gelijk is aan een geheel aantal malen de eenheid van positieve electrische lading die noodig is om de negatieve electriciteit te neutraliseeren, welke zich in een electron bevindt. Elk atoom zal dus naar buiten neutraal werken, indien de kern een bepaald aantal electronen om zich heen verzameld heeft, en dit aantal, dat karakteristiek is voor de eigenschappen van het atoom, wordt genoemd het atoomnummer. In het algemeen geldt, dat, hoe grooter het atoomnummer is — de electrische lading van de kern dus — des te grooter de zwaarte van het atoom, d. w. z. van de kern. Zoo is gebleken dat het atoomnummer van waterstof 1 is, d. w. z. een neutraal waterstofatoom bestaat uit één kern en één electron; het atoomnummer 2 behoort aan het atoom dat na waterstof het lichtste is, het heliumatoom. (Het heliumatoom is 4 maal zoo zwaar als het waterstofatoom.) Het hoogste atoomnummer dat wij kennen is 92, het komt voor bij het metaal Uranium, waarvan de atomen de zwaarste zijn van alle die wij kennen.

Ik zeide zoo pas dat het atoomnummer karakteristiek is voor de

eigenschappen van het atoom ; dit berust daarop, dat de bewegingen van de electronen om de kern uitsluitend afhangen van de aantrekkende kracht, die de kern op hen uitoefent, en niet van de inwendige, overigens onbekende, structuur van de kern. Dit laatste wordt op frappante wijze bevestigd door het optreden der z.g.n. isotope elementen, welker atomen overeenstemmen in alle physische en chemische eigenschappen, uitgezonderd hun gewicht, iets dat hierin zijn verklaring vindt, dat de kernen dezer atomen wel dezelfde lading hebben, maar niet hetzelfde gewicht.¹⁾ Ik vermeld deze omstandigheid, omdat zij in zekeren zin een parallel heeft in ons eigen planetenstelsel. Daarin zal n.l., wegens de geringe grootte van de zon in verhouding tot den afstand der planeten, alleen de aantrekkingskracht der zon in haar geheel, d. w. z. haar massa, de beweging der planeten bepalen, terwijl de inwendige bouw der zon hierop zoo goed als geen invloed heeft.

Evenwel komt het mij wenschelijk voor nu ook te wijzen op eenige punten, waarin er verschillen bestaan tusschen een zonnestelsel en een atoom. Ten eerste zijn alle electronen gelijk, althans wat betreft die eigenschappen waaromtrent wij iets weten, n.l. hun massa en hun negatieve lading. De planeten daarentegen zijn onderling zeer verschillend. Verder zijn de afmetingen der electronen zoowel als van den kern veel kleiner in verhouding tot hun onderlinge afstand dan bij de zon en de planeten het geval is. Terwijl b.v. de straal van de zon ongeveer 200 maal kleiner is dan de straal van de baan der aarde, is de afmeting van een atoomkern (c.a. 10^{-12} cm.) ongeveer 10.000 maal kleiner dan de grootte van het atoom (c.a. 10^{-8} cm.) d. w. z. dan de afstand van de kern tot de electronen. Omtrent vorm en bouw van de atoomkernen weet men vrijwel niets, maar dat er geen sprake kan wezen van den bolvorm die men bij de zon vindt is zoo goed als zeker. Tenslotte zijn het bij het atoom electriche krachten, die kern en electronen bijeenhouden, iets wat o. a. inhoudt dat de electronen elkaar onderling afstooten, terwijl de planeten vanwege den aard der zwaartekracht zoowel door elkander als door de zon worden aangetrokken.

Al deze verschillen, ofschoon verre van gering, zullen u echter

¹⁾ Vele welbekende elementen, zooals b.v. chloor en kwikzilver, bestaan uit een mengsel van twee isotopen. Wat genoemde stoffen betreft gelukte het prof. Brönsted en prof. Hevesy hier in Kopenhagen in 1920 inderdaad een gedeeltelijke afscheiding van de zwaardere en de lichtere atomen te bewerkstelligen door daartoe geschikte methoden.

onbeduidend voorkomen als ik nu tenslotte kom tot een vergelijking van de stabiliteitseigenschappen bij een atoom en het zonnestelsel. Hiermee kom ik op een punt, dat van het grootste gewicht is voor de moderne atoomtheorie, en dat aanleiding heeft gegeven tot de meest ernstige theoretische moeilijkheden vanaf het oogenblik dat Rutherford zijn ontdekking der atoomkernen had bekend gemaakt. De zaak was n.l. deze, dat door de ontdekking der atoomkernen niet alleen bleek dat het atoom een zeer eenvoudige structuur bezat — hierover kon elk physicus zich slechts verheugen — maar tevens dat deze structuur om zoo te zeggen te eenvoudig was. Laat ons, om te verduidelijken wat ik hiermede bedoel, het allereenvoudigste atoom beschouwen, het waterstofatoom. Dat zou in neutralen toestand bestaan uit een kern, waaromheen zich één electron beweegt. Als wij ons nu voorstellen dat deze beweging werkelijk gaat volgens de wetten der mechanica, moeten wij dus verwachten, dat de baan van het electron een Kepler-ellips zal zijn. Maar hoe groot zal deze ellips wezen? In de mechanica is niets dat ons aan een bepaalde lengte van de groote as der ellips de voorkeur geven doet. Maar neem aan dat het electron in een bepaald atoom zich beweegt volgens een ellips van bepaalde grootte; dan zal deze toch alle mogelijke veranderingen kunnen ondergaan, zoodra het atoom met andere atomen in wisselwerking treedt, b.v. botsing of iets dergelijks, iets wat inderdaad plaats grijpt bij alle physische en chemische proeven met waterstof hier op aarde. Maar hoe moet men dan de bepaalde karakteristieke eigenschappen verklaren, die waterstof bij dergelijke proeven vertoont, en het feit dat alle waterstofatomen dezelfde grootte hebben van c.a. 10^{-8} cm., en dat zij steeds opnieuw neiging vertoonen dezelfde chemische verbindingen aan te gaan met dezelfde andere atomen? Men ziet dat een waterstofatoom, van het standpunt der theorie van het kernatoom, in het geheel geen bepaalde eigenschappen schijnt te hebben.¹⁾ Zoo zou men geneigd zijn het denkbeeld op te geven dat de mechanica van toepassing zou zijn op de bewegingen van het electron, en aan te nemen dat er krachten binnen het atoom zijn van geheel onbekenden aard, die maken dat een waterstofatoom de stabiliteit heeft die een chemisch atoom in het algemeen karakteriseert. Daardoor zou echter niet alleen de hoop om de eigenschappen

¹⁾ (Noot van den vertaler). Op een ander bezwaar der klassieke theorieën, n.l. dat een om een kern wentelend electron volgens de electrodynamica voortdurend energie zou uitstralen en aldus ten slotte op de kern zou „vallen”, is hier in verband met het onderwerp minder den nadruk gelegd.

van waterstof te kunnen verklaren zeer gering worden, maar ook zou alle analogie met een zonnestelsel opgegeven moeten worden. En bij nader inzien zou dit sceptische standpunt nog veel bedenkelijker consequenties hebben dan men op 't eerste gezicht zou denken, daar ons geloof aan de realiteit van het kernatoom zelf zou worden geschokt. De kernen zijn n.l., zooals men zich voorstellen kan, niet ontdekt doordat Rutherford ze kon zien; daarvoor zijn ze te klein. Hij concludeerde indirect dat zij bestaan moesten uit waarnemingen van wat er gebeurde, wanneer een klein, snel bewegend electrisch deeltje (want de bovengenoemde radio-actieve stralen, waarmee hij werkte, bestaan eenvoudigweg uit zulke deeltjes) dwars door een atoom ging. Maar wanneer hij ons verzekeren kon dat er een kern aanwezig was, geschiedde dat, doordien een berekening van den invloed, die de positieve ladingen binnen in het atoom tengevolge van de wetten der mechanica op de baan van het snelbewegend deeltje zouden hebben, alleen dan in staat was de resultaten van de proefnemingen te verklaren, wanneer hij aannam, dat deze ladingen in een zeer kleine kern waren geconcentreerd. Houden wij ons dezen gedachtegang voor oogen, dan zien wij, dat het noodlottige gevolgen zou hebben om bij de discussie van de eigenschappen der atomen kategorisch te eischen dat alle mechanica overboord geworpen worden moet, omdat dit ongeveer gelijk zou staan met de geheele theorie van het kernatoom in twijfel te trekken. Nog erger, het zou beteekenen dat wij de voorstellingen zouden opgeven, zonder welke we de begrippen massa en electrische lading niet kunnen definieeren.

Nu is het Bohr's groote verdienste geweest in de natuurkunde, dat hij ons een uitweg heeft gewezen uit al deze bijna onoverkomelijke moeilijkheden, en de rest van den tijd wil ik gebruiken met U een en ander te vertellen omtrent het beeld dat wij ons tengevolge zijner onderzoekingen kunnen vormen van de bewegingen die de electronen kunnen maken in een atoom, en van processen binnen in het atoom in 't algemeen. Laat mij beginnen met te zeggen dat wij nog niet met een geheel volledige theorie van de atomen hebben te maken; het duurt misschien nog vele jaren voor de natuurkunde dit bereikt zal hebben, maar men is nu toch zoo ver, dat een bepaald beeld van den bouw van het atoom steeds duidelijker naar voren begint te komen. Wat Bohr

deed in 1913 was dat hij eenige hypothesen en postulaten aangaande de eigenschappen van processen binnen het atoom invoerde, in aansluiting bij ideeën ontleend aan de z.g.n. quanta-theorie. Deze theorie was omstreeks 1900 opgesteld door den Duitschen natuurkundige Planck, bij zijn pogingen om over eenige moeilijkheden heen te komen in de z.g.n. electromagnetische stralingstheorie. Iets later werden Planck's denkbeelden vruchtbaar gemaakt door Einstein in eenige belangrijke verhandelingen. Ik zal echter niet op de historische ontwikkeling ingaan; ik wil slechts dit zeggen, dat Bohr de quanta-theorie in haar toepassing op atomen een zoodanigen vorm gaf, dat de door genoemde onderzoekers bereikte resultaten in een helderder licht kwamen te staan.

Er zijn twee postulaten, die Bohr vooronderstelt in zijn atoomtheorie. Het eerste postulaat zegt, dat er onder alle denkbare mechanische toestanden, waarin de deeltjes in een atoom zich kunnen bevinden, een aantal bepaalde bewegingstoestanden zijn, waaraan het atoom om zoo te zeggen de voorkeur geeft, in zoverre dat het zich een tijd lang in zoo'n toestand kan bevinden, zonder dat er eenige verandering plaats grijpt in de energie die het atoom bevat. Deze bewegingstoestanden worden daarom „stationaire toestanden” genoemd. Het atoom kan zijn stationaire bewegingstoestand slechts verlaten door een proces, waarbij het in een anderen stationaire toestand overgaat, en waarbij het een hoeveelheid energie opneemt of afgeeft, die overeenkomt met het verschil in energie in beide toestanden. Dit postulaat heeft een veel verdere strekking dan men op het eerste gezicht misschien zou denken. Ten eerste is het regelrecht in strijd met alle resultaten aangaande de wisselwerking tusschen elektrische deeltjes die klassieke elektrische en mechanische theorieën meebrengen. Maar iets dergelijks was noodzakelijk. Bij onze beschouwing van het waterstofatoom hebben wij immers gezien dat volgens deze theorieën dit atoom te „gevoegzaam” zijn zou om van de eigenschappen van waterstof en van de stabiliteit van het atoom in het algemeen rekenschap te geven. Men kan nu zeggen dat Bohr in zijn eerste postulaat de stabiliteit der atomen vooronderstelt, maar op zoo'n wijze, dat de wetten der mechanica toch ten deele tot hun recht komen, daar zij hun geldigheid behouden voor de bewegingen in de stationaire toestanden.

Bohr's tweede postulaat interesseert ons voor vanavond minder, ofschoon het voor de atoomtheorie op zichzelf van evenveel

gewicht is als het eerste. Dit zegt, dat, wanneer een overgang tusschen twee stationnaire toestanden vergezeld wordt door de uitzending of absorptie van licht, dit licht monochromatisch zal zijn en dat zijn golflengte op een bepaalde, nader aangegeven wijze uitsluitend afhankelijk zijn zal van de hoeveelheid uitgestraalde of geabsorbeerde energie.

Omtrent het mechanisme van de overgangen tusschen de stationnaire toestanden, van de uitzending van het licht, en van de stabiliteit der stationnaire toestanden zelf weten wij evenwel niets; de postulaten zijn zelfs van dien aard dat het voorloopig hopeloos schijnt om er een nadere verklaring voor te zoeken. Desondanks zijn deze postulaten zoo vruchtbaar gebleken en zij hebben ons in staat gesteld om zoovele natuurkundige verschijnselen te verklaren, waarmede men vroeger geen raad wist, dat men gerust zeggen kan dat de theorie van Bohr een nieuw tijdperk in de natuurkunde beteekent. Zijn eerste groote resultaat was de quantitative verklaring van het waterstofspectrum, dat het eenvoudigste van alle bekende spectra is en uitgezonden wordt door het eenvoudigste van alle atomen. Juist van de stationnaire toestanden van het waterstofatoom welke in het waterstofspectrum op zoodanige wijze tot uiting komen, dat met den overgang tusschen twee dier toestanden het optreden van een bepaalde lijn verbonden is, zijn wij tegenwoordig goed op de hoogte, en bij de bespreking hiervan kom ik nu terug op mijn eigenlijke onderwerp, de beweging der electronen in het atoom.

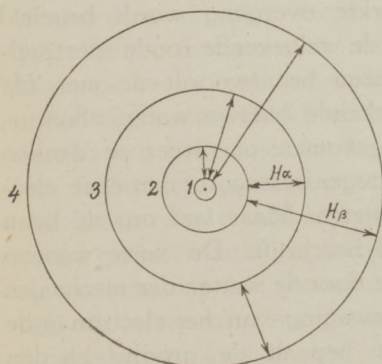


Fig. 1.

gelyke hoeveelheid energie bevat. De cirkelbaan in den tweeden stationnairen toestand, die met 2 is aangeduid, heeft een straal 4 maal

Beschouwen wij fig. 1. De punt in het midden stelt voor de positief geladen kern van het atoom. De concentrische cirkels geven vergroot de stationnaire toestanden weer, waarin het electron van het atoom zich om de kern bewegen kan. De kleinste dezer cirkels, die met 1 is aangeduid, stelt dus de eerste stationnaire toestand van waterstof voor, waarin het waterstofatoom de kleinste mogelijke

zoo groot als de straal van de baan in den eersten toestand. In den derden toestand is deze straal 9 maal zoo groot, en in het algemeen is hij in den n^{den} toestand n^2 maal zoo groot. In de figuur zijn slechts de 4 eerste toestanden aangegeven. Indien men theoretisch de numerieke waarde van de straal der baan in den eersten toestand bepaalt, vindt men daarvoor $0,528,10^{-8}$ cm., d. w. z. een lengte van dezelfde orde van grootte als de grootte van het atoom, zooals men die uit geheel andere proeven kent. In al deze stationnaire cirkelbanen geschiedt de beweging volgens de wetten der mechanica; tengevolge van den derden regel van Kepler zullen dus b.v. de quadraten van de omloopstijden zich verhouden als de derde machten van de stralen. In den n^{den} stationnairen toestand zal dus de omloopstijd n^3 maal zoo groot zijn als in den eersten, waar hij ongeveer $1,5 \cdot 10^{-16}$ sec. is. Volgens het eerste postulaat van Bohr nu moeten we verwachten dat het electron altijd zal trachten in een van de bovengenoemde bewegingstoestanden te zijn. Van tijd tot tijd zal het, overeenkomstig het tweede postulaat, over kunnen springen uit eenen stationnairen toestand in een anderen met geringer energie-inhoud, onder het uitzenden van licht van een bepaalde golflengte, en tenslotte zal het electron zich bevinden op de binnenste stationnaire baan, en het atoom is zodoende „tot rust gekomen.” In dien toestand zal het blijven tot mogelijkerwijs door een werking van buitenaf het electron weggeslingerd wordt, en dan kan het spel opnieuw beginnen. De overgangen tusschen de stationnaire toestanden zijn in de figuur schematisch aangegeven met behulp van pijltjes. De met $H\alpha$ gekenmerkte overgang wordt begeleid door de uitzending van rood licht, de welbekende roode spectraallijn in het waterstofspectrum. Evenzoo beantwoordt de met $H\beta$ aangeduide overgang aan de welbekende blauwe waterstoflijn.

Hier is nu het juiste oogenblik gekomen om weer te denken aan ons zonnestelsel. Dit heeft, in tegenstelling tot het ééne electron bij waterstof, verscheidene planeten. Maar laat ons de baan beschouwen, die een enkele planeet beschrijft. De wijze waarop deze baan beschreven wordt, wordt door de wetten der mechanica bepaald op dezelfde wijze als de beweging van het electron in de stationnaire toestanden. Maar wat bepaalt de grootte en den vorm der planetenbanen? Die hangt klaarblijkelijk niet alleen af van grootheden als de massa van de zon en de massa van de planeet, maar die hangt evenzeer af van de wijze, waarop het

zonnestelsel indertijd ontstond, van de „voorgeschiedenis” der planeet, zou men kunnen zeggen. Wij kunnen ons evengoed denken, dat de planeet een wat grooter of kleiner baan met een wat grooter of kleiner excentriciteit beschreef, dan zij inderdaad doet. Men kan het zoo voorstellen, dat de planeetbaan, zooals ze nu is, het stempel van haar verleden draagt, al zijn wij er dan ook verre van verwijderd, dat wij dit verleden zouden kunnen reconstrueeren. Iets geheel anders is echter het geval met de stationnaire electronenbanen in het atoom. Deze zijn n.l. altijd hetzelfde voor alle waterstofatomen en volkomen onafhankelijk van de wijze waarop het electron eenmaal door de kern gegrepen werd. En als het atoom zooveel energie heeft uitgestraald, als waartoe het in staat is, dan zal het electron altijd loopen in de met 1 aangeduide kleinste stationnaire baan, die een vaste, bepaalde straal heeft. Het atoom zal dan geen spoor van zijn voorgeschiedenis bewaard hebben; het heeft om zoo te zeggen alles vergeten, wat ermee gebeurd is,

Ik hoop dat ik u met deze opmerkingen het verschil in wezen heb duidelijk gemaakt tusschen het mechanisme van het atoom en het soort natuurwetten, waarmede de natuurkunde tot nog toe heeft te doen gehad. Men kan bijna zeggen, dat de wetten der gebruikelijke mechanica alleen kunnen worden toegepast in uitzonderingsgevallen, zooals bijv. voor de beschrijving van de beweging in de stationnaire toestanden. De regels, die men heeft kunnen opstellen om uit te maken of een mechanisch denkbare beweging in een atoom overeenkomt met een stationnaire toestand of niet dragen echter reeds een onmechanisch karakter. In de gebruikelijke mechanica is niets dat er op wijst dat juist de stationnaire banen een bijzondere plaats zouden moeten innemen onder alle andere denkbare banen, dat dus in het waterstofatoom de aan een geheel getal n beantwoordende stationnaire cirkelbanen een bepaalde „gunstige” eigenschap zouden hebben boven een cirkelbaan die tusschen twee stationnaire banen inloopt. Een ander geval, waarin de wetten der mechanica van toepassing zijn op processen in het atoom ontmoeten wij in Rutherford's onderzoek, waar zeer snel bewegende electrische deeltjes het atoom binnendringen en het weer verlaten, zoo snel, dat de ligging van de onderdeelen van het atoom in verhouding tot elkaar zich niet van beteekenis heeft kunnen veranderen. Indien wij echter een electrisch deeltje van betrekkelijk geringe snelheid op een atoom

afvuren, dan weten wij uit proeven (de beroemde proeven van Franck en Hertz), dat er iets geschiedt dat klaarblijkelijk in strijd is met de wetten der mechanica. Laten wij ons b.v. een proef denken, waarbij wij een waterstofatoom dat zich in zijn eersten stationnair toestand bevindt, bombardeeren met electronen die een geringe snelheid hebben van dezelfde orde van grootte als de omloopssnelheid van het electron in het atoom. Het resultaat van de botsingen ¹⁾ kan in de eerste plaats zijn, dat het botsende electron het atoom verlaat met precies dezelfde snelheid die het oorspronkelijk had, doch met een grootere of kleinere verandering in de richting der beweging: de stoot is elastisch geweest. Maar er kan ook iets anders gebeuren: de stoot kan ook tengevolge hebben dat het atoom energie opneemt van het botsende electron, zoodat het zich na de botsing niet meer in den eersten stationnair toestand bevindt, maar in een der andere stationnaire toestanden. Daartoe heeft het botsende electron een deel van zijn kinetische energie aan het atoom moeten afstaan, zoodat het 't atoom langzamer verlaat dan het er oorspronkelijk in binnendrong, of, met andere woorden, de stoot is onelastisch geweest. Het zal duidelijk zijn dat dergelijke onelastische stooten alleen zullen optreden als de snelheid van het botsende electron minstens zoo groot is dat zijn kinetische energie gelijk is aan het verschil tusschen de energie die het waterstofatoom in den eersten en in den tweeden stationnair toestand bezit, want anders zou tengevolge van de wet van het behoud van energie de overbrenging van het electron in het atoom van de eerste op de tweede stationnaire baan niet kunnen plaats grijpen. Het bestaan van een dergelijke minimum snelheid, die voorwaarde is voor het optreden van onelastische stooten, is voor velerlei soort atomen waargenomen, maar staat — zooals ik tevoren zei — in lijnrechte tegenstelling tot wat men zou verwachten indien de wetten der mechanica hier golden. Een analogon met botsingen van genoemde soort bestaat in zekeren zin ook in het zonnestelsel, n.l. in de gevallen waarin een komeet op zijn weg naar de zon in de nabijheid van een planeet komt. Hier is er echter geen sprake van dat de verandering in de baan der komeet, die het gevolg

¹⁾ Met het woord „botsing” wordt natuurlijk niet bedoeld dat twee deeltjes juist op elkaar stooten. Dit is iets wat uiterst zelden gebeurt vanwege de buitengewoon geringen omvang der deeltjes en hun relatief groote lading. Dat een deeltje botst tegen een atoom is slechts een verkorte uitdrukking, die beteekent dat het deeltje met een bepaalde snelheid van buitenaf komt en in het atoom binnendringt.

is van de aanwezigheid der planeet niet nauwkeurig zou overeenstemmen met wat men op grond van de wetten van Newton omtrent de wisselwerkingen tusschen de massa's zou verwachten.

Tot nu toe heb ik, waar ik ter illustratie van Bohr's atoomtheorie de stationnaire toestanden van het waterstofatoom behandelde, alleen gesproken over stationnaire banen waar de electronen in een cirkel om de kern loopen. Dit deed ik alleen eenvoudigheidshalve, aangezien, zooals nader onderzoek geleerd heeft, er evengoed stationnaire elliptische banen voorkomen als circulaire, en de excentriciteit van deze banen is in het algemeen verre van gering, in tegenstelling met de excentriciteit van de planetenbanen.

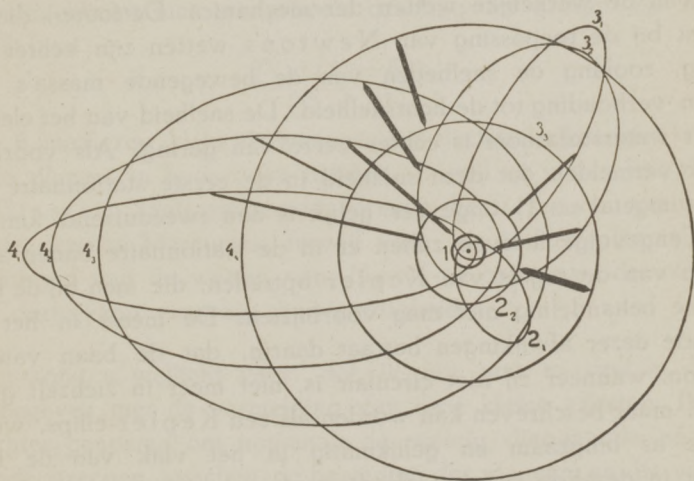


Fig. 2.

In fig. 2 ziet men een schematische voorstelling van de verschillende stationnaire banen die aldus in het waterstofatoom kunnen voorkomen. Elk dezer banen is nu niet meer aangeduid door één heel getal, zooals in fig. 1, maar door twee heele getallen. Het is een algemeene regel, dat een electronenbaan in een stationnairen toestand van een atoom wordt aangeduid door een aantal geheele getallen. Deze getallen noemt men de quantumgetallen van de baan. In de figuur kan men zien dat voor banen die hetzelfde eerste quantumgetal hebben de lange as dezelfde lengte heeft. De kleine as varieert met het andere quantumgetal op zoodanige wijze dat de baan zijn grootste excentriciteit heeft als het tweede quantumgetal gelijk is aan 1, en circulair is wanneer dit gelijk is

aan het eerste quantumgetal; grooter dan dit kan het nooit worden. De zwarte pijlen geven eenige overgangen tusschen de stationnaire toestanden aan, die van belang zijn voor de theorie der spectra; het zou echter te ver voeren als ik over alle details zou uitwiden waarover de figuur ons iets leeren kan, en waarvoor zij indertijd geteekend werd. Ik wil alleen van de gelegenheid gebruik maken om nog een opmerking te maken over de elliptische banen, een opmerking die bij Einstein's relativiteitstheorie aanknoopt.

Zooals men weet is een der consequenties van de relativiteitstheorie, dat Newton's wetten der mechanica niet nauwkeurig kunnen gelden, maar beschouwd moeten worden als een benadering van de werkelijke wetten der mechanica. De fouten, die men begaat bij de toepassing van Newton's wetten zijn echter zeer gering, zoolang de snelheden van de bewegende massa's klein zijn in verhouding tot de lichtsnelheid. De snelheid van het electron in het waterstofatoom is echter verre van gering. Als voorbeeld wil ik vermelden dat deze snelheid in de eerste stationnaire baan (quantumgetal = 1) ongeveer gelijk is aan tweeduizend km. per sec. Tengevolge hiervan zullen er in de stationnaire banen afwijkingen van de regels van Kepler optreden, die men bij de theoretische behandeling niet mag voorbijzien. De meest in het oog vallende dezer afwijkingen bestaat daarin, dat de baan van het electron, wanneer zij niet circulair is, niet meer in zichzelf gesloten is, maar beschreven kan worden als een Kepler-ellips, welker groote as langzaam en gelijkmatig in het vlak van de baan roteert in dezelfde richting als die waarin het electron om de kern heen loopt. De berekening levert op, dat het aantal malen dat het electron om de kern moet loopen voor de groote as één maal geheel rondgedraaid is, gegeven is door de formule

$$\frac{T^2 c^2 (1 - E^2)}{2 \pi^2 A^2},$$

waarin T de omloopstijd is, c de lichtsnelheid, E de exentriciteit en A de lengte van de halve lange as. Past men deze formule b.v. toe op de in fig. 2 met 2₁ aangeduide baan, dan vindt men, dat diens lange as één maal rondgedraaid is na omtrent 40000 omgangen van het electron. Dat de afwijkingen van een Kepler-ellips, waarover ik hier gesproken heb, werkelijk bestaan, heeft men quantitatief kunnen verifieeren in het waterstofspectrum door

nauwkeurige spectroscopische waarnemingen. Ik heb ze hedenavond vermeld, omdat zij een analogon hebben in de beweging der planeten. Hier zijn het niet electriche krachten, die de planeet in haar baan houden, maar gravitatiekrachten, en tengevolge van Einstein's *algemeene relativiteitstheorie* spelen de laatstgenoemde krachten een zeer bijzondere rol in de natuurkunde. De afwijkingen van de regels van Kepler, die men volgens Einstein's theorie in de beweging moet verwachten zijn daarom van geheel andere, dieper liggende natuur dan die men in de beweging van het atoom aantreft. De berekening toont, dat ook in een elliptische planetenbaan de groote as gelijkmatig draait in de richting waarin de planeet loopt, maar het aantal omgangen, dat overeenkomt met een geheele draaiing der groote as, beantwoordt aan:

$$\frac{T^2 c^2 (1 - E^2)}{12 \pi^2 A^2},$$

d.w.z 6 maal zoo klein als wanneer het electriche krachten waren, die de planeet in haar baan hielden. Ik wil er u aan herinneren dat Einstein laatstgenoemde formule heeft kunnen verifieëren aan de planeet Mercurius, terwijl voor de andere planeten alle afwijkingen van de wetten van Newton zich aan de waarneming onttrekken vanwege hun geringheid.

Het komt u wellicht voor, dat ik mij wat te veel in details heb begeven met de vermelding van deze kleine effecten. Ik heb ze echter genoemd om nogmaals de weinig diepgaande analogie te onderstrepen tusschen de beweging der planeten en die van het electron binnen het atoom. De genoemde afwijkingen van de wetten van Kepler toonen n.l. dat bij nadere beschouwing zelfs niet de kinematica der beide bewegingen dezelfde is; slechts in eerste benadering gelden dezelfde regels voor de bewegingen in het zonnestelsel en in een atoom.

Ik ben u nog een enkel woord schuldig betreffende atomen die meer dan één electron bevatten. Het onderzoek van de electronenbanen in dergelijke gevallen is nog in zijn eerste stadium, maar verscheidene bijzonderheden aangaande de wijze waarop men zich voor moet stellen dat de electronen zich bewegen ten opzichte van elkander en van de kern zijn in de loop van het laatste jaar aan het licht gebracht door Bohr. Uit zijn resultaten ¹⁾

¹⁾ Een samenvatting vindt men in een artikel van Bohr in *Zeitschrift für Physik* (9, 1, 1922) dat gezamenlijk met enkele andere artikelen binnenkort in boekvorm zal verschijnen.

wil ik naar voren brengen dat men zich de verschillende electronbanen niet ongeveer in hetzelfde vlak en om elkaar heen liggend moet denken, zooals het geval is met de banen der groote planeten, maar dat integendeel in het algemeen de baanvlakken der verschillende electronen groote hoeken met elkander vormen en dat de banen in elkaars gebied indringen. Natuurlijk wordt daarmee het probleem van b.v. de bewegingen die de 79 electronen, die zich in een goudatoom bevinden, tegelijkertijd volvoeren, buitengewoon ingewikkeld en moeilijk, maar het is toch reeds mogelijk om de volmaakte harmonie en orde te zien doorschemeren, die in den schijnbaren wirwar van banen heerscht. Een bespreking van deze meest moderne problemen uit de atoomtheorie zou echter weinig nieuw licht werpen op het probleem dat ik vanavond voor u heb willen behandelen.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Bezoek aan het Koninklijk Meteorologisch Instituut te De Bilt, op Zaterdag 27 Mei 1922.

Door de heeren Dr. Cannegieter, van Dijk en Schoute werd de werking van de verschillende, in het Instituut gedemonstreerde, toestellen, en de daarmee verrichte onderzoekingen toegelicht. Verder gaf Dr. F. A. Vening Meinesz de volgende

Toelichting bij de demonstratie der slingertoestellen.

Het doel van het onderzoek is de bepaling van de kleine variaties in de zwaartekracht, teneinde gegevens te verkrijgen betreffende de verdeeling der massa's in de aardkorst. Men zou daartoe op alle punten een absolute zwaartekrachtsbepaling kunnen uitvoeren, doch dit zou bij inachtneming van de vereischte nauwkeurigheid zeer veel tijd vergen. Een relatieve zwaartekrachtsbepaling, d. w. z. een bepaling van het zwaartekrachtsverschil op twee punten is veel eenvoudiger, daar alle storingen van den slingertijd, welke op verschillende punten gelijke waarde hebben, zooals die, veroorzaakt door elastische vormverandering der slingers, door den van een mathematische lijn afwijkenden mesvorm, door fouten in de slingerlengtemeting enz., uit het resultaat wegvallen. Men komt dientengevolge tot het volgende waarnemingsschema :

Men bepaalt in enkele punten op aarde met groote nauwkeurigheid de absolute grootte van g en voert op alle andere punten relatieve metingen uit.

Voor Nederland is eerst met het aanwezige relatieve toestel op een centraal punt een verschilmeting ten opzichte van Potsdam (waar g absoluut gemeten is) uitgevoerd, en vervolgens zijn vanuit dit centrale punt door Nederland waarnemingsreizen ondernomen, waarbij op een vijftigtal punten relatieve waarnemingen zijn gedaan. Elke waarnemingsreis ving aan met een slingertijdsbepaling in het centrale punt, vervolgens werd deze op een tiental andere stations gemeten, en tenslotte werd ter controleering van de stabiliteit van den slinger, de slingertijd nogmaals op het centrale punt bepaald.

Teneinde nog beter te kunnen nagaan of werkelijk gedurende de geheele reis de slinger stabiel gebleven is, en dus de gevonden slingertijdsverschillen inderdaad slechts aan zwaartekrachtsverschillen moesten toegeschreven worden, bevat het toestel vier verschillende slingers, welke ieder een onafhankelijke waarde geven.

De nauwkeurigheid, die met het aanwezige toestel te bereiken is, is $1 \text{ à } 2 \cdot 10^{-7}$ secunde voor den slingertijd, waardoor het zwaartekrachtsverschil tot op minder dan 0.001 cm./sec.^2 nauwkeurig berekend kan worden.

Als centraal punt in Nederland is De Bilt gekozen, waar de Hoofddirecteur van het Meteorologisch Instituut, Prof. Dr. Van Everdingen voor de waarnemingen een kelder ter beschikking stelde.

Bij de relatieve waarnemingen heeft men de volgende oorzaken van slingertijdsstoringen in rekening te brengen.

1) *Temperatuursveranderingen.*

Bij het oorspronkelijke gebruikte stel bronzen slingers, moest men ter bereiking der voorgenomen nauwkeurigheid, de temperatuur tot op 0.001 meten. Dit gaf op reisstations moeilijkheden, welke tot de aanschaffing leidden van invarslingers (invar is een nikkelstaalgeëring met zeer geringen uitzettingscoëfficiënt). Hierbij behoeft men de temperatuur slechts tot op 0.01 te kennen.

2) *De invloed van de omringende lucht.*

Deze geeft twee storingstermen; één evenredig aan de dichtheid (o.a. tengevolge van den opwaartschen druk), één evenredig aan den wortel uit den druk (hydrodynamische invloed). De

coëfficiënten zijn voor iederen slinger proefondervindelijk bepaald. Daar de druk slechts tot op 1 mm. behoeft te worden gemeten, om de vereischte nauwkeurigheid der correctietermen te bereiken, levert dit geen bezwaren op.

3) Daar men niet bij oneindig kleine amplitude waarneemt, moet een *amplitude-correctie* toegepast worden, evenredig aan het kwadraat der amplitude, welke men daartoe tot op 1' moet meten.

4) *De gang van den gebruikten tijdmet*er moet tot op 0."02 secunde per 24 uur bekend zijn. Deze eisch levert de grootste moeilijkheden op; hij is op reisstations slechts bezwaarlijk te vervullen.

Gedurende de eerste waarnemingsreizen in Nederland, werden met 24 uur tusschenruimte telefonisch tijdseinen verstrekt door de Sterrewacht te Leiden, welke volgens de coïncidentiemethode op het gehoor werden opgenomen. Sinds eenige jaren werd gebruik gemaakt van de draadloos gegeven wetenschappelijke tijdseinen van den Eiffeltoren, welke eveneens volgens de coïncidentiemethode opgenomen kunnen worden. Te dien einde wordt op reis een ontvangapparaat met opvouwbare raamantenne meegenomen.

Om den invloed van eventueele gangfluctuaties in de tusschenliggende 24 uur te elimineeren, worden de slingerwaarnemingen gedurende het geheele interval voortgezet.

5) *De hoogte en geografische breedte van het station.*

De slingertijd verandert ongeveer met 1.10^{-7} secunde per meter hoogteverandering. Omgekeerd behoeft men dus de hoogte slechts tot op 1 m. te kennen, om het resultaat voor g tot op N. A. P. te herleiden. Er werd daartoe op elk station een ruwe waterpassing uitgevoerd.

Voor de herleiding wegens het breedteverschil (waartoe de door Helmer t opgestelde formule werd gebruikt) is de uit de kaart af te leiden breedte nauwkeurig genoeg.

6) *De beweging van het statief* tengevolge van de horizontale ophangpuntsreacties, heeft een slingertijdsstoring tengevolge. Deze storing is op elk punt een andere, daar de bewegelijkheid van het ophangpunt o.a. afhangt van den vloer of pijler waarop het toestel opgesteld is. Zij moet dus steeds opnieuw worden bepaald, hetwelk o.a. op eenvoudige manier uitvoerbaar is, door een der slingers stil te hangen, den in hetzelfde vlak slingerenden tweeden slinger een flinke amplitude te geven en te meten hoe groote amplitude na eenigen tijd aan den eersten is medegedeeld.

7) In een groot gedeelte van Nederland (voornamelijk daar waar de bodem slap is) is *de grond in voortdurende beweging*, waardoor onregelmatige storingen van den slingertijd worden veroorzaakt. Deze grondbewegingen zijn niet alleen het gevolg van zwaar verkeer op aangrenzende wegen of dergelijke oorzaken; ook 's nachts kunnen zij zeer heftig zijn. Zij blijken toe te nemen, naarmate men dichter bij de Noordzee komt, en naarmate de wind sterker is, zoodat de gevolgtrekking niet te gewaagd is, dat een der hoofdoorzaken in de inwerking van den golfslag op de kust ligt.

Deze slingertijdsstoring is onregelmatig en onberekenbaar; echter gelukt het haar te elimineeren, door twee slingers gelijktijdig in één vlak op hetzelfde statief te laten slingeren. Een der eenvoudigste methodes is, aan de twee slingers gelijke amplitude en tegengestelde fase te geven; in dat geval is te bewijzen, dat de slingertijdsstoring tengevolge van een willekeurige statiefbeweging voor beide slingers gelijk en tegengesteld ven teeken is, zoodat het gemiddelde ongestoord is.

Doch ook bij andere amplitudeverhouding en faseverschil is de elimineering uitvoerbaar. De gelegenheid ontbreekt, alhier daarop dieper in te gaan. Het is duidelijk, dat door deze methodes eveneens de invloed van de onder 6 genoemde, door de ophangpunt-reactie veroorzaakte statiefbewegingen geëlimineerd wordt.

De eliminatiemethode is op alle stations in Nederland toegepast en heeft goede resultaten gegeven. De middelbare fout der op slappen bodem verkregen waarden is daardoor slechts zeer weinig grooter dan die der stations op vasten zandbodem.

Vervolgens werden de toestellen gedemonstreerd, waarbij in het bijzonder de coïncidentiemethode ter bepaling van den slingertijd werd nagegaan, welke de meting van den slingertijd tot op 1.10^{-7} seconde zonder moeite mogelijk maakt.

BOEKBESPREKING.

A. Einstein, *Geometrie und Erfahrung*, Rede, 20 blz., 2 fig., J. Springer, Berlin, 1921. — Prijs M. 6.80.

In deze rede herinnert Einstein aan het probleem, hoe het toch komt, dat niet alleen de uitspraken der mathesis volkomen wis en zeker zijn, maar dat het ook de wiskunde is, welke aan

de exacte wetenschappen een mate van zekerheid vermag te geven, die zonder haar niet te bereiken ware? Hij antwoordt met de opmerking, dat voor zoover wiskundige stellingen op de werkelijkheid slaan, ze niet zeker zijn, en in zooverre ze zeker gelden, niet met de werkelijkheid te maken hebben. Dit laatste kan slechts het geval zijn, indien men aan de axiomatische meetkunde bijv. de stelling toevoegt, dat de vaste lichamen zich wat betreft hun schikkingsmogelijkheden, gedragen als lichamen der euclidische driedimensionale geometrie. Door zulk eene toevoeging wordt de meetkunde echter een natuurwetenschap, ja de oudste tak der natuurkunde.

Wijst men zulk een toevoeging af, dan kan men met Poincaré de opvatting huldigen, dat, aangezien slechts het samenstel van de axiomatische geometrie (G) en der fysische natuurwetten (P) controleerbare uitspraken over de werkelijke dingen kan geven, men naar willekeur bij conventie vast kan houden aan de eenvoudigste (G), de euclidische meetkunde, en steeds de natuurwetten (P) erop kan inrichten, dat zij samen met de euclidische (G) van de werkelijkheid rekenschap geven.

Daartegenover is Einstein van oordeel, dat men eraan vast dient te houden, dat aan het meetkundig begrip van een meetstaaf, — en in de relativiteitstheorie, van een meetklok, — in de natuur objecten exact beantwoorden. Men kan daartoe den natuurkundigen toestand van vaste lichamen voldoende ondubbelzinnig definieeren, er een onveranderlijk eind („Strecke”) op markeren, en verder uitgaan van de vooronderstelling, dat twee eindigen, die eens ergens werden bevonden gelijk te zijn, altijd en overal, tegen elkander gelegd, gelijk zullen blijken. Vanuit dit gezichtspunt wordt de vraag, of het continuum der werkelijkheid euclidische of riemanniaansche structuur heeft, er niet een van doelmatigheids-conventie, maar een door het experiment te beantwoorden natuurkundige vraag. Einstein laat echter de mogelijkheid open, dat in gebieden van submoleculaire grootte een extrapolatie van deze fysische opvatting der meetkunde evenmin toelaatbaar is als dat men daar spreekt van bijv. temperatuur. De extrapolatie in andere richting, naar het groote gebied van den ganschen kosmos leidt tot een korte bespreking van het probleem der al-of-niet-geslotenheid van het heelal.

F.

Leçons de thermodynamique et de chimie physique, par Th. De Donder, rédigées par Th. van den Dungen et G. van Lerberghe. Première partie: Théorie. 144 blz. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1920.

Deze lessen over thermodynamica zijn verdeeld in negen hoofdstukken, waarvan de titels luiden: I Etat d'un système, II Diverses formes de l'énergie, III Premier principe de la thermodynamique, IV Second principe de la thermodynamique, V Echelle thermodynamique des températures, VI Entropie, VII Conséquences des deux principes de la thermodynamique, VIII Lois physiques et chimiques des transformations des systèmes de Gibbs. Règle des phases, IX Transformations des systèmes quelconques. Déplacements d'équilibre.

Omtrent de taak, die de schrijvers zich hierbij gesteld hebben, leest men in de voorrede: nous nous sommes libérés de tout ce qui n'était pas strictement indispensable; nous avons écarté les procédés d'expériences, l'historique et la bibliographie, et ainsi nous avons passé, par la voie la plus rapide et la plus sûre, des prémisses physiques à leurs conséquences même lointaines et complexes.

Het betoog is in wiskundigen vorm en steeds zoo algemeen mogelijk gehouden. De eerste zeven hoofdstukken vormen bijna een aaneenschakeling van Théorèmes, ieder gevolgd door zijn Démonstration, Remarque, Corrolaire en somwijlen nog een Réciproque du théorème. De notatie der verschillende grootheden wijkt in menig opzicht van de meer gebruikelijke af.

Als een enkel voorbeeld van de algemeenheid van de wijze van behandeling moge het volgende dienen.

In dit eerste deel is nergens sprake van ideale gassen; daarvoor in de plaats wordt ingevoerd "un système p, V , un fluide parfait au point de vue de la mécanique rationnelle, dont on suppose qu'à chaque instant la pression p et le volume spécifique v sont uniformes dans toute la masse m de ce fluide". Zooals van zelf spreekt, wordt dan later, om te komen tot de wet van Carnot-Clausius, nog een definitie voor de temperatuur van dit système p, V er aan toegevoegd.

Het boek laat zich niet gemakkelijk lezen. Als een eerste inleiding tot de thermodynamica lijkt het mij, voor onze Nederlandsche studenten althans, niet geschikt: de meer ingewijde lezer zal er menigen prikkel in vinden tot nadere kritische beschouwing der reeds verworven begrippen.

M. d. H.

M. von Laue, Das physikalische Weltbild, voordracht, 25 blz.
C. F. Müllersche Hofbuchhandlung m. b. H., Karlsruhe i. B.,
1921. — Prijs M. 10.55.

In deze rede, die 25 pag. druks beslaat, geeft v. Laue een samenvattend overzicht van de ingrijpende veranderingen, die onze natuurkundige opvattingen in de laatste kwart eeuw hebben ondergaan. Relativiteits-theorie, quanta-theorie en het atoom-model van Rutherford-Bohr worden achtereenvolgens besproken en talrijke andere belangrijke ontdekkingen en nieuw verkregen inzichten worden vermeld. Volledigheid is in zoo'n klein bestek niet te verwachten, maar indien men een aanvulling zou willen geven, zou men in de eerste plaats moeten wijzen op de belangrijke conclusies, die getrokken kunnen worden uit v. Laue's eigen; door anderen herhaalde buigingsproeven met Röntgenstralen; deze worden met geen enkel woord vermeld en kunnen toch inderdaad niet gemist worden in een overzicht van de belangrijkste gegevens, waarop ons tegenwoordig wereldbeeld berust. Behalve deze te groote bescheidenheid heb ik op de rede niets aan te merken.

J. D. v. d. W., Jr.

MEDEDEELINGEN.

Onlangs werd Prof. dr. W. J. de Haas bij Kon. Besluit tot lid benoemd der Kon. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. In de Akademievergadering van 27 Mei j.l. werd hij als zoodanig geïnstalleerd.

Den 5en, 6en en 7en Augustus zal te Brugge het Vlaamsch Wis-, Natuur- en Geneeskundig Congres plaats hebben. Het Bestuur van het Congres noodigt de Nederlanders uit, in groot aantal aan dat Congres deel te nemen en er mededeelingen te doen. Men geve zich op als lid of deelnemer bij den secretaris Dr. C. de Jans, L. de Winnestraat 28, Gent. Zij die wenschen een mededeeling te doen, worden verzocht daarvan zoo spoedig mogelijk bericht te sturen en een kort verslag te geven van die mededeeling.

De bladen hebben het overlijden gemeld van Prof. Dr. J. C. Kapteijn op 17 Juni j.l., en de verdiensten van den eminenten geleerde in het licht gesteld. Met weemoed herdenken wij de schets van het laatste probleem waarmede zijn geest zich bezighield, die hij ons afstond voor het nummer van December 1921, onder den titel: „Proeve eener theorie van de rangschikking en de beweging van het groote sterrenstelsel.”

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

JULI 1922

NUMMER 7.

DEMONSTRATIEPROEVEN OVER ELECTRISCHE TRILLINGEN EN HET GEBRUIK VAN EEN GLIMLICHTLAMP DAARBIJ

door H. J. OOSTING.

Sinds ruim een jaar gebruik ik bij proeven over elektrische trillingen voor de behandeling van de grondbeginselen der Radio-telegraphie de in den handel verkrijgbare glimlichtlamp (nachtlamp) met edelgasvulling.¹⁾ Deze lamp bevat twee electroden, die op een kleinen afstand van elkaar staan. De noodige spanning is kleiner dan die van een gewoon lichtnet. De voor wisselstroom bestemde lampjes zijn gemaakt voor een spanning van 220 of van 125 volt.

In het tijdschrift *De Natuur* (1915, p. 248 en 264) heb ik eenige demonstratie-apparaten voor draadloze telegraphie beschreven, o. a. een eenvoudige inrichting met directe koppeling voor het uitzenden van electro-magnetische golven en een ontvanginrichting voor korten afstand, $2\frac{1}{2}$ à 3 m., beide voorzien van een verticalen luchtdraad van 1 m. Bij de ontvanginrichting gebruik ik sinds 1914 een klein met een mengsel van helium en neon gevuld buisje, bestaande uit twee bolletjes verbonden door een $2\frac{1}{2}$ cm. lang nauw gedeelte, welke buisjes in den handel zijn ten gebruike in golfmeters. Dit buisje bevestigde ik vroeger aan den ontvanger-luchtdraad. Later heb ik de schakeling gewijzigd. (Fig. 1.)

¹⁾ Zie over de glimlichtlamp: Tijdschrift voor Electrotechniek, Jan. 1922, p. 146 en Praktische Schulphysik (Phywe) 1921, nr. 11 en 12.

Van verschillende zijden is in den laatsten tijd gewezen op den dienst, dien een glimlichtlamp bij natuurkundige proeven kan bewijzen. Zie een mededeeling over een demonstratie van den Heer J. Numans in Radio-nieuws, Febr. 1922 p. 61 en Nature, March 16, 1922, p. 343: W. E. Curtis Neon-lamps.

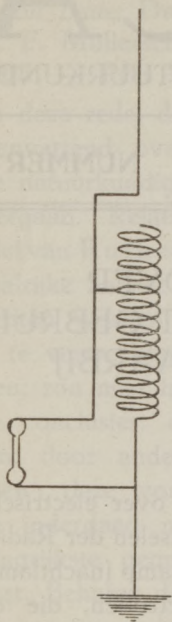


Fig. 1.

De inrichting bestaat uit een verticale spoel van blank koperdraad, gewonden in schroefdraad op een cylinder van hout of eboniet. Parallel aan de spoel is een geelkoperen staaf aangebracht met een glijcontact, door middel waarvan de ontvanger afgestemd wordt op de van den zender ontvangen golven. De staaf is van boven verbonden met den luchtdraad. Het onder-eind van de spoel is afgeleid naar een op den vloer liggende zinken plaat. Het buisje, dat als detector dienst doet, is geschakeld tusschen den luchtdraad en de aardverbinding. In plaats van dit buisje kan nu ook een glimlichtlamp worden gebruikt. Zeer goed hebben voldaan twee lampen van 125 volt van de Philips' gloeilampenfabrieken te Eindhoven, het voorlaatste model, waarbij de electroden bestaan uit twee loodrecht op elkaar staande, van insnijdingen voorziene cirkelvormige plaatjes, en de nieuwste vorm, waarbij de electroden twee coaxiale spiralen zijn, waarbij de windingen van den eenen tusschen die van den anderen liggen.¹⁾ Het geschikt voor mijn doel zijn lampjes met helder glas. Gematteerd glas kan men helder maken door bestrijken met mastikvernis. Deze lampjes zijn gevoeliger dan het bovengenoemde buisje. Dit buisje heeft echter het voordeel, dat het een mooi lichtend lijntje vertoont. Ik heb nu tusschen den luchtdraad en de aardverbinding een fitting van een gloeilamp aangebracht. Tevens heb ik in een voetje van een gloeilamp, waaruit het glas en de draad verwijderd zijn, aan de contacten twee koperdraden laten soldeeren, die aan het eind plat en daarna hol gehamerd zijn, zoodat het buisje veerend daartusschen geklemd kan worden en ik nu naar verkiezing de glimlamp of het voetje met het buisje in de fitting kan schroeven. Fig. 2 is een photo van het apparaat met het buisje.

Bij den luchtdraad van mijn inrichting voor het uitzenden van golven, gebruik ik een Geisslersche buis met heliumvulling van

¹⁾ Ik breng hier mijn dank aan Dr. G. Holst, die een jaar geleden mijn aandacht op het nieuwste model heeft gevestigd en door wiens bemiddeling ik van de fabriek dit model heb ontvangen.

den gewonen vorm voor spectroscopisch onderzoek, welk buisje aan den luchtdraad verbonden wordt, loodrecht daarop. Daarbij is een glimlamp minder geschikt. De Geisslersche buis dient bij het afstemmen van de luchtdraadgeleiding op den condensatorkring en een glimlichtlamp is voor dit doel te gevoelig.

Ook bij inleidende proeven over electriche trillingen kan een glimlichtlamp goede diensten bewijzen, waar ik vroeger een Geisslersche buis gebruikte, echter ook weer niet in alle gevallen even goed. Bij deze proeven gebruik ik een condensatorkring als in fig. 3 is voorgesteld, bestaande uit de twee Leidsche flesschen

C en een spoel van 2 of 4 windingen van 11 cm. middellijn van dik-geïsoleerd draad, het vlak der windingen verticaal geplaatst. V is de vonkruimte tusschen twee zinken bolletjes. De vonkelectroden zijn verbonden

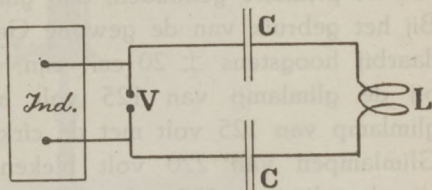


Fig. 3.

met de secondaire klemmen van een kleinen inductor met 3 accumulatoren voor den primairen stroom. De gebruikte vonklengete is 2 à 3 mm.

De flesschen zijn in zinken bakjes geplaatst op een grondvlak van paraffine. De vonkelectroden zijn verbonden met klemmen, die aan de zinken bakjes zijn aangebracht en de binnenbekleedsels der flesschen zijn met twee Holtz'sche voetklemmen verbonden, waartusschen de spoel *L* aangebracht is.

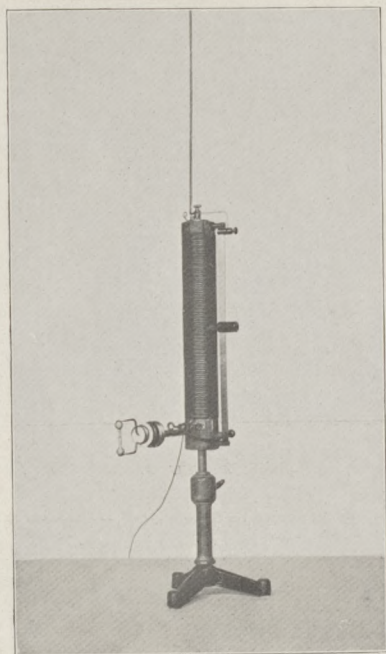
In de eerste plaats kan men aantoonen, dat tusschen de uiteinden der spoel *L* een wisselende spanning optreedt. Daartoe zijn in de voetklemmen nog twee koperdraden aangebracht, waartusschen een Geisslersche buis wordt geplaatst. In dit geval gebruik ik een spoel met 4 windingen (Fig. 4)¹⁾ Het lichtverschijnsel bij de Geisslersche buis is nu bij beide electroden gelijk, wat bewijst, dat wij met een wisselspanning te doen hebben. In de plaats van de Geisslersche buis is nu ook wel een glimlichtlamp te gebruiken, maar daaraan is het niet zoo duidelijk, dat er een wisselspanning optreedt. Bovendien is een glimlichtlamp voor dit doel al te gevoelig. Bij een spoel van 2 windingen ontstaan

¹⁾ Bij de opname werkte de inductor. De opname is in tweeën gedaan: eerst een korte expositie in daglicht en daarna een langere, nadat het vertrek donker gemaakt was.

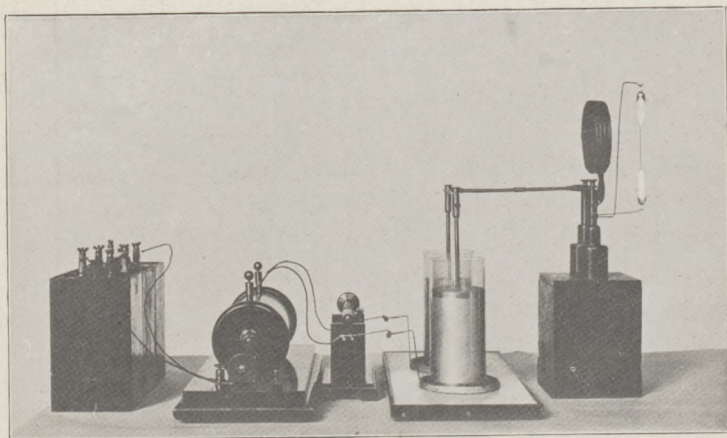
bij de Philipslamp van 125 volt met 2 spiralen vonkjes daartusschen.

Bijzonder goed hebben mij de glimlichtlampen voldaan bij proeven over inductie. De inrichting blijft daarbij als in fig. 4 behalve dat een spoel van 2 windingen wordt genomen en de Geisslersche buis verwijderd wordt. De spoel *L* dient nu als primaire spoel voor inductieproeven, terwijl als secundaire een wijdere spoel met 10 windingen dienst doet. Tusschen de uiteinden van deze spoel had ik vroeger een Geisslersche buis aangebracht. Ik gebruik nu ook een spoel met een fitting, waarin een glimlichtlamp of het voetje met het kleine buisje gezet kan worden. Wordt de secundaire spoel op eenigen afstand evenwijdig aan de primaire gehouden, dan gaat de buis of de lamp lichten. Bij het gebruik van de gewone Geisslersche buis kan de afstand daarbij hoogstens ± 20 cm. zijn, bij het korte buisje ± 40 cm. bij de glimlamp van 125 volt met 2 spiralen ± 50 en bij de glimlamp van 125 volt met de cirkelvormige elektroden ± 60 cm. Glimlampen van 220 volt bleken natuurlijk minder gevoelig te zijn dan die van 125 volt.

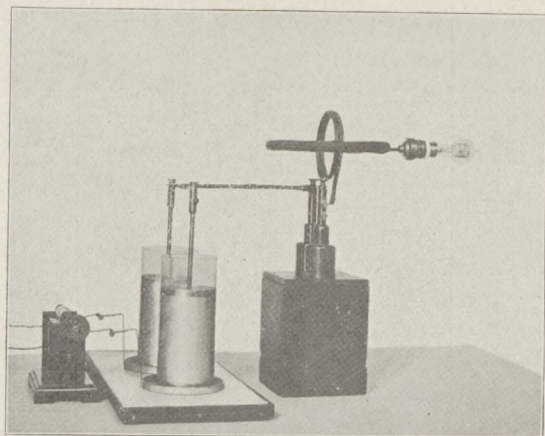
Het beste aantal windingen der bij deze proeven gebruikte spoel is proefondervindelijk bepaald. In mijn geval bleek niet alleen een aantal kleiner dan 10, maar ook een aantal grooter dan 10, minder goed te zijn. Hieruit blijkt dat de secundaire spoel afgestemd moet zijn op de trilling van den condensatorkring. Om dit te verduidelijken gebruik ik ook nog een secundaire spoel van 8 windingen, waarbij een winding verbroken is en de verkregen draadeinden verbonden worden met een veranderlijke zelfinductie, n.l. een op een draaibare cylinder gewonden koperdraad met een ertegenliggend contact. Eerst wordt van deze zelfinductie niets ingeschakeld en de secundaire spoel met de glimlichtlamp wordt evenwijdig aan de primaire spoel opgesteld op een afstand iets grooter dan die waarop de lamp licht. Door met den draaibaren cylinder dan de zelfinductie te vergrooten gaat de lamp lichten. Eigenaardig is het dat bij de glimlichtlamp met de twee spiralen dan een kleinere zelfinductie ingeschakeld moet worden dan bij de andere lamp. Ik schrijf dit daaraan toe, dat de capaciteit van de lamp met de spiralen grooter is dan die van de andere lamp. Tevoren was reeds hetzelfde gebleken, doordat bij een spoel met 9 windingen de lamp met de spiralen op een iets grooteren afstand gebracht kon worden dan de andere lamp.



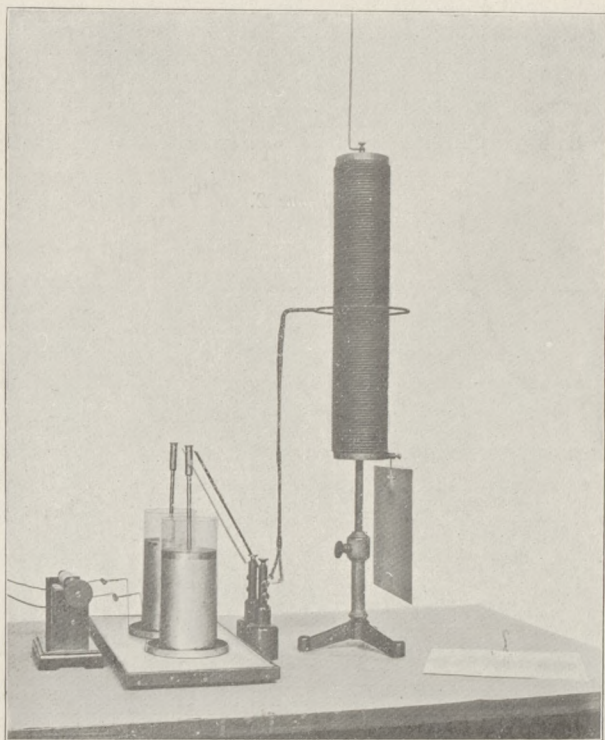
Figuur 2.



Figuur 4.



Figuur 5.



Figuur 6.

Een leerzame proef, vooral in verband met de inductieve koppeling van spoelen, is deze, dat de secundaire spoel (die met 10 windingen) ter halver hoogte van de primaire wordt gehouden (Photo fig. 5). ¹⁾ Staat het vlak van de secundaire spoel loodrecht op dat van de primaire, dan licht de Geisslersche buis of de glimlichtlamp niet, maken de vlakken een hoek kleiner dan 90° met elkaar dan gaat de buis of de lamp lichten. Hierbij blijkt weer de grootere gevoeligheid van de glimlichtlamp. De spoel behoeft slechts zeer weinig uit den horizontalen stand gebracht te worden om de lamp te doen lichten, zoodat de stand, waarin zij niet licht, scherp bepaald kan worden. Zal deze stand vallen in een vlak loodrecht op dat van de primaire spoel, dan moet ervoor gezorgd worden, dat alleen het wisselend magnetisch veld van de primaire spoel op de secundaire werkt en niet het veld van het overige deel van den condensatorkring. De klemmen aan de boven-einden der stangen van de Leidsche flesschen zijn daarom met de voetklemmen, waarin de spoel *L* zit, verbonden door zeer goed geïsoleerde draden, die zooveel mogelijk tegen elkaar aan liggen. De tegen-elkaar-aan-liggende draden zijn verbonden door omwikkeling met isolatieband. Neemt men voor de verbinding twee horizontale draden, die op eenigen afstand van elkaar liggen, dan geeft dit deel van den condensatorkring een wisselend veld met verticale krachtlijnen, terwijl de primaire spoel een horizontaal wisselend veld geeft, en de nulstand van de secundaire spoel, waarin de glimlichtlamp niet licht, staat dan loodrecht op het resulterend veld.

Uit het voorgaande is het wel duidelijk, dat ook bij de bekende proef van Lodge, waarbij reeds sinds lang een Geisslersch buisje is toegepast, de glimlichtlamp gebruikt kan worden. Ik heb daarbij tusschen den stang en het buitenbekleedsels der tweede Leidsche flesch, behalve de gewone veranderlijke zelfinductie, ook nog twee draden aangebracht met een schroeffitting en daarin kan nu een glimlichtlamp of het voetje met het kleine buisje gezet worden.

Om de spanningsbuiken en -knoopen bij een draadspoel te demonstreeren gebruik ik de Geisslersche buis. ²⁾ In de eerste

¹⁾ Bij de proeven wordt de secundaire spoel in de hand gehouden, voor de photographische opname is de spoel aan dunne draden opgehangen.

²⁾ Zie: J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, 1905, en F. Kiebitz, Eine vereinfachte Drude'sche Anordnung zur Demonstration gekoppelter Systeme, Verhandl. d. D. Phys. Ges. 10, 386, 1908.

plaats doe ik dit bij de spoel van de photo fig. 6. De in den condensatorkring geschakelde primaire spoel bestaat uit 1 winding. Eerst wordt de secundaire spoel van dik-geïsoleerd koperdraad, gewonden op een bordpapieren koker met eindstukken van hout, genomen zonder iets eraan. Het Geisslersche buisje, in 't midden op korten afstand van de secundaire spoel gehouden, loodrecht daarop, licht niet, wel wanneer het gehouden wordt tegenover een punt meer nabij een der einden van de spoel, maar het licht nu slechts zwak. Worden nu aan het boven- en het onder-eind van de spoel zinken platen van geschikte grootte aangebracht als capaciteit, dan is de secundaire spoel afgestemd op den condensatorkring en de Geisslersche buis licht sterk als zij tegenover de einden der spoel wordt gehouden, vooral tegenover een der platen en er ontstaan zelfs vonken. Tegenover het midden der spoel blijft de buis weer donker. Aan de einden liggen spanningsbuiken (stroomknoopen), in 't midden ligt een spanningsknoop (stroombuik).

Wordt de bovenste zinken plaat nu weggenomen, dan ligt het punt, waartegenover de Geisslersche buis donker blijft, dus de spanningsknoop, iets lager dan het midden der spoel. Wordt nu bovenop de spoel een 1 m. lange luchtdraad aangebracht, dan ligt de spanningsknoop weer in 't midden der spoel: de capaciteit van den koperdraad doet nu denzelfden dienst als die van een plaat. De inrichting is nu een zender van electromagnetische golven met inductieve koppeling en de in fig. 2 voorgestelde inrichting kan daarbij als ontvanger voor korten afstand dienst doen, evenals bij den vroeger beschreven zender met directe koppeling.¹⁾

In de plaats van de Geisslersche buis kan bij deze proeven nu ook een glimlamp genomen worden, die men daarbij aanvat bij den schroefdraad (niet bij beide electroden tegelijk). Eigenaardig is het lichtverschijnsel bij de glimlamp, wanneer deze langs de in het midden gelegen spanningsknoop der spoel wordt bewogen. Even boven het midden licht vooral de bovenste helft van de glimlamp, even beneden het midden de onderste helft.

Om meerdere buiken en knoopen te krijgen gebruik ik een lange spoel, vroeger gemaakt voor de bekende proeven volgens Seibt. Deze spoel wordt, aan de einden ondersteund, horizontaal geplaatst en in 't midden er omheen een primaire spoel van 1 of 2 windingen. In den condensatorkring kan nog een veranderlijke

¹⁾ Voor groote afstanden gebruikte ik vroeger een in de Natuur beschreven ontvanger met een kristal-detector of een twee-electroden-buis (een kleine *Wehneltbuis*), tegenwoordig natuurlijk ook een inrichting met een drie-electroden-buis (triode).

zelfinductie opgenomen worden. Zeer goed voldoet daarbij, om de ligging der knoopen en buiken te bepalen, behalve de gewone Geisslersche buis ook het kleine buisje. Met een glimlichtlamp kunnen echter de spanningsknoopen (stroombuiken) scherper bepaald worden en wel wegens de grootere gevoeligheid daarvan maar ook wegens de asymmetrie van het licht in de lamp aan weerskanten van een spanningsknoop.¹⁾

¹⁾ Een andere methode om de plaats der stroombuiken te bepalen is aangegeven in: J. S. Townsend and J. H. Morell: Electric oscillations in straight wires and solenoids, Philos. Mag. August 1921, p. 265.

EEN MATHEMATISCH VERBAND IN DE CIRCULATIE-VERHOUDINGEN OP DE ZON¹⁾

door H. K. DE HAAS

Het oppervlak der zon heeft op verschillende breedten verschillende omlooptijd; merkwaardigerwijze worden de kortste omlooptijden gemeten aan den aequator, en zijn die tijden, naar mate men verder van den aequator meet, langer.

Wie zich aan een poging wagen wil, deze bewegingsverhoudingen (waarvan a priori precies het tegengestelde te verwachten zou zijn) te verklaren, dient rekening te houden met de numerieke gegevens, die als waarnemingsmateriaal opgehoopt liggen in de talloze metingen aan zonnevlekken en door spectrometrie verworven.

Deze snelheidsverhoudingen zijn menigmaal in formule gebracht (door Carrington, Düner, Faye, Härzer, Maunder, Spörer en anderen); deze formules verschillen onderling min of meer, doch beantwoorden in het algemeen aan het verband

$$\Omega_{\varphi} = \omega + \varrho \cos^x \varphi \quad (1)$$

waarin Ω_{φ} de waargenomen hoeksnelheid op breedte φ ; ω en ϱ twee ongelijke hoeksnelheden zijn, echter voor alle breedten constant; en de exponent $x = 1$ of $\frac{7}{4}$ of 2 is. Daar formule (2) (of (3)) het in nauwkeurigheid van omschrijving van type (1) wint, acht spreker haar waard, hier gepubliceerd te worden, te eer, daar ze een principieel verschil biedt met type (1), in welk verschil juist een factor een rol vervult, die misschien ter verklaring

¹⁾ Het volgende is een uittreksel uit een voordracht, in de ledenvergadering van 3 April 1922 in het Bataafsch Genootschap gehouden.

van de bewegingsverhoudingen zou kunnen dienen. Zij luidt :

$$\Omega_{\varphi} = \omega + c \Omega_{\varphi} \cos \varphi \quad (2)$$

waarin Ω_{φ} de waargenomen hoeksnelheid is op breedte φ ; ω een op alle breedten *constante* hoeksnelheid; en c een *constante* is. Ditzelfde mathematisch verband kunnen we uitdrukken met *liniaire* snelheden.

$$A_{\varphi} = B_0 \cos \varphi + c A_{\varphi} \cos \varphi \quad (3)$$

waarin A_{φ} de op breedte φ aanschouwde (waargenomen) snelheid is; B_0 de aequatorsnelheid is van een onvervormbaar gedachte zonnekern; en c weder een *constante*.

Het principieele onderscheid tusschen (1) (uit de litteratuur), en (2) of (3) is gelegen rechts van het = teken in den tweeden term, waar φ in (1) voor alle breedten *constant* is, doch A_{φ} in den overeenkomstigen term in (3) *variant*, A is toch de waargenomen snelheid zelf! In (2) is in dien tweeden term evenzoo de *variabele* waargenomen hoeksnelheid geplaatst!

We zullen ons hier verder, ter wille van het mechanistisch inzicht, liever van (3), dan van (2) bedienen; we zullen het wiskundig verband van (3) in woorden aldus interpreteren:

De op een breedte φ aanschouwde snelheid van het oppervlak A_{φ} is gelijk aan de snelheid van een onvervormbaar gedachten bol $B_0 \cos \varphi +$ „een wind”, waarvan de snelheid evenredig is met het product der aanschouwde snelheid en $\cos \varphi$.

De coëfficiënt c is uit de twee verschillende omlooptijden T_{φ} en T_{ψ} op breedten φ en ψ waargenomen, te berekenen. Zij T_b de omlooptijd van den soliden kernbol, waarvan R de radius is; de dikte der atmosfeer verwaarloozende we tegenover dien zeer veel grooteren straal. Vergelijking (3) wordt dan

$$\frac{2\pi R \cos \varphi}{T_{\varphi}} = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T_b} + \frac{2c\pi R \cos^2 \varphi}{T_{\varphi}} \quad \text{of}$$

$$\frac{1}{T_{\varphi}} = \frac{1}{T_b} + \frac{c \cos \varphi}{T_{\varphi}} \quad \text{dus} \quad \frac{1 - c \cos \varphi}{T_{\varphi}} = \frac{1}{T_b}$$

Evenzoo vinden we voor een andere breedte $\frac{1 - c \cos \psi}{T_{\psi}} = \frac{1}{T_b}$.

$$\text{Alzoo} \quad \frac{1 - c \cos \varphi}{T_{\varphi}} = \frac{1 - c \cos \psi}{T_{\psi}}, \quad \text{dus}$$

$$c = \frac{T_{\varphi} - T_{\psi}}{T_{\varphi} \cos \psi - T_{\psi} \cos \varphi} \quad (4)$$

Voor „de wind” vinden we de dubbele gelijkheid

$$c A_{\varphi} \cos \varphi = \text{de wind} = \frac{c \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} B_0 \cos \varphi \quad (5)$$

Substitueeren we in (4) de waarden uit kolom II van Tabel I voor 10° en 35° , dan vinden we $c=0,27878$; den omlooptijd der zonnekern 34,66 dag ($=Tb$); de snelheid van den aequator dier kern ($B_0=$) 1452,6 Meter per seconde. De waargenomen snelheid der atmosfeer bedraagt in Tabel I 2013,9 Meter. We namen aan, dat de zonne-aequator 4350000 Kilometer omtrek zou hebben.

De vaste kern heeft dus in Tabel I (en de volgende tabellen) een snelheid van 1452,6 M. $\times \cos \varphi$ op breedte φ . Door dit bedrag af te trekken van de gemiddelde snelheid der door Carington, Spörer en Maunder waargenomen oppervlakte-snelheden ter plaatse, vinden we „de wind” = 561,3 Meter, en op hooger breedten de windsnelheden, die in kolom VI der tabellen vermeld staan. In kolom VII stelden we daarnaast de snelheden, berekend volgens de formule „wind” = $c A_{\varphi} \cos \varphi$. Het opmerkelijk klein verschil op alle breedten (zie kolom VIII) tusschen deze volgens zoo geheel verschillende wijze berekende waarden voor „de wind” is aanleiding voor spreker, het aantal der reeds bestaande formuleeringen met nog één te vermeerderen.

Geeft Tabel I de waarnemingsreeksen over tientallen jaren van duizenden zonnevlekken weder, Tabel II omvat de spectrometrische resultaten van Hale (beiden uit Newcomb-Engelmann's Populäre Astronomie, 1914, blz. 317 en 318). De fout in kolom VIII is zoo gering, als van spectrometrische waarnemingen nauwelijks verwacht mocht worden. In Tabel 3 is een reeks vermeld aangetroffen in Van der Bilt's *Sterrenkunde*, 1913, blz. 227. We geven de berekeningen ook in deze tabel weder met $c=0,27878$ en $B_0=1452,6$ Meter, hoewel het duidelijk is uit de steeds positieve verschillen in kolom VIII, dat kolom VII (dus de waarde van c) iets grooter moet zijn, om positieve en negatieve verschillen in kolom VIII tot gezamenlijk even groote bedragen te doen verschijnen; $c=0,283$ voldoet aan dien eisch. en verkleint de gemiddelde fout tot minder dan 5 Meter.¹⁾

¹⁾ Hier zij er op gewezen, dat een waarnemingsfout x , klevend aan een snelheid A (kolom V) tot het volle bedrag x in kolom VI verschijnt, doch slechts als $x \times 0,27878 \cos \varphi$ in kolom VII; van de waarnemingsfout x verschijnt dus $x \times (1-0,27878 \times \cos \varphi)$ in VIII; aan den aequator dus $0,72 \times x$; op 60° breedte dus $0,86 \times x$. De waarnemingsfout der (gemiddelde) spectroscopische metingen is dus in Hale's metingen hoogstens 16 Meter, gesteld, dat aan de breedte-bepaling φ geen fout kleefte.

Indien het numeriek zoo nauwkeurig in deze tabellen bevestigde verband $c A_{\varphi} \cos \varphi =$ „de wind” opgevat mag worden als een verband van „oorzaak = gevolg” blijkt „de wind” (d. w. z. de *betrekkelijke* beweging) het gevolg te zijn van het product van de *absolute* beweging $\times \cos \varphi$.

Spreeker deed ter vergadering een poging, dit oorzakelijk verband te verklaren door het middelpuntvliedingsverschil, dat tusschen zich bewegende gasmoleculen bestaan moet, indien zij, hetzij met de zonnewenteling meevliegen, hetzij tegen die wentelsnelheid invliegen. Daarvan moet een sorteering der mede-vliegende moleculen in de buitenste lagen, en der tegen-vliegende in de diepste lagen der atmosfeer het gevolg zijn; die wind zou dan gesorteerde warmtebeweging zijn.

Dr. A. D. Fokker, die na de vergadering de verklaring onder de oogen kreeg, kon er zich, bij narekening, niet mede vereenigen, reden waarom de spreker, die zelf ter vergadering reeds zijn voordracht had ingedeeld in twee deelen, *Wahrheit und Dichtung*, waarbij formule (2) en (3) van het verschijnsel op grond der numerieke gegevens *Wahrheit*, doch de verklaring van het verschijnsel allicht *Dichtung* zou blijken, zijn verklaring slechts in het verslag der vergadering, (zie: Bundels van het Bataafsch Genootschap, 1921-1922) mededeelt.

Hier zij nog slechts vermeld, dat er spectrometrische waarnemingsreeksen door spreker besproken werden, die noch aan zijn formule, noch aan het type (1) beantwoorden.

TABEL I.

I	II					III	IV	V	VI	VII	VIII
Breedte φ	Omlooptijd in					Secunden	Liniaire snelheid in Meters		Waargenomen snelheid, onderstelde wind; kolom V—IV	Berekende snelheid, onderstelde wind in Meters $c A \cos \varphi$	Verschil in Meters kolom VI—VII
	dagen Carrington	dagen Spörer	dagen Maunder	dagen gemiddeld			onderstelde vaste kern	waargenomen aan oppervlak			
0°	25,0	25,1	24,9	25,0		2160000	1452,6	2013,9	561,3	561,4	— 0,1
5°	25,0	25,1	24,9	25,0		2160000	1447,1	2006,2	559,1	557,0	+ 2,1
10°	25,2	25,2	25,0	25,133		2171520	1430,6	1972,7	542,1	541,6	+ 0,5
15°	25,4	25,4	25,2	25,333		2188800	1403,1	1919,7	516,6	516,9	— 0,3
20°	25,7	25,7	25,4	25,6		2211840	1365,0	1848,1	483,1	484,1	— 1,0
25°	26,1	26,1	25,6	25,933		2240640	1316,5	1759,5	443,0	444,6	— 1,6
30°	26,5	26,5	25,9	26,3		2272320	1258,0	1657,9	399,9	400,3	— 0,4
35°	26,9	27,1	26,2	26,733		2309750	1189,9	1542,7	352,8	352,8	+ 0,5

TABEL II.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Breedte φ	Omlooptijd in		Liniaire snelheid in Meters		Waar- genomen windsnelheid kolom V—IV	Berekende windsnelheid in Meters $c A \cos \varphi$	Vershil in Meters kolom VI—VII
	dagen	Secunden	Onderstelde vaste kern	Waar- genomen aan oppervlak			
0°	24,8	2142720	1452,6	2030,1	577,5	566,0	+ 11,5
15°	25,2	2177280	1403,1	1929,8	526,7	519,7	+ 7,0
30°	26,3	2272320	1258,0	1657,9	399,9	400,3	- 0,4
45°	28,1	2427840	1027,1	1266,9	239,8	249,7	- 9,9
60°	30,2	2609280	726,3	833,6	107,3	116,2	- 8,9
75°	31,9	2756160	376,0	408,5	32,5	29,4	+ 3,1

TABEL III.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Breedte φ	Omlooptijd in		Liniaire snelheid in Meters		Waar- genomen windsnelheid kolom V—IV	Berekende windsnelheid in Meters $c A \cos \varphi$	Vershil in Meters kolom VI—VII
	dagen	Secunden	Onderstelde vaste kern	Waar- genomen aan oppervlak			
2,5°	24,71	2134944	1451,2	2035,5	584,3	566,8	+ 17,5
7,5°	24,84	2146176	1440,2	2009,5	569,3	555,3	+ 14,0
12,5°	25,14	2172096	1418,2	1954,3	536,1	531,8	+ 4,3
17,5°	25,41	2195424	1385,4	1889,7	504,3	502,3	+ 2,0
22,5°	25,62	2213568	1342,0	1815,6	473,6	467,5	+ 6,1
27,5°	25,92	2239488	1288,5	1722,9	434,4	425,9	+ 8,5
32,5°	26,49	2288736	1225,1	1603,0	377,9	366,8	+ 11,1
45,°	27,8	2401920	1027,1	1280,6	253,5	252,4	+ 1,1
60,°	29,7	2566080	726,3	847,6	121,3	118,1	+ 3,2
75,°	31,0	2678400	376,0	420,4	44,4	30,3	+ 14,1

HET ELECTROMAGNETISCHE VELD VAN EEN MAGNETISCHEN DIPOOL

door G. J. ELIAS.

Het veld van een electrischen dipool is o.a. onderzocht door Hertz, ¹⁾ Sommerfeld ²⁾ en v. Hoerschelmann ³⁾. De onderzoekingen van Hertz hebben betrekking op een dipool, die zich in eene onbegrensde ruimte bevindt, Sommerfeld

¹⁾ H. Hertz, W. A. 36, p. 1, 1888, Ges. Werke II, p. 147.

²⁾ A. Sommerfeld, A. d. Ph. 28, p. 665, 1909.

³⁾ H. v. Hoerschelmann, Jahrb. d. drahtl. Tel. 5, p. 14, 188, 1912.

neemt een vlak grensvlak aan loodrecht op de richting van het dipoolmoment, terwijl v. Hoerschelmann een vlak grensvlak onderstelt evenwijdig aan dit moment. Deze verschillende gevallen kunnen op geheel overeenkomstige wijze worden nagegaan voor een magnetischen dipool, d.i. een dipool met een magnetisch moment, dat eene functie is van den tijd. Zonder in het algemeen te onderzoeken, in hoeverre het veld van een magnetischen dipool onmiddellijk uit dat van een electrischen dipool kan worden afgeleid, heb ik het met het oog op de toepassingen noodzakelijk geacht de potentialen van Hertz voor het eerste geval te berekenen. De kennis van dit veld is o.a. van belang voor het verloop der stroomen, die in de aarde worden geïnduceerd door eene bovengrondsche sterkstroomgeleiding.

Als uitgangspunt dienen de verg.g. van Maxwell

$$\text{curl } \mathbf{H} = \frac{4\pi g}{c} \mathbf{F} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{curl } \mathbf{F} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{conv } \mathbf{F} = 0 \quad (3) \quad \text{conv } \mathbf{H} = 0 \quad (4)$$

Aan (3) kan voldaan worden door te stellen

$$\mathbf{F} = \text{curl } \mathbf{A} \quad (5)$$

Door substitutie van (5) in (1) wordt verkregen

$$\text{curl } \mathbf{H} = \frac{4\pi g}{c} \text{curl } \mathbf{A} + \frac{\varepsilon}{c} \text{curl } \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t},$$

waaraan voldoet

$$\mathbf{H} = \frac{4\pi g}{c} \mathbf{A} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi \quad (6)$$

Substitutie van (5) en (6) in (2) geeft

$$\text{curl curl } \mathbf{A} = -\frac{4\pi g \mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \frac{\mu}{c} \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (7),$$

terwijl door substitutie van (6) in (4) wordt verkregen

$$\frac{4\pi g}{c} \text{conv } \mathbf{A} + \frac{\varepsilon}{c} \text{conv } \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla^2 \Phi = 0 \quad (8).$$

De verg.g. (7) en (8) zijn niet onafhankelijk van elkaar, want toepassing op (7) van de operatie conv en differentiatie van (8) naar den tijd geeft hetzelfde resultaat. Teneinde $\mathbf{A}$ en Φ te bepalen wordt daarom nog eene verg. gekozen

$$\frac{\mu}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\text{conv } \mathbf{A} \quad (9)$$

waaraan voldaan wordt door te stellen

$$\Phi = \frac{1}{\mu} \text{conv } \mathbf{Z}, \quad \mathbf{A} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial t} \quad (10).$$

Eliminatie van Φ uit (7) en (9) leidt tot het resultaat

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \frac{4\pi g \mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = 0 \quad (11),$$

terwijl eliminatie van $\mathbf{A}$ uit (9) en (8) geeft

$$\nabla^2 \Phi + \frac{4\pi g \mu}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (12).$$

Ten slotte voldoet $\mathbf{Z}$ aan de vergelijking

$$\nabla^2 \mathbf{Z} + \frac{4\pi g \mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial t} + \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{Z}}{\partial t^2} = 0 \quad (13).$$

De verg.g. (11), (12) en (13) hebben het bekende type van de golfvergelijking.

Voor de veldcomponenten wordt uit (5), (6) en (10) verkregen

$$\mathbf{F} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{curl } \mathbf{Z} \quad (14).$$

$$\mathbf{H} = -\frac{4\pi g}{c^2} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{Z}}{\partial t^2} - \frac{1}{\mu} \Delta \text{conv } \mathbf{Z} = \frac{1}{\mu} \text{curl curl } \mathbf{Z}.$$

Voor het vinden van oplossingen van de golfverg. is vaak de invoering van cilindrische coördinaten r , φ en z gemakkelijk, waarbij z loodrecht op het eventuele grensvlak gekozen wordt, terwijl r de voerstraal in een vlak loodrecht op de z -as, φ de hoek van dezen voerstraal met eene vaste richting, loodrecht op de z -as, beteekent. Voor cilindrische coördinaten wordt de golfverg. (13)

$$\frac{\partial^2 \mathbf{Z}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{Z}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{Z}}{\partial z^2} - \frac{4\pi g \mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial t} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{Z}}{\partial t^2} = 0 \quad (15).$$

Worden de tijdsveranderingen enkelvoudig harmonisch ondersteld, zoodat alle grootheden evenredig met $e^{i\omega t}$ kunnen worden ondersteld, dan kan geschreven worden bij gebruik van cilindrische coördinaten

$$\mathbf{Z} = \mathbf{P} \cdot e^{i\omega t} \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial z^2} + k^2 \mathbf{P} = 0,$$

wanneer

$$k^2 = \frac{\varepsilon \mu \omega^2 - 4 \pi i \omega g \mu}{c^2}.$$

Bewezen kan worden, dat, indien $F_z = 0$, wat in sommige gevallen om redenen van symmetrie kan worden aangenomen, aan de verg.g. van Maxwell voldaan wordt, door den vector $\mathbf{P}$ in de z -richting te kiezen, waardoor $P_x = P_y = 0$, terwijl $P_z = \Pi$ kan worden gesteld.

Voor het geval, dat de verandering met den tijd enkelvoudig harmonisch kan worden ondersteld, worden de veldcomponenten wegens (14)

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= -\frac{i \omega}{c} \text{curl } \mathbf{Z} \\ \mathbf{H} &= \frac{k^2}{\mu} \mathbf{Z} - \frac{1}{\mu} \nabla \text{conv } \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (17).$$

A. Bevindt de dipool zich in eene onbegrensde ruimte, dan kan, wanneer het moment de richting der z -as heeft, $F_z = 0$ worden aangenomen, verder zal de functie Π dan niet van φ afhangen en kan worden gesteld

$$\Pi = \frac{M}{R} e^{i k R} \quad (18),$$

als M de maximale waarde van het moment is. In het van (18) afgeleide veld zijn de richtingen van de electriche en de magnetische kracht verwisseld t. o. v. die in het veld van een electriche dipool van Hertz.

Wanneer het moment van den dipool $M = M_m \sin \omega t$ is, wordt voor de electriche kracht op een afstand $R \gg \lambda$ verkregen

$$F_\varphi = -\frac{\omega k}{c} \frac{\mu M_m}{R} \sin(\omega t + k R) \sin \alpha \quad (19),$$

wanneer α de hoek is van den voerstraal met de z -as. Voor $\varepsilon = \mu = 1, g = 0$ wordt hieruit gevonden voor de energie, uitgestraald door een bol met straal $R \gg \lambda$, evenals bij een electriche dipool van Hertz,

$$S = \frac{M_m^2 \omega^4}{3 c^3} \quad (20).$$

Bestaat de dipool uit een stroom $I_m \sin \omega t$, die een vlakkelement σ omloopt, dan is het moment

$$M = \frac{I_m \sigma \sin \omega t}{c}$$

derhalve wordt er uitgestraald

$$S = \frac{I_m^2 \sigma^2 \omega^4}{3 c^5}$$

terwijl er door een electrischen dipool ter lengte l met een stroom $I = I_m \sin \omega t$ wordt uitgestraald

$$S = \frac{I_m^2 l^2 \omega^2}{3 c^3}$$

B. In de onderstelling, dat de magnetische dipool zich bevindt aan het grensvlak van twee middenstoffen en een moment heeft loodrecht op dit vlak gericht, welk vlak als XY -vlak wordt gekozen, kan worden aangenomen, dat $F_z = 0$ is. De functie van Hertz heeft dan alleen eene z -componente, $Z_z = \Pi \cdot e^{i\omega t}$, wanneer de tijdsveranderingen weer enkelvoudig harmonisch worden ondersteld. Boven het grensvlak, dus voor $z > 0$, zij $\Pi = \Pi_1$, beneden dit vlak, dus voor $z < 0$, zij $\Pi = \Pi_2$. Zoowel Π_1 als Π_2 moeten voldoen aan de golfvergelijking, resp. in de beide middenstoffen. Om redenen van symmetrie kunnen deze functies onafhankelijk van φ worden aangenomen, terwijl verder Π_1 voor $z = \infty$, Π_2 voor $z = -\infty$ moet verdwijnen. Aangezien de functie

$$I_0(\lambda r) \cdot e^{\pm z \sqrt{\lambda^2 - k^2}}$$

waarin I_0 de Bessel'sche functie van de eerste soort van orde nul voorstelt, aan de golfverg. voldoet, kan worden gesteld

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= 2 \frac{e^{i k_1 R}}{R} + 2 \int_0^\infty I_0(\lambda r) \cdot e^{-z \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \cdot f_1(\lambda) \cdot \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \\ \Pi_2 &= 2 \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \cdot f_2(\lambda) \cdot \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \end{aligned} \quad (21)$$

waarin λ een veranderlijke parameter en $f_1(\lambda)$ benevens $f_2(\lambda)$ willekeurige functies voorstellen, die uit de grensvoorwaarden moeten worden bepaald. Deze voorwaarden vereischen voor $z = 0$ continuïteit van de tangentiële componenten van $\mathbf{F}$ en $\mathbf{H}$, voorts van de normale component van $u \mathbf{H}$.

Nu is

$$F_r = 0, F_\varphi = \frac{i\omega}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial r} e^{i\omega t} \quad (22).$$

$$H_r = \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r \partial z} e^{i\omega t}, H_\varphi = 0, H_z = \frac{1}{\mu} \left(k^2 \Pi + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} \right) e^{i\omega t}.$$

De golfverg. in aanmerking nemende blijkt uit (22), dat aan de grensvoorwaarden voldaan is, wanneer Π en $\frac{1}{\mu} \frac{\partial \Pi}{\partial z}$ continu zijn.

Daar geschreven kan worden voor $z > 0$

$$\frac{ik_1 R}{R} = \int_0^\infty I_0(\lambda r) \cdot e^{-z\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \quad (23),$$

zoo is aan de continuïteit van Π voldaan, als

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} + \frac{f_1(\lambda)}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} = \frac{f_2(\lambda)}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \quad (24).$$

Door differentiatie van (21) naar z , waarbij de eerste term in het rechterlid van de verg. voor Π_1 nul geeft voor $z = 0$, blijkt het, dat aan de tweede continuïteitsvoorwaarde voldaan is, als

$$-\frac{1}{\mu_1} f_1(\lambda) = \frac{1}{\mu_2} f_2(\lambda). \quad (25).$$

De verg.g. (23) en (24) geven

$$f_1(\lambda) = -\mu_1 \frac{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{\mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + \mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}$$

$$f_2(\lambda) = \mu_2 \frac{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{\mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + \mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}$$

Met behulp hiervan wordt verkregen

$$\Pi_1 = 2 \frac{ik_1 R}{R} - 2\mu_1 \int_0^\infty I_0(\lambda r) \cdot e^{-z\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \frac{\lambda d\lambda}{\mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + \mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \frac{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \quad (26)$$

$$\Pi = 2\mu_2 \int_0^\infty I_0(\lambda r) \cdot e^{-z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{\mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + \mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}$$

Deze uitdrukkingen geven voor het geval van eene onbegrensde middenstof ($k_1^2 = k_2^2$, $\mu_1 = \mu_2$) met behulp van (23) $f_1 = -\frac{1}{2}$, $f_2 = \frac{1}{2}$, derhalve

$$\Pi_1 = \Pi_2 = \frac{ikR}{R},$$

terwijl voor $k_2 = \infty$ (absoluut geleidende grensvlak) $f_1 = -1$, $f_2 = -\mu_2/\mu_1$ wordt, derhalve $\Pi_1 = \Pi_2 = 0$. Het is gemakkelijk in te zien, dat aan deze voorwaarden ook inderdaad voldaan moet zijn. Verderop zal de oplossing (25) nader gediscussieerd worden.

C. Ten slotte kan worden aangenomen, dat het moment van den magnetischen dipool horizontaal gericht is, evenwijdig aan het grensvlak der beide middenstoffen, en in dit vlak gelegen. Evenals in het geval van den electrischen dipool kan het veld van den magnetischen dipool in de genoemde onderstelling worden afgeleid van een vector $\mathbf{Z}$, die ééne componente heeft, Z_x , in de richting van het moment van den dipool en ééne componente Z_z loodrecht op het grensvlak. Beide moeten voldoen aan de golfverg. De ligging van een willekeurig veldpunt kan weer worden bepaald door de coördinaten z , r en φ , waarbij φ de hoek is van een horizontalen voerstraal met het moment van den dipool. Voor Z_x en Z_z kunnen weer dergelijke uitdrukkingen worden gebezigd als in het vorige geval, waartoe gesteld kan worden

$$\begin{aligned} P_{x1} &= 2 \frac{ik_1 R}{R} + 2 \int_0^\infty I_0(\lambda r) \cdot e^{-z\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \cdot f_{x1}(\lambda) \cdot \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \\ P_{x2} &= 2 \int_0^\infty I_0(\lambda r) \cdot e^{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \cdot f_{x2}(\lambda) \cdot \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \\ P_{z1} &= 2 \int_0^\infty I_0(\lambda r) \cdot e^{-z\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \cdot f_{z1}(\lambda) \cdot \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \\ P_{z2} &= 2 \int_0^\infty I_0(\lambda r) \cdot e^{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \cdot f_{z2}(\lambda) \cdot \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}. \end{aligned} \quad (27)$$

waarin de functies $f_{x1}(\lambda)$, $f_{x2}(\lambda)$, $f_{z1}(\lambda)$, $f_{z2}(\lambda)$ met behulp van de grensvoorwaarden moeten worden bepaald. Deze laatste vereischen continuïteit van F_x , F_y , H_x , H_y , μH_z .

Nu is wegens (17)

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{i\omega}{c} \frac{\partial P_z}{\partial y} \cdot e^{i\omega t}, \quad F_y = -\frac{i\omega}{c} \left(\frac{\partial P_x}{\partial z} - \frac{\partial P_z}{\partial x} \right) \cdot e^{i\omega t} \\ H_x &= \left[\frac{k^2}{\mu} P_x + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right) \right] e^{i\omega t} \\ H_y &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right) e^{i\omega t} \\ H_z &= \left[\frac{k^2}{\mu} P_z + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right) \right] e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (28)$$

De bovengenoemde grensvoorwaarden zullen vervuld zijn, wanneer voor $z=0$

$$P_z, \quad \frac{\partial P_x}{\partial z}, \quad \frac{k^2}{\mu} P_x, \quad \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right) \quad (29)$$

$$\text{en} \quad k^2 P_z + \frac{\partial^2 P_x}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 P_z}{\partial z^2}$$

continu zijn.

Met behulp van de golfverg. is onmiddellijk in te zien, dat de laatste voorwaarde vervuld is, wanneer $\frac{\partial P_x}{\partial z}$ en P_z continu zijn.

Er blijven dus slechts vier voorwaarden over ter bepaling van de vier onbekende functies. Teneinde de in deze voorwaarden voorkomende differentiatie naar x op eenvoudige wijze te kunnen uitvoeren, kan geschreven worden

$$I_0(\lambda r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\lambda(x \cos \psi + y \sin \psi)} \cdot d\psi. \quad (30)$$

Bij invoering hiervan in (26) blijkt het, dat aan de vier grensvoorwaarden voldaan wordt door de vergelijkingen

$$\begin{aligned} \frac{f_{z1}}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} &= \frac{f_{z2}}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} & f_{x1} &= -f_{x2} \\ \frac{k_1^2}{\mu_1} \frac{1 + f_{x1}}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} &= \frac{k_2^2}{\mu_2} \frac{f_{x2}}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\mu_1} \left[i \lambda \cos \psi \frac{1 + f_{x1}}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} - f_{z1} \right] = \frac{1}{\mu_2} \left[i \lambda \cos \psi \frac{f_{x2}}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} + f_{z2} \right].$$

Worden f_{x1} , f_{x2} , f_{z1} , f_{z2} uit deze verg.g. opgelost en gesubstitueerd in (26), waarbij in de uitdrukkingen voor P_{z1} en P_{z2} van (29) gebruik gemaakt is, dan wordt ten slotte verkregen

$$\begin{aligned} Z_{x1} &= 2 e^{i \omega t} \int_0^\infty I_0(\lambda r) \cdot e^{-z \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \frac{k_2^2}{\mu_2} \cdot \lambda d\lambda \\ &\quad \frac{k_1^2}{\mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} + \frac{k_2^2}{\mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \\ Z_{x2} &= 2 e^{i \omega t} \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{k_1^2}{\mu_1} \cdot \lambda d\lambda \\ &\quad \frac{k_1^2}{\mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} + \frac{k_2^2}{\mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \\ Z_{z1} &= \frac{i e^{i \omega t}}{\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \cos \psi \int_0^\infty e^{i \lambda (x \cos \psi + y \sin \psi) - z \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \times \\ &\quad \times \frac{\lambda^2 d\lambda (k_2^2 - k_1^2)}{(\mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + \mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}) \left(\frac{k_1^2}{\mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} + \frac{k_2^2}{\mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \right)} \\ Z_{z2} &= \frac{i e^{i \omega t}}{\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \cos \psi \int_0^\infty e^{i \lambda (x \cos \psi + y \sin \psi) + z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \times \\ &\quad \times \frac{\lambda^2 d\lambda (k_2^2 - k_1^2)}{(\mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + \mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}) \left(\frac{k_1^2}{\mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} + \frac{k_2^2}{\mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \right)} \end{aligned}$$

Aangezien door differentiatie van (29) naar x verkregen wordt

$$\frac{\partial}{\partial x} I_0(\lambda r) = -I_1(\lambda r) \cdot \cos \psi \cdot \lambda = \frac{i \lambda}{2 \pi} \int_0^{2\pi} \cos \psi \cdot e^{i \lambda (x \cos \psi + y \sin \psi)} d\psi,$$

kan geschreven worden

$$\begin{aligned} Z_{z1} &= -2 e^{i \omega t} \cdot \cos \psi \int_0^\infty I_1(\lambda r) \cdot e^{-z \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \times \\ &\quad \lambda^2 d\lambda (k_2^2 - k_1^2) \\ &\quad \times \frac{(\mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + \mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}) \left(\frac{k_1^2}{\mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} + \frac{k_2^2}{\mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \right)} \end{aligned}$$

$$Z_{z2} = -2e \cdot \cos \varphi \int_0^\infty I_1(\lambda r) e^{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \times \quad (31a)$$

$$\times \frac{\lambda^2 d\lambda (k_2^2 - k_1^2)}{(\mu_2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + \mu_1 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}) \left(\frac{k_1^2}{\mu_1} \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + \frac{k_2^2}{\mu_2} \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \right)}$$

Deze uitdrukkingen geven voor het geval van een onbegrensde middenstof ($k_1^2 = k_2^2$, $\mu_1 = \mu_2$)

$$Z_{x1} = Z_{x2} = e \cdot \frac{e^{i\omega t} i k R}{R} \text{ wegens (23), } Z_{z1} = Z_{z2} = 0.$$

Voor $k_2 = \infty$ (absoluut geleidende grensvlak) wordt verkregen met behulp van (23)

$$Z_{x1} = 2e \cdot \frac{e^{i\omega t} i k_1 R}{R}, \quad Z_{x2} = 0, \quad Z_{z1} = Z_{z2} = 0$$

Aan deze voorwaarden moet ook inderdaad voldaan zijn, hetgeen gemakkelijk is in te zien.

De oplossingen (31) zullen verderop gediscussieerd worden.

(Wordt vervolgd.)

REFERATEN.

DE DRUK IN BEPAALDE LAGEN DER ZONNEATMOSFEER VOLGENS PÉROT ¹⁾, EN HET EINSTEIN-EFFECT VOOR LIJNEN IN HET ZONNESPECTRUM

door A. D. FOKKER.

Zooals de lezers zullen weten, zijn van de uitvloeisels van Einstein's gravitatie-theorie er drie nog juist waar te nemen met de huidige verfijnde methoden. De seculaire beweging van het perihelium der planeet Mercurius was reeds opgemerkt, voordat de nieuwe theorie tot een dergelijke beweging, en wel tot juist het waargenomen bedrag leidde. De buiging der lichtstralen in het intense zwaartekrachtsveld der zon werd bij een eclips door opnamen

¹⁾ Journal de Physique, April 1922.

der opzettelijk daartoe uitgeruste expedities der Engelschen in Sobral en op Principe geverifieerd. Er ontbreekt nog een onbetwistbare bevestiging van de door de theorie voorziene verschuiving der spectraallijnen naar het rood, voor het geval de emitteerende of absorbeerende materie zich bevindt, niet in een sterk gravitatieveld, maar in een ruimte waar de gravitatie*potentiaal* een hooge waarde heeft.

Het is een open twistvraag, of dit effect in het tot dusver voorhanden waarnemingsmateriaal een bevestiging vindt, of integendeel daarmee in strijd is. Evershed is een van hen, die voor het eerste pleiten, St. John bestrijdt dat; ook prof. Julius is van meening dat de waarnemingen de verwachting van het effect logenstraffen.

Vooropgesteld moge worden, dat de discussie der waarnemingen een teere kwestie is. Immers, welke en hoevele oorzaken kunnen er niet op de zon werkzaam zijn en een storende verplaatsing der spectraallijnen medebrengen, zonder dat wij haar bestaan vermoeden, of, zoo wij ze al kennen, zonder dat wij de mate waarin ze zich laten gelden, kunnen schatten! Een voorbeeld van de onzekerheden waarin men tast, vindt men ook in de uitkomsten der metingen, door Pérot en mej. Lindstedt in 1911 verricht aangaande de preciese golflengte der b_2 -lijn van het magnesium op de zon. Afgezien van de algemeene verschuiving naar den rooden kant van het spectrum, naarmate men de lichtstralen onderzoekt, afkomstig van plaatsen dicht bij den rand der zonneshijf, vonden zij dat ook langs den zonnemeridiaan die naar ons toegekeerd is, de golflengte der uitgezonden stralingen nog niet overal dezelfde is: bij den equator had die een maximum, bij de polen een minimum. Deze variatie kon, overeenkomstig den regel van Doppler, geïnterpreteerd worden als een algemeene strooming in de laag van het magnesium naar het middelpunt der zon toe. Welke oorzaak achter deze strooming schuilt, die een uniforme snelheid van 1.57 km./sec. heeft, kan slechts gegist worden. Maar Pérot neemt ze als werkelijk aan.

Een groot punt van onzekerheid levert ook de druk, die men in verschillende lagen der zonneatmosfeer heeft te vermoeden. Dank zij eene gelukkige gedachte is Pérot erin geslaagd, juist omtrent dit punt iets naders te weten te komen. De gedachte is deze.

Indien men te maken heeft met een verandering van golflengte,

$\delta\lambda$, die het gevolg is van een relatieve beweging (Doppler-effect) of van een hoogen gravitatiepotentiaal (Einstein-effekt) dan worden de golflengten van alle stralingen percentsgewijze even sterk beïnvloed: $\delta\lambda/\lambda$ is voor alle even groot. Er zijn echter ook invloeden, die bij verschillende stralingen een ongelijke uitwerking hebben. Daartoe behoort de druk. Pérot haalt de uitkomsten aan van het werk Mohler en Duffield. Deze laatste vond, dat men de lijnen van het ijzerspectrum in drie groepen verdeelen kon, die in verschillende mate bij drukverhooging naar het rood verschoven werden, en wel in evenredigheid met de geheele getallen 1, 2 en 4. Indien nu de door den druk π teweeggebrachte percentsgewijze verandering,

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = a\pi,$$

voor twee stralingen, met golflengten λ_1 en λ_2 , verschillend is, dan zal de *verhouding dier golflengten* bij drukverhooging eveneens veranderen tot

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{1 + \frac{\delta\lambda_1}{\lambda_1}}{1 + \frac{\delta\lambda_2}{\lambda_2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left\{ 1 + (a_1 - a_2)\pi \right\}.$$

De kleinheid der fracties $a\pi$ veroorlooft de aangebracht vereenvoudiging. Een Doppler- of een Einstein-effect zou echter de verhouding van twee golflengten onveranderd laten,

Pérot werkte met de b_1 -, b_2 - en b_4 -stralen van magnesium, afkomstig uit een vlamboog bij gewonen druk. De golflengten werden met zijne interférentiemethode bepaald op

$$\lambda_{b_1} = 5183,614 \text{ Å}; \lambda_{b_2} = 5172,690 \text{ Å}; \lambda_{b_4} = 5167,340 \text{ Å}.$$

De afhankelijkheid van den druk werd voor b_2 en b_4 even groot gevonden, voor b_1 en b_2 echter verschillend. De getallen zijn, per cm. kwikhoogte gerekend:

$$a_1 = 0,026 \cdot 10^{-6} \pm 0,002; a_2 = 0,018 \cdot 10^{-6} \pm 0,002.$$

De verhouding dezer twee getallen mag veilig, in verband met de resultaten van Duffield bij het ijzerspectrum, gesteld worden op 3 tot 2.

Dit bekend zijnde, kon Pérot gebruik maken van clichées, reeds in 1911 verkregen en waarop de interferentiefiguren van de magnesiumstralingen der zon en van de vlamboog naast elkaar

stonden. De bewerking van twee metingsreeksen leverde drukkingen in de laag van het magnesium in de zonneatmosfeer van -16 , en van $+3$ cm. kwikdruk, gemiddeld -6 cm., met een mogelijke fout van waarschijnlijk 20 cm.

Deze uitkomst beteekent, dat men in de laag, waar het magnesium werkzaam is, niet te maken heeft met een druk van enkele atmosferen, maar met *uiterst geringe drukkingen*. Pérot meent, dat hierdoor ook de effecten, die prof. Julius van de anomaledispersie verwacht, hier althans nauwelijks iets te beteekenen zullen hebben. Wil men dus de b_2 -straling op de zon vergelijken met die van een aardsche lichtbron, dan moet men de boven aangegeven golflengte herleiden tot die van een lichtboog in vacuo, met behulp van den coëfficiënt a_2 . Dit levert een golflengte, die $0,007 \text{ \AA}$ korter is.

In 1911 hadden Pérot's metingen de uitkomst opgeleverd, dat de b_2 -straling op de zon, gecorrigeerd voor de hooger reeds genoemde strooming in de magnesium-laag naar het middelpunt toe, een golflengte had, $0,006 \text{ \AA}$ langer dan de straling van de aardsche lichtbron bij 76 cm. kwikdruk. Wil men het Einstein-effect toetsen, dan moeten hier nog $0,007 \text{ \AA}$ bij geteld worden, en de slotsom is, dat op de zon de golflengte $0,013 \text{ \AA}$ langer is.

Volgens de gravitatie-theorie moet de golflengte een fractie van $2,12 \cdot 10^{-6}$ langer zijn, dat is $0,011 \text{ \AA}$.

De overeenkomst is stellig zeer bevredigend. Weliswaar heeft het resultaat slechts betrekking op één enkele straling uit het magnesiumspectrum, maar deze is dan ook in verschillende opzichten buitengewoon nauwkeurig onderzocht. Trouwens, Pérot kondigt aan een dergelijk onderzoek te willen instellen voor spectraallijnen van het ijzer. De uitkomsten daarvan zullen door sommigen misschien sceptisch, door anderen wellicht vol vertrouwen, maar stellig met groote belangstelling worden tegemoet gezien.

BOEKBESPREKING.

Edmond Bauer, La théorie de Bohr, la constitution de l'atome et la classification périodique des éléments. 52 blz. —

J. Hermann, Paris, 1922. Prijs fr. 4.50.

Bij de zich tegenwoordig zoo snel ontwikkelende natuurwetenschappen, wordt het dikwijls moeilijk zich te oriënteren op gebieden, die aanvankelijk verder af gelegen, zich gaan uitbreiden tot in het gebied waar men zelf werkt. Zoo is het met de theorie van Bohr voor den chemicus gesteld. Aanvankelijk van chemische zijde allicht beschouwd als een natuurkundige theorie, waar de chemici practisch wel niet veel mede te maken zouden hebben, is het al heel spoedig gebleken, dat zij wel degelijk hun terrein binnendrong en in verband met vragen over periodiciteit, valentie enz. de volle aandacht opeischte. Het is daarom voor hen, doch ook voor ieder ander die zich op dit terrein goed wil oriënteren, een gelukkig verschijnsel, dat iemand die dit geheele gebied goed beheerscht, als Edmond Bauer, een voordracht, gehouden voor de Société de Chimie-Physique op 19 Febr. 1921, in druk heeft laten verschijnen, nog aangevuld met enkele toevoegingen betreffende de nieuwste publicaties.

Schrijver begint met de behandeling van de statische en de dynamische theorie van het atoom en stelt duidelijk de voor- en nadeelen van elk in 't licht, om aan de hand van de proeven van Rutherford en Wilson (waarvan een mooie photo is opgenomen) te komen tot de planetaire opvatting van het atoom waarbij de modernste waarden van de afmetingen (Chadwick 1920) worden opgegeven.

Vervolgens wordt het periodiek systeem in verband gebracht met atoomstructuur, kernlading enz. Nu wordt de groote moeilijkheid onder de oogen gezien, dat een planetair atoom-model volgens klassieke opvattingen niet stabiel kan zijn en het dus noodig is een aanvullingshypothese in te voeren. Zoo komt hij op de stationnaire banen en de quantatheorie, welke hij toelicht aan de grens van het continue Röntgenspectrum en aan de waarde van de resonantiepotentiaal, die met een enkel voorbeeld wordt uitgerekend. Zoo wordt langzamerhand voorbereid waarom het moment van hoeveelheid van beweging moet worden gesteld:

$$= \frac{n h}{2 \pi}.$$

Nadat nu een kort overzicht is gegeven over spectraalreeksen (alleen die van H en He^+) komt schrijver tot een duidelijke uiteenzetting van de theorie van Bohr, en de berekening van de constante van Rydberg. Zelfs het meebewegen van de kern wordt nog verklaard en het verschil tusschen N_H , N_{He} , N_∞ duidelijk gemaakt. De Röntgenspectra en het werk van Moseley krijgen daarna een beurt en worden met de theorie van Bohr in verband gebracht. Zeeman-effect, Stark-effect, theorieën van Born en Debye, over de cohaesie in kristallen en vloeistoffen worden even aangestipt.

In twee afzonderlijke toevoegsels worden nog behandeld: „Sur le nombre et la nature des couches électriques” en „Sur le calcul des constantes moléculaires.”

Enkele literatuuropgaven (ofschoon lang niet volledig) besluiten het werk.

Door zijn heldere, duidelijke uiteenzetting kan ik dit werkje aan ieder die zich op dat gebied wil oriënteren ten zeerste aanbevelen. Het zal de lust opwekken om daarna in uitvoeriger werken deze onderwerpen nader te gaan bestudeeren.

T. v. L.

James Walker, Einführung in die Physikalische Chemie, Dritte vermehrte Auflage, nach der achten Auflage des Originals übersetzt und herausgegeben von H. v. Steinwehr. — 487 blz. 65 fig. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1921.

Vele Nederlanders zullen er wellicht de voorkeur aan geven dit boek van Dr. James Walker in 't Engelsch te lezen. Het boek is echter vlot vertaald en laat zich in 't Duitsch makkelijk lezen. Bovendien heeft de vertaler Dr. H. v. Steinwehr eenige belangrijke uitbreidingen aan 't boek gegeven, die dus in 't oorspronkelijke niet voorkomen.

In hoofdstuk 25, dat de chemische evenwichten behandelt, vindt men als bijvoegsel van v. Steinwehr de theorie van de geconcentreerde oplossingen volgens Dolezalek en in hoofdstuk 37 de berekening der chemische affiniteiten en het warmte-theorema van Nernst.

Misschien ware het wenschelijk geweest aan dit hoofdstuk 37, hetwelk aan de mathematische behandeling der physische chemie

gewijd is, ook een afleiding toe te voegen van den phasenregel, die nu in 't boek niet voorkomt.

Het boek is als een inleiding bedoeld tot de studie der physische chemie en als zoodanig is het bijzonder goed geslaagd, Zeer aardig van het boek is het dat het dikwijls wijst op de verborgen moeilijkheden. Bij sommige leerboeken krijgt men wel eens den indruk dat de te bestudeeren wetenschap een mooi afgerond geheel is, waar eigenlijk niet veel meer aan te doen is.

Ook is het den schrijver zeer goed gelukt om op eenvoudige wijze de vraagstukken te doen voelen die op een oplossing wachten.

Een aardige trek van het boek is ook het wijzen op de experimenteele mogelijkheid en de experimenteele nauwkeurigheid. Zoo worden bijv. in het hoofdstuk over de atoomgewichten eenige woorden gewijd aan de nauwkeurigheid van atoomgewichts-bepalingen.

Dikwijls wordt een hoofdstuk begonnen met een klein geschiedkundig overzicht. Dit is vooral het geval bij het hoofdstuk over de atoomtheorie. In dit hoofdstuk wordt ook veel zorg besteed aan de definitie van het atoom.

Er is van dit boek nog zeer veel goeds te zeggen, wat hier intusschen te ver zou voeren. Alleen zij er op gewezen dat de vertaler de literatuur-opgaven, die aan 't eind van ieder hoofdstuk staan, tot 1921 heeft bijgewerkt.

Het boek lijkt mij uitstekend geschikt voor studeerenden in de chemie, vooral door den duidelijken eenvoudigen betoogtrant en de opwekking tot zelf nadenken.

In het bijzonder voor studenten aan de T. H., die in de behandelde stof reeds veel zullen vinden wat zij voor hun examen noodig hebben, durf ik het boek warm aan te bevelen.

N. H. S. v. R.

Oreste Murani. Lezioni di Termodinamica dettate nel Politecnico di Milano. Seconda edizione riveduta e corretta con 53 incisioni nel testo. Milano 1921.

Zooals in de voorrede wordt vermeld, beantwoordt de inhoud van dit boek nagenoeg geheel aan den cursus in thermodynamica, welke door den schrijver sedert eenige jaren aan de Technische Hoogeschool te Milaan wordt gegeven; dit verklaart de keuze van de onderwerpen en den omvang hunner behandeling.

De indeeling is als volgt: Preliminari, bevattende Thermometrie en calorimetrie, blz. 1—23; Parte prima, met het opschrift Termodinamica generale, blz. 27—150; Parte Seconda, Applicazioni, blz. 153—219.

Aan het experimenteele gedeelte is betrekkelijk een vrij groote plaats ingeruimd, zoodat deze warmteleer herrinnert aan die, gegeven in het door Kuenen bewerkte Boek II van het leerboek van Bosscha. Zij gaat echter wat de toepassingen betreft minder ver dan laatstgenoemd werk, waarvan zij zich overigens nog onderscheidt door het gebruik van differentiaal- en integraalrekening. In de „Applicazioni” behandelt de schrijver het smelten en verdampen, toestandsveranderingen van dampen en van een verzadigd complex van damp en vloeistof. Van de vrije energie bespreekt hij wel de hoofdeigenschappen, doch geeft verder geen toepassing van deze functie. Het laatste hoofdstuk is gewijd aan de uitstrooming van „fluidi”. Het boek is duidelijk geschreven en gedrukt.

Enkele onjuistheden, die mij bij de lezing zijn opgevallen, mogen hier nog worden vermeld. Op blz. 14 staat te lezen, dat de geldigheid van de wet van Dulong en Petit, betreffende de standvastige waarde der atoomwarmte, samenhangt met verschijnselen van allotropie. Quantentheoretische beschouwingen ontbreken hier, evenals overal elders in het boek, geheel.

Dat de verhouding c_p/c_v voor de gasen CO_2 , NH_3 , C_2H_4 en N_2O ongeveer 1,3 bedraagt en niet 1,4 zooals voor O_2 , H_2 en N_2 wordt (blz. 21) in verband gebracht met het feit, dat laatstgenoemde gasen bij gewone omstandigheden ver van hun condensatiepunt verwijderd zijn. Men zou kunnen vragen, waarom dan voor den damp van kwik, dat bij gewone temperatuur vloeibaar is, die verhouding gelijk is aan 1,67. Ook bij de behandeling van de (elementaire) kinetische theorie der ideale gasen (blz. 68 en volgende) heeft de schrijver de gelegenheid niet benut om te wijzen op de bekende betrekking tusschen de waarde van c_p/c_v en het aantal atomen in het molekuul.

Voor de soortelijke warmte bij constanten druk van oververhitten waterdamp (blz. 21 en 192) wordt het getal van Regnault, 0,48, gegeven. Dit geldt echter slechts voor lage drukkingen en een beperkt temperatuurgebied; immers is door de onderzoeken van Jacob, Knoblauch en Winkhaus en van anderen bekend geworden, dat deze c_p sterk verandert met druk en

temperatuur en onder omstandigheden, die ook in de praktijk voorkomen, stijgen kan tot 0,80.

De kritische temperatuur van water (blz. 174) wordt gesteld op $364,3^{\circ}\text{C}$. in plaats van op 374°C .

Ten slotte nog een tweetal bezwaren: 1^o. dat in het boek de benaming adiabatisch wordt gebruikt voor isentropisch, 2^o. dat voor de absolute temperatuur nu eens T , dan weer t wordt geschreven.

M. de H.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

Everh. Bouwman, Physica, Leerboek der Natuurkunde, vooral ten dienste van de hoogste klassen van gymnasia en lycea, 200 blz., 220 fig. — J. B. Wolters, Groningen, 1922. Prijs f 3.90, geb. f 4.50.

Hermina Folmer, Het iken van radioactieve preparaten voor wetenschappelijke en medische doeleinden, 31 blz. — P. Noordhoff, Groningen. 1922.

A. Einstein, Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie, gehalten im Mai 1921 an der Universität Princeton. 70 blz., 4 fig. — Fried. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 1.80.

A. Landé, Fortschritte der Quantentheorie. (Band 5 der Wissenschaftliche Forschungsberichte, Naturwissenschaftliche Reihe), 89 blz. — Theodor Steinkopff, Dresden 1922. — Prijs f 1.80.

M. Möller, Kraftarten und Bewegungsformen, 148 blz., 72 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 3.—.

MEDEDEELINGEN.

De heer Uitterdijk verzoekt ons mede te deelen, dat hij van bevriende zijde opmerkzaam gemaakt werd, dat de door hem medegedeelde afleiding der lenzenformule (*Physica*, Mei 1922) voorkomt in het derde deel der „Natuurkundige Lessen” van Dr. J. J. Le Roy. Hoewel het hem spijt dat dit hem ontgaan was en hij dus niet heeft geweten, dat het bewijs reeds bestond, verheugt het hem te mogen bemerken, dat een zoo gezaghebbend docent als Dr. Le Roy over de behandelingsmethode voor beginnende beoefenaars der natuurkunde net eender denkt als hij.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

AUGUSTUS 1922

NUMMER 8.

VAN DE REDACTIE.

Van den 11den tot den 14den Mei j.l. werd in Bandoeng het Tweede Nederlandsch-Indisch Natuurwetenschappelijk Congres gehouden. Te oordeelen naar de berichten die wij daarover ontvingen, en naar de verslagen in de Indische pers, had dit congres een groot succes. Niet minder dan 70 sprekers deden in de sectievergadering mededeelingen over hun onderzoekingen, en in de algemeene vergaderingen traden professor dr. J. Clay, dr. ir. C. J. de Groot, dr. L. Balner en dr. P. Hubrecht op met voordrachten over onderwerpen, die meer algemeene belangstelling trekken konden, en trokken. Wij waren zoo gelukkig, van enkele mededeelingen in de secties autoreferaten te ontvangen, aan welke wij met bijzonder genoegen in deze en de volgende aflevering plaats geven. Onze lezers in Nederland krijgen aldus een glimp te zien van de groeiende levenskracht der Nederlandsch-Indische Congresvereeniging, die zich, naar wij hopen, in een gedurig toenemenden bloei moge verheugen.

Het Congres werd geopend door den algemeenen voorzitter, ir. M. H. Damme. Deze herdacht de opening van het eerste congres op 3 October 1919, en betreurde het, dat hij den toenmaligen algemeenen voorzitter, dr. W. van Bemmelen, thans missen moest. Hierop vervolgde hij:

„Wel is het tot zekere hoogte eervol voor Indië en Nederland beide, dat zoo menigmaal zij, die hier de wetenschap beoefenden, geroepen worden om die ginds te doceeren. Dat zulks met op den voorgrond tredende figuren van het vorig congres in den korten tijd, die ons daarvan scheidt, zoo herhaalde malen het geval was, — met Van Bemmelen en Van Vuuren, beiden thans lector te Amsterdam, met Flu en Escher, beiden hoogleeraar te Leiden, met Kluijver te Delft, — en dat zelfs van dit congres weder een der steunpilaren staat op de voordracht voor een aanzienlijk professoraat aan Nederlands oudste hoogeschool, bewijst wel,

voor zoover nog noodig, dat het Indisch milieu tot ontplooiing van wetenschappelijk talent ruime gelegenheid biedt; bewijst ook, hoezeer Nederland velen zijner beste zonen voor langer of korter tijd aan Indië afstaat, maar doet dan daarnevens des te smarterlijker gevoelen het gemis aan continuïteit, dat onze Indische samenleving zoozeer kenmerkt.

Toch staat iets goeds en moois daartegenover. Het is de blijvende jeugd. In Indië is alles jong en houdt alles zich jong, want eer men niet jong meer is, is men vervangen door iets jongers."

Tot zoover de algemeene voorzitter, die in zijn rede verder den samenhang en de wederkeerige beïnvloeding der natuurwetenschappen schetste.

Wij stippen even aan, dat de voordracht van professor Clay, over het natuurlijke systeem der elementen in het licht van de voorstellingen van Rutherford en Bohr, later werd gevolgd door een reeks van fraaie demonstraties in het nieuw geopende Natuurkundig Laboratorium der Bandoengsche Technische Hoogeschool, en dat de voordracht van dr. ir. C. J. de Groot over verschijnselen bij de draadlooze telegrafie het congres tevens voorbereidde tot een excursie naar het station op den Malabar.

DE WEDERKEERIGHEIDSWET VAN RAYLEIGH BIJ SAMENDRUKKING ¹⁾

door J. CLAY.

Wanneer men de samendrukbaarheid van een vloeistof wil onderzoeken, zal men deze vloeistof in een vat moeten brengen en het daarin samenpersen.

Daarbij zet het vat zich uit, en in 't algemeen zal het moeilijk zijn te beoordeelen hoeveel de volumen-toeneming bedraagt, — ook al weet men wat de elasticiteits-coëfficiënt en de coëfficiënt van Poisson is voor het materiaal, waarvan het vat gemaakt is, — omdat de wanddikte overal zeer gelijkmatig zou moeten zijn, het materiaal homogeen, en de geometrische vorm van het vat zeer eenvoudig.

Een geschikte methode is om tegelijk met den binnenwand ook den buitenwand van het vat aan denzelfden druk te onderwerpen, omdat daarbij het inwendige volumen van het vat evenveel afneemt als van een massief stuk van hetzelfde materiaal bij denzelfden druk.

¹⁾ Mededeeling aan het Tweede Nederlandsch-Indisch Natuurwetenschappelijk Congres te Bandoeng 11-14 Mei 1922.

Men meet in dit geval de samendrukking van de vloeistof verminderd met de samendrukking van een gelijk volumen van het materiaal, waaruit het vat bestaat.

Inderdaad is men op deze wijze tewerk gegaan bij het bepalen van samendrukbaarheidscoëfficiënten. Maar ook hier is dus weer de kennis van de samendrukking van het vat van te voren noodig en deze moet langs een omweg door bepaling van elasticiteitscoëfficiënt en contractie-coëfficiënt van Poisson worden gevonden.

Ik stelde mij nu de vraag of het niet mogelijk was de samendrukbaarheid van b.v. water te meten zonder die van het vat in aanmerking behoeven te nemen, dus een analoge oplossing te vinden, als die in de proef van Dulong en Petit voor de bepaling van den uitzettingscoëfficiënt gevonden is.

Daarbij stootte ik echter op moeilijkheden, die maakten, dat men telkens op dezelfde onbekenden terugvalt, die niet gevonden kunnen worden. Tegelijkertijd vond ik echter bij de proeven een betrekking, die later bleek in veel algemeener vorm theoretisch bekend te zijn, en die, naar de heer Klopper mij vertelde, in de toegepaste mechanica veelvuldig toepassing vindt.

Noem het inwendige volumen van het vat I en het uitwendige volumen U , en noem de verandering van het inwendige volumen tengevolge van een inwendigen druk dI_i , die tengevolge van een gelijken uitwendigen druk dI_u , en die tengevolge van in- en uitwendigen druk $dI_{i,u}$, dan bestaan de volgende betrekkingen, zooals men gemakkelijk zal inzien. De veranderingen zijn alleen in absolute grootte aangegeven.

$$\begin{aligned} dU_i &= dI_i + d(U - I)_i, \\ dU_u &= dI_u + d(U - I)_u, \\ dU_{i,u} &= dI_{i,u} + d(U - I)_{i,u}, \end{aligned}$$

Tegelijk echter moet:

$$\begin{aligned} dU_u &= -dU_i + dU_{i,u}, \\ dI_u &= -dI_i + dI_{i,u}, \\ d(U - I)_u &= -d(U - I)_i + d(U - I)_{i,u}. \end{aligned}$$

Nu viel het mij bij het experiment op, dat $dI_u = -dU_i$ was. Ik zal u dit door een proef laten zien. Theoretisch is dit ook gemakkelijk aan te geven, wanneer men mag aannemen, dat aan het beginsel der superpositie is voldaan. In dat geval moet de vormveranderingsenergie, die zich in het vat ophoopt, dezelfde zijn als men eerst een inwendigen druk p aanwendt en vervolgens

een uitwendigen gelijken druk, dan wel eerst uitwendig en vervolgens inwendig, immers 't energieverval in den eersten en den laatsten toestand zal alleen afhangen van het verschil tusschen de aanvankelijke spanning en de eindspanning. In het eerste geval krijgen we:

$$E_1 = \frac{1}{2} p_i dI_i - \frac{1}{2} p_u dU_u + p_i dI_u ;$$

in het tweede geval:

$$E_2 = -\frac{1}{2} p_u dU_u + \frac{1}{2} p_i dI_i - p_u dU_i ;$$

en wanneer dus E_1 en E_2 gelijk moeten zijn:

$$- p_i dI_u = - p_u dU_i ;$$

en wegens $p_i = p_u$ moet dus

$$dI_u = - dU_i .$$

Daaruit volgt echter in verband met bovenstaande vergelijkingen

$$dU_{i, u} = d(U - I)_u ,$$

$$dI_{i, u} = - d(U - I)_i ,$$

d. w. z. de samendrukking, die de wand van een vat ondergaat van gegeven uitwendig volumen door een uitwendigen druk is geheel onafhankelijk van de dikte van de wand van het vat. Evenzeer is de volumenverandering voor den wand bij verschillend dikke vaten bij gelijk inwendig volumen bij inwendige druk gelijk. Een uitkomst, die op het eerste gezicht vreemd lijkt, maar die zich bij een bol en een cylinder laat toetsen.

Voor de verandering van het volumen van een hollen bol met inwendige straal r_1 , en uitwendige straal r_2 , wanneer binnen een druk p_1 en buiten een druk p_2 heerscht, vindt men

$$\frac{dv}{v} = \frac{1}{k} \frac{p_1 r_1^3 - p_2 r_2^3}{r_2^3 - r_1^3} ;$$

is dus $p_1 = 0$ dan wordt

$$dv = - \frac{1}{k} \frac{p_2 r_2^3}{r_2^3 - r_1^3} \times \frac{4}{3} \pi (r_2^3 - r_1^3) = - \frac{4}{3} \frac{\pi r_2^3}{k} .$$

Deze verandering is dus even groot als de uitwendige volumenverandering van een even groote massieve bol bij denzelfden druk.

OVER DE HARMONISCHE SCHOMMELINGEN (SEICHES) IN ENKELE GROOTE MEEREN VAN NEDERLANDSCH-INDIË ¹⁾

door C. G. J. VREEDENBURGH

Onder harmonische schommelingen, of seiches, worden verstaan de regelmatige waterspiegel-schommelingen van een meer, met een periode welke varieert van enkele minuten tot 1 à 2 uur.

Naar het schijnt zijn de harmonische schommelingen in Europa reeds opgemerkt in de 16e eeuw. Immers in het bekende werk „Die Entwicklung der Hydrometrie in der Schweiz” vindt men vermeld, dat in één der kronieken van de stad Konstanz staat opgeteekend, dat den 25sten Februari 1549 de waterspiegel van het Bodenmeer bijna gedurende den geheelen dag op en neer slingerde over een hoogte van ongeveer een el, en wel met een periode van 12 à 15 minuten. Waarschijnlijk zijn deze slingeringen niets anders geweest dan buitengewoon groote harmonische schommelingen.

Overigens werden door de lieden in den omtrek van het meer van Genève, reeds sinds langen tijd rythmische rijzingen en dalingen van den meerwaterspiegel waargenomen, welke door hen *seiches* werden genoemd. Een goed woord voor dit verschijnsel schijnt echter in de Duitsche taal nog niet te bestaan. Evenmin is het schrijver dezes mogen gelukken een in alle opzichten bevredigend Nederlandsch woord te vinden, alhoewel „harmonische schommeling” het verschijnsel zooals het in werkelijkheid wordt waargenomen, misschien nog het best weergeeft.

Deze seiches in het meer van Genève hebben normaal een amplitude van 10 à 15 cm. Echter zijn den 3den October 1841 en den 20sten Augustus 1890, amplituden waargenomen van resp. 1.87 m. en 0.63 m.

Ook in Amerika zijn de harmonische schommelingen reeds lang bekend. In „Hydrology” van Daniel W. Mead vindt men vermeld dat in het jaar 1854 een buitengewoon groote seiche in het Bovenmeer (Lake Superior), het bed van de St. Mary-rivier gedurende ongeveer een uur bijna deed opdrogen. In het Michiganmeer werden den 7den April 1893 amplituden waargenomen

¹⁾ Mededeeling aan het Tweede Nederlandsch-Indisch Natuurwetenschappelijk Congres te Bandoeng 12 Mei 1922.

van 4 tot 6 voet welke zoowel te Chicago als te St. Joe werden geregistreerd. Uit het voorgaande moge dus blijken, dat in Europa en Amerika de harmonische schommelingen zeer groot kunnen zijn.

In Nederlandsch-Indië zijn de seiches, voor zoover bekend, het eerst waargenomen door de Hydrotechnische Afdeeling van den Dienst voor Waterkracht en Electriciteit, toen den 14den Mei van het jaar 1919 aan de Malilirivier of La Rona in Midden Celebes, dicht bij de uitvloeïing uit het Towoetimeer, een zelf-registreerende peilschaal werd opgericht, voor de bestudeering van de in die rivier aanwezige debieten. Teneinde o.m. het verschijnsel aan een nauwkeurige studie te kunnen onderwerpen, werd den 30sten December 1919 nog een zelfregistreerende peilschaal opgericht in het Towoetimeer bij Timampoe en den 29sten Januari 1920 een in het Matanomeer bij Soroako. Tenslotte werden in November 1921 nog zelfregistreerende peilschalen geplaatst in het Tobameer resp. bij Pangoeroeran en bij Djandi Matogoe.

Op alle diagrammen van deze zelfregistreerende peilschalen zijn de seiches steeds duidelijk te onderkennen, alhoewel ze onderling, in periode en amplituden, wel verschillen vertoonen. Men kan hieruit dus reeds de gevolgtrekking maken, dat de harmonische schommelingen zoo niet in alle, dan toch in de meeste meeren voorkomen.

Een der eerste en ijverigste onderzoekers op het gebied der seiches is geweest Dr. F. A. Forel, Professor aan de Universiteit van Lausanne, die o.a. in zijn „Handbuch der Seenkunde”, eenige bladzijden aan dit natuurverschijnsel wijdt. Volgens dezen schrijver moeten de harmonische schommelingen worden opgevat als een algemeene evenwichtsverstoring van de watermassa in het meer, waardoor deze massa in eene vrije slingerende beweging geraakt.

Dezelfde opvatting wordt o.m. ook gedeeld door Eydoux in zijn in het jaar 1921 verschenen werk „Hydraulique Générale et Appliquée”. Men is voornamelijk tot deze uitspraak gekomen door nauwkeurige waarneming der perioden der harmonische schommelingen, welke vrijwel overeenstemden met die van vrije schommelingen der watermassa.

Teneinde te onderzoeken of de periode der waargenomen seiches in Nederlandsch-Indië eveneens overeenstemmen met die

van vrije schommelingen van de watermassa, zijn voor het Towoeti- en het Matanomeer de perioden der vrije schommelingen berekend volgens verschillende richtingen.

Hierbij is gebruik gemaakt van de formule van Paul du Boys, luidende :

$$T_o = \sum_{n=1}^{n=m} \frac{4l_n}{\sqrt{g h_{n-1}} + \sqrt{g h_n}},$$

waarbij:

T_o = periode der schommeling met 1 knoop in het midden (uninodale of hoofdschommeling),

m = aantal stukken waarin het meer in de trillingsrichting bij de berekening wordt verdeeld,

l_n = de lengte van het n^e stuk,

h_{n-1} en h_n = de waterdiepte resp. bij het begin en het einde van het n^e stuk,

g = versnelling van de zwaartekracht.

Voor de hoofdperioden (dat zijn de perioden der hoofdschommelingen) volgens longitudinale richtingen werden in het Towoetimeer waarden gevonden varieerende tusschen 50 en 60 minuten. Volgens transversale richtingen werden hoofdperioden berekend van resp. 17 en 34 minuten.

De berekende perioden in het Towoetimeer kloppen zeer goed met die van waargenomen seiches te La Rona en te Timampoe. Bovendien konden ook binodale schommelingen worden aangetoond (dat zijn schommelingen met twee knoopen) waarvan de periode de helft is van die der hoofdschommeling.

Bedenkt men hierbij nog, dat moeilijk een uitwendige kracht denkbaar is, die de watermassa van een meer voortdurend met een constante periode in een slingerende beweging houdt, zoo kan dus met zekerheid worden aangenomen dat ook de *harmonische schommelingen van het Towoetimeer vrije schommelingen van de geheele watermassa zijn*.

In het Matanomeer vindt men voor de berekende hoofdperiode der vrije schommeling in longitudinale richting 31 minuten en in transversale richtingen resp. 5 en 6 min.

De periode der waargenomen seiches is hier echter gewoonlijk 1 uur, dat is dus twee keer zoo groot als de periode der longitudinale vrije schommeling.

Allereerst zou men nu kunnen twijfelen aan de juistheid van

het feit, dat de harmonische schommelingen in het Matanomeer, vrije schommelingen zouden zijn. Waar echter met zekerheid kon worden aangetoond, dat de seiches in het Towoetimeer *wel* vrije schommelingen zijn, is het bezwaarlijk aan te nemen, dat die in het Matanomeer het niet zouden zijn, temeer daar de periode precies constant is.

Verder zou men de mogelijkheid kunnen overwegen, dat de dieptelijnen van het Matanomeer, waarvan bij de berekening van de periode der vrije schommelingen moest worden gebruik gemaakt, niet juist zouden zijn. Waar echter de dieptepeilingen in het Matanomeer zijn geschied onder leiding van een zoo wetenschappelijk man als Ir. Abendanon, mag n.h.v. aan de juistheid der gemeten diepten niet worden getwijfeld.

Er blijft dus niets anders over dan te veronderstellen dat *de vrije schommelingen in het Matanomeer niet de geheele watermassa omvatten maar zich slechts voortplanten langs de bovenste lagen*. Hierdoor zijn de diepten welke de voortplantingssnelheid der golven bepalen, kleiner dan de werkelijke diepten van het meer, waardoor de periode groter wordt, dan overeenkomt met vrije schommelingen van de geheele watermassa (*normale vrije schommelingen*).

Deze schommelingen welke niet de geheele watermassa omvatten zullen worden genoemd *anomale schommelingen*.

Naar het schijnt planten deze anomale schommelingen zich niet steeds langs dezelfde waterlagen voort. Hoe groter de amplitude der seiches wordt tot des te dieper lagen schijnt de evenwichtsverstoring zich te doen gevoelen en des te kleiner wordt de periode. Zoo komen af en toe zeer kleine harmonische schommelingen voor met een periode van 2 uur. Omgekeerd zijn ook seiches van grootere amplitude waargenomen met een periode van $\frac{1}{2}$ uur. Bij de laatste is de evenwichtsverstoring blijkbaar zoo groot geworden dat de geheele watermassa medebeweegt waardoor de schommelingen weer normaal worden. De perioden van 2 uur en $\frac{1}{2}$ uur blijven echter uitzonderingen. Gewoonlijk is de periode, zooals reeds werd opgemerkt, 1 uur.

Voor zoover bekend, zijn deze anomale schommelingen elders nog niet opgemerkt. Vermoedelijk treden zij te eerder op, naarmate de diepte van het meer groter en de amplitude der seiches kleiner wordt.

De periode der seiches in het *Tobameer* konden niet door berekening worden geverifieerd, daar van dit meer helaas geen dieptelijnen bekend zijn.

Zeer waarschijnlijk worden de harmonische schommelingen veroorzaakt door atmosferische storingen en wel om de volgende redenen:

1^o. de evenwichtsstanden der schommelingen bij seiches van groote amplituden zijn veel veranderlijker dan die van kleine amplituden.

2^o. de amplituden der seiches vertoonen een jaarlijksche periode (moessons).

3^o. de amplituden der waargenomen harmonische schommelingen in Europa en Amerika zijn veel grooter dan die in Nederlandsch-Indische meeren.

Onder deze atmosferische storingen zijn vooral te rekenen variaties in den barometrischen druk en variaties van den wind zoowel in snelheid als in richting.

De getijdekracht kan geen oorzaak zijn der harmonische schommelingen, de aardbevingen bij uitzondering.

Van groote practische waarde is de bestudeering der seiches niet. Men zou misschien de wetenschap der harmonische schommelingen op deze wijze practisch kunnen toepassen, door nl. bij een meer van bekende afmetingen doch onbekende diepte, uit de periode der hoofdschommeling, een gemiddelde waarde voor de diepte af te leiden. Door het bestaan van anomale schommelingen is deze methode van globale diepte-bepaling bij diepe meeren echter niet toe te passen.

Bekendheid met het verschijnsel der seiches is echter noodzakelijk bij het waarnemen van de meerwaterstanden door middel van een gewone peilschaal, omdat in dit geval de nauwkeurigheid van een enkele aflezing, zelfs bij geheel gedempten golfslag, wordt bepaald door de amplituden der seiches.

Evenzoo wordt de nauwkeurigheid van het opmeten van waterdiepten ten opzichte van den meerwaterspiegel b.v. bij slibmetingen, geheel beheerscht door de grootte der harmonische schommelingen.

Overigens heeft het verschijnsel der seiches vnl. natuurwetenschappelijke waarde en behoort de studie ervan tot het gebied der *meerkunde* of *limnologie*, een onderdeel der natuurwetenschap dat in Nederlandsch-Indië nog weinig populair is, getuige het

feit, dat b.v. van het belangrijke Tobameer nog geen dieptekaarten bestaan.

Moge in dit verband deze voordracht ook een opwekking zijn voor de Nederlandsche natuurvorschers, tot het doen van meerdere onderzoekingen op het groote en interessante gebied der Nederlandsch-Indische limnologie.

REGENTYPEN IN NEDERLANDSCH-INDIË ¹⁾

door J. BOEREMA

De regenval in Nederlandsch-Indië kan op overzichtelijke wijze worden voorgesteld door de regenstations met een overeenkomstig jaarlijksch verloop van den regenval tot groepen te vereenigen en voor deze groepen het gemiddelde jaarlijksche verloop te berekenen.

Voor de Buitengewesten, met uitsluiting van Nieuw-Guinea, werden een 46-tal regentypen aangenomen en in een kaart ingetekend.

Deze voorstellingswijze heeft het voordeel dat in één kaart de geheele jaarlijksche verdeeling van den regenval is weergegeven, wat door middel van isohyetenkaarten niet mogelijk is, terwijl voor Indië bovendien het teekenen van isohyetenkaarten in de Buitengewesten nog bezwaarlijk gaat.

De factoren die het regenmechanisme beïnvloeden zijn:

a. Verschijnselen in den tropischen regengordel; de opstijgende luchtbeweging is het sterkste bij de zenithdoorgangen van de zon, waarvan regenmaxima het gevolg zijn.

b. In een smalle aequatoriale zone is de regen het meest gelijkmatig over het jaar verdeeld.

c. De invloeden van den oost- en westmoesson welke ontstaan tengevolge van de ligging van Ned.-Indië tusschen de ongelijk verwarmde vastelanden Australië en Azië.

d. Ongelijke locale verwarming.

e. Stuwing van heerschende luchtstromingen tegen het gebergte.

De invloed van den oostmoesson is duidelijk tot in het Z.O. deel van den Archipel, tot in Zuid-Sumatra (Djambi), verder langs de westkust van Borneo, Z.O.-Borneo, gedeeltelijk in Celebes, en in de zuidelijke Molukken.

¹⁾ Mededeeling aan het Tweede Nederlandsch-Indisch Natuurwetenschappelijk Congres te Bandoeng 11—14 Mei 1922.

Typische gevallen van stuwing zijn bekend bij Ceram en het Zuidwestelijk schiereiland van Celebes.

Gelijkmatige tropische regens komen voor in Midden-Sumatra, de Westerafdeeling van Borneo, verder langs Borneo's oostkust en in de omgeving van de Golf van Tomini, terwijl typische gevallen van kenteringsmaxima worden aangetroffen in Sumatra.

HET BEGINSEL VAN HUYGENS IN HET MIDDELBAAR ONDERWIJS ¹⁾

door A. D. FOKKER

Om misverstand te voorkomen is het wellicht dienstig vooraf enkele opmerkingen te maken. Het spreekt vanzelf, dat ik hier niet een volledige leergang kan schetsen, ik moet mij beperken tot de hoofdstukken van spiegeling en breking.

Voorts is wat ik daarover wilde opperen gebaseerd op de vooronderstelling, dat men de leerstof heeft verdeeld over twee concentrische leergangen. Aan het gymnasium, waar de leerlingen vier jaren lang onder het gehoor van den natuurkundeleeraar zitten, en men gedurende de eerste twee jaren twee uren per week, gedurende de laatste twee jaren over drie uren per week beschikken kan, ligt het voor de hand, om aan elken leergang twee jaren te besteden.

Bij de verdeeling van de optica over deze twee leergangen komt de behandeling van spiegeling en breking met behulp van het begrip „lichtstraal” voor rekening van den eersten trap, met de dispersie en een eenvoudige oriëntering in de kleuren. Hier leert men ook het uitvoeren van eenvoudige lichtstraal-constructies van beeldvormingen door gekromde spiegels en lenzen, en de lenzenformule, die men desnoods voor den hollen spiegel, maar niet voor de lenzen, mag afleiden, ofschoon het de voorkeur verdient, ze als een empirischen regel te laten staan.

Op den tweeden trap is er vrijheid, om het beginsel van Huygens op den voorgrond te plaatsen.

Afgezien nog van het feit, dat het programma voor het gymnasium de behandeling van interferentie en polarisatie van het

¹⁾ Bedoeld als voordracht voor de Natuurkundige Vereeniging.

licht voorschrijft, en dit de behandeling van de golftheorie impliceert, kan ik mij slecht voorstellen, dat eenig leeraar het over zich zou kunnen verkrijgen, hetzij dan aan een gymnasium of aan een hogere burgerschool, om te zwijgen over de physica van het licht en zich te beperken tot de geometrie der lichtstralen. Ik hoop in het volgende te laten zien, dat het ook volstrekt niet noodig is, de golftheorie uit didaktische overwegingen achterwege te laten, omdat misschien het onderwerp te moeilijk zijn zou. En bovendien, hoeveel honderden malen hebben wij in het dagelijksch leven niet gelegenheid om het spel van golven op onze wateren te zien, en daarin exempels te herkennen van zeer diep-wezenlijke trekken der natuur!

Het zij uitdrukkelijk vooropgesteld, dat de behandeling experimenteel moet zijn. In de eerste plaats moeten de jongelui kennismaken met een behoorlijke golf *comme il faut*. Daarvoor is noodig een golfbak, van $\pm 80 \times 80$ cm., met glazen bodem. Men stelt dien ergens op, zet er een booglamp onder, en krijgt zonder meer op het plafond een keurige projectie van alle rimpelingen op het water. Een lichte aanraking met een staafje, een afgeschud druppeltje: en een cirkelvormige golvenkring breidt zich uit. Twee centra: en twee golfkringen loopen door elkander heen, zonder elkander in het minst te hinderen.

Onmiddellijk is de superpositie duidelijk. Golfberg, golfdal, golflengte, zij staan op het plafond gedefinieerd, veel woorden zijn niet meer noodig. Dat bij onderlinge doorkruising golfberg en golfdal van verschillende golven elkander nivelleeren kunnen behoeft geen betoog. — Een rij spijkers op een lat levert een reeks centra. De golfjes vloeien in het eind samen tot een enkele golf, des te eerder naarmate er meer spijkers, en dichter bij elkander, op het latje zitten. In de grens: de golf van het latje zelf afkomstig is al dadelijk recht en blijft zoo bij de voortplanting. — Met een cirkelvormig gebogen reep zink waarin een spleetopening is, laat men zien wat een secundaire golf is. De spleet laat van de uit het middelpunt der zinkreep uitgaande primaire golf een klein secundair golfje door, dat zich wederom cirkelvormig uitbreidt. Met een dergelijke zinkreep, die een groot aantal spleten heeft, demonstreert men de samenstelling van de secundaire golfjes tot hun omhullende als de voortzetting van het primaire golffront.

Nadat de jongelui dit alles voor oogen gehad hebben, is het een lichte moeite voor hen, met den passer de constructies van Huygens op papier uit te voeren. Hierin moeten zij zich dan ook herhaaldelijk oefenen.

Als theorie volgt nu de definitie van een „straal”: de verbindingslijn van secundaire centra met de raakpunten der betrokken secundaire golfjes aan de gemeenschappelijke omhullende. Een onmiddellijke consequentie uit de constructie van Huygens is nu aan de orde: het principe van Fermat: de weg, dien de straal volgt tusschen twee van zijn punten, is de naaste, wat den benodigden tijd betreft. Immers, indien men tusschen die twee punten een anderen weg volgt, dan moet men onvermijdelijk wel eens van een secundair centrum gaan naar een ander punt der omhullende dan het raakpunt met de secundaire golf, die bij het centrum behoort, en daarvoor is langer tijd noodig.

Na deze theoretische uitweiding haasten wij ons terug tot den golfbak. Bij de terugkaatsing van een cirkelgolf tegen een rechten wand ziet ieder dadelijk dat het centrum der teruggekaatste golf net zoo ver achter den wand ligt als het primaire centrum ervoor. Door een constructie op papier moet de klas dit verifiëren. De conclusie aangaande de spiegelingswet voor een straal ligt voor de hand. Deze wordt ook nog eens expresselijk geverifieerd door een experiment over de terugkaatsing van een rechte golf.

Dat hierbij de stelling van Fermat geldt, wordt gemakkelijk bewezen.

De inleiding van de terugkaatsing tegen een gekromden wand geschiedt het beste bij wijze van denkoefening als een toepassing van de stelling van Fermat.

Indien men eens een wand kon construeeren zoodanig, dat voor alle wegen, die via dien wand van één punt naar een tweede gaan, even veel tijd noodig is, welken weg zal dan de straal gaan? Geen van de wegen heeft iets voor boven de andere; er zal langs elk van hen een straal gaan. Alle secundaire golven die van punten van den wand gaan, zullen, indien de primaire golf van het eene punt uitging, tegelijkertijd in het andere punt aankomen.

Welken vorm moet de wand hebben om dit te verwezenlijken? Het is de ellips, welker punten tot de twee gegeven punten afstanden hebben met constante som. Wij buigen dus een zinkreep in

lijkt een meetkundige uitweiding te geven. Het zal nl. noodig zijn, een overgang te maken van een ellips tot een parabool, door het in het oneindige verdwijnen van een der brandpunten, en vervolgens van de parabool tot een hyperbool. De laatste overgang is het gemakkelijkst, indien men den richtcirkel mee in de beschouwing betreft en er de aandacht op vestigt, hoe deze bij den overgang van ellips tot parabool en hyperbool verandert.

Deze overgangen zijn daarom noodig, omdat men ook de gevallen bespreken moet, waarin van een reëel lichtpunt niet een reëel beeldpunt gevormd wordt in het eindige, maar in het oneindige, door een parabolischen spiegel, of een virtueel beeldpunt gevormd wordt, door een hyperbolischen spiegel.

M.i. zijn de eenvoudige meetkundige eigenschappen, waar het op aan komt, volstrekt niet te moeilijk, en fraai, leerzaam en interessant. De definities van deze krommen als meetkundige plaatsen van punten, voor welke de som of het verschil der afstanden tot twee vaste punten of wel tot een vast punt en een vaste richtlijn, constant is, geven meteen de manier aan, waarop zij geteekend kunnen worden.

Want nu komt het er op aan, dat voor de verschillende gevallen de constructie van Huygens met den passer wordt uitgevoerd, en dat aldus, afgezien nog van een gemakkelijk bewijs dat het zoo zijn moet, praktisch gevonden wordt de terugkaatsing van een cirkelvormige golf als een cirkelvormige golf.

Bij deze teekeningen (vgl. fig. 1, 2, 3) moet men opmerkzaam maken op een eigenschap, die zonder meer evident is, uit de constructie van Huygens zelf, deze n.l., dat het terugkaatsende oppervlak ten allen tijde ligt juist halverwege tusschen het teruggekaatste golf-front en de plaats die het invallende golf-front zou hebben indien het ongestoord was doorgeloopt, indien men dat „halverwege” afmeet langs den straal.

Tot dusver was er slechts sprake van een rigoureuse punt-als-punt-afbeelding. Echter heeft men in werkelijkheid meestal te maken met iets anders. Slechts in het geval van een spiegelteleskoop en van een zoeklicht werkt men met een parabolischen spiegel. Overigens heeft men het meest te maken met bolvormige spiegels. Deze kunnen geen exacte afbeelding van een punt in een punt geven; slechts bij benadering is een ellipsoidaal oppervlak te

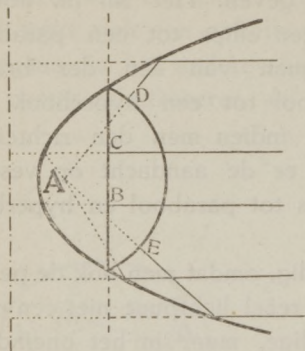


Fig. 2. Een rechte golf, die langs de as naar binnenloopt, trekt zich na **terugkaatsing tegen de parabool** samen in het brandpunt A, dat bereikt zal worden op het oogenblik, dat de primaire golf de geteekende richtlijn van de parabool bereikt zou hebben. De van den wand komende secundaire golfjes zijn uit de teekening weggelaten.

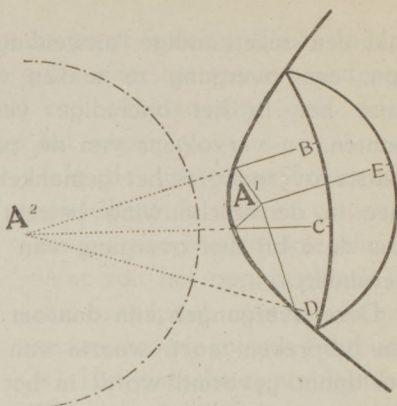


Fig. 3. Een golf uit het brandpunt A¹ gaat na **terugkaatsing tegen de hyperbool** verder als een golf, concentrisch met den geteekenden richtcirkel om het andere brandpunt A², met een straal zooveel grooter dan die van den richtcirkel als de primaire golf zich van A¹ verwijderd heeft. De van den wand komende secundaire golfjes zijn uit de teekening weggelaten.

benaderen door een bol. Er moeten dus in de afbeelding van een punt fouten ontstaan. Deze bespreken wij later afzonderlijk. Voorloopig moeten wij met een kleine onnauwkeurigheid genoegen nemen, zij het dan onder voorbehoud van later deze onnauwkeurigheid nader onder de oogen te zien.

De belooning voor deze inschikkelijkheid ligt hierin, dat nu een en dezelfde bolspiegel in verschillende gevallen dienst kan doen als benadering van een ellipsoidalen, parabolischen of hyperbolischen spiegel. Dit wordt in den golfbak weer gedemonstreerd. Een rond gebogen zinkreep wordt in den bak gezet. Het golfcentrum wordt achtereenvolgens op verschillende afstanden van de reep gekozen. Is het zoo ver weg, dat de teruggekaatste golf convergeert, dan fungeert de reep als stuk van een elliptischen wand, is de teruggekaatste golf recht, dan fungeert hij als parabool, en blijft tenslotte de golf na terugkaatsing divergeeren, dan is de wand op te vatten als een benadering van een hyperbool.

Wij zijn nu genaderd tot de beeldvormingsformule

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R}$$

waarin p en q den voorwerps-, resp. beeldsafstand beteekenen, en R de kromtestraal van den spiegel.

Ik acht het wenschelijk, dat deze formule van den beginne af aan, dus ook reeds op den eersten trap van het onderwijs, anders gelezen wordt dan als de som van omgekeerde afstanden, die gelijk is aan den omgekeerden brandpuntsafstand. Een omgekeerde afstand is physisch gesproken een onding. Men voelt dit, wanneer de kinderen naievelijk opdreunen: „een p -de plus een q -de is...” enz. Wat een holle spiegel doet, is evenwijdige lichtbundels convergent maken. Zijn vermogen is, aan een lichtbundel een zekere convergentie te geven. De physische beteekenis van een spiegel is zijn convergeerend vermogen, niet zijn omgekeerde brandpuntsafstand. Volkomen terecht heeft dan ook de sterkte van een spiegel een eigen eenheid waarin ze kan worden uitgedrukt: de dioptrie. Al dadelijk bij de eerste behandeling der optica krijgen de leerlingen dus te leeren, wat de convergentie van een lichtbundel is. De maat voor de convergentie wordt gevonden met behulp van den nog te doorloopen afstand tot het convergentiecentrum, hoe grooter afstand, des te zwakker conventie. Als maat wordt genomen het omgekeerde van den afstand. De beeldvormingsformule luidt dus: *de convergentie van een invallenden lichtbundel neemt bij de terugkaatsing toe met het bedrag van het convergeerend vermogen des spiegels*. Een divergeerende bundel heeft natuurlijk een negatieve convergentie. Eigenlijk is de formule dus

$$\frac{1}{q} - \frac{(-1)}{p} = C.$$

Hoevéél het convergeerend vermogen van den hollen spiegel bedraagt, moet nu worden afgeleid.

Bij de golftheorie heeft men onmiddellijk een aanschouwelijke voorstelling van de convergentie van een lichtbundel: het is de kromming van het golffront. Positief, wanneer het krommingscentrum ligt aan den kant waar de golf heen loopt. Negatief in het andere geval.

Uit de planimetrie moet nu een hulpstelling gebruikt worden, de bekende, die zegt, dat de halve koorde middenevenredig is tusschen den pijl op dien koorde en het overblijvende stuk van de middellijn, die de koorde halveert.

Een moeilijk punt is, de klas ertoe te bewegen vrede te nemen met de substitutie van de middellijn zelf voor de bedoelde rest,

middellijn minus pijl. Een beroep op de onnauwkeurigheid der benadering van de ellips door een cirkel, indien niet de kromtestraal groot is vergeleken bij de in aanmerking komende koorden, en a fortiori vergeleken bij de pijlen, en de verzekering dat later de fouten onder het mes zullen komen is hier op zijn plaats.

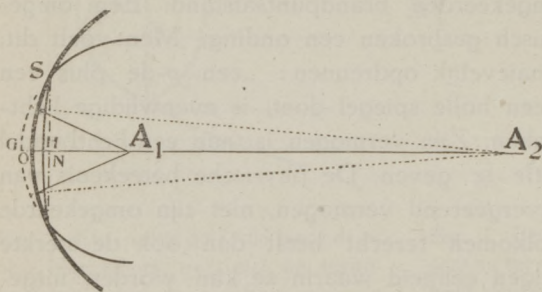


Fig. 4. Beeldvorming door hollen spiegel. Volgens Huygens moeten de lichtwegen OH en OG gelijk zijn, dus:

$NG - NO = NO - NH$, $\therefore NG + NH = 2NO$, of bij benadering:

$$\frac{NS^2}{p} + \frac{NS^2}{q} = 2 \frac{NS^2}{R},$$

indien p en q de afstanden van A_1 en A_2 tot den spiegel voorstellen en R diens straal.

Maar dan volgt ook onmiddellijk de beeldvormings-formule uit de figuur, en men kan opmerken dat de uitkomst heel bevredigend is. Immers er staat dat de kromming van den spiegel het gemiddelde is van de krommingen van invallend en teruggekaatst golffront, en dat laat zich hooren, daar reeds aange- teekend werd, dat

steeds het spiegeloppervlak halverwege die twee golffronten inligt.

Wanneer wij een model bekijken van een omwentelingsellipsoïde met twee brandpunten, en wij letten op een meridiaan, dan merken wij, dat de kromming afneemt naarmate wij verder van de toppen afkomen. Voorts is ook de kromming van het oppervlak in de richting van een meridiaan steeds kleiner dan de kromming in een richting loodrecht daarop.

Wat beteekent dit voor de benaderingsfout, indien wij een deel van de ellipsoïde gaan vervangen door een benaderend boloppervlak?

Indien wij te maken hebben met den top der ellipsoïde dan zal de bolspiegel, die in den top raakt, bij verwijdering van het raakpunt meer en meer binnen de ellipsoïde vallen. De rand van den bolspiegel convergeert dus sterker dan het de ideale spiegel doet. Dit geeft de *spherische aberratie*.

Indien de lichtbundel scheef op den bolspiegel valt, dan behoort de spiegel een deel van de ellipsoïde te benaderen, dat meer naar

den equator toe ligt. Maar daar heeft de ellipsoïde in de eene richting (meridiaan) een kleinere kromming dan in de andere richting dwars daarop. Indien de bolspiegel een kromming heeft die van deze beide krommingen een gemiddelde is, dan zal hij dus in de eene richting het golffront een te groote convergentie geven, in de andere richting een te kleine. Men krijgt dan een *astigmatische* golf. Na deze theorie worden astigmatische lichtbundels en afbeeldingen gedemonstreerd.

Wanneer wij nu tot de *lichtbreking* overgaan, tot den overgang van een golf uit de eene in een andere middenstof, dan missen wij den steun van een gemakkelijke demonstratie met den golfbak. Daartegenover staat, dat de klas al heel wat meer vertrouwd is met de golfideeën. Tegen de constructies met den passer op papier, waarmee wij ons noodgedwongen moeten behelpen, behoeft dus geen overwegend bezwaar meer te bestaan.

Wat wordt er van een cirkelvormige golf bij de passeering van een rechte scheidinglijn tusschen twee media waarin de voortplantingssnelheid een verschillende is? Het cirkelronde gaat verloren. Wat wordt er van een rechte golf in hetzelfde geval? Weer een rechte golf. Nu toont men de beteekenis die de brekingsindex heeft als verhouding van de voortplantingssnelheden in de twee media. Ik glijd hierover heen, omdat het zeer bekende zaken zijn.

Slechts hecht ik eraan, dat nog eens expliciet wordt nagegaan, hoe het hier staat met de stelling van Fermat. Het bewijs is uiterst eenvoudig, als men maar bedenkt, dat de tijden dezelfde zijn voor alle stralen die evenwijdig naast elkander loopen van een golffront in een stand voor de breking naar een stand van dezelfde golf na de breking.

De stelling van Fermat geeft nu aanleiding tot het invoeren van de „optische weglengte”: een eind weegs (l) vermenigvuldigd met den brekingsindex van het medium (n); deze optische weglengten zijn namelijk in constante verhouding tot de lichttijden.

Wij herhalen thans dezelfde denkoefening als daareven. Is het mogelijk, dat een oppervlak twee media dusdanig scheidt, dat alle wegen van een punt aan den eenen kant naar een punt aan den anderen kant dezelfde optische lengte hebben? Dit oppervlak zal de meetkundige plaats zijn van de punten, voor welke

$$n_1 l_1 + n_2 l_2 = \text{const.}$$

Zulk een oppervlak is te construeeren.

Welken weg zal nu een lichtstraal van het eene punt naar het andere kiezen? Alle wegen zijn even lang. Langs alle punten van het oppervlak kan dus een lichtstraal van het eene punt naar het andere komen. Het oppervlak geeft dus een afbeelding van het punt als punt.

Wij kunnen echter in den regel niet met dergelijke oppervlakken streng nauwkeurig werken. Wij moeten ons weer vergenoegen met een benadering door een boloppervlak. Verwezenlijken kunnen wij het geval, door een horlogeglas vol water boven den waterspiegel uit te laten steken, op de manier van den dooier van een spiegelei, bollen kant naar boven. Is de watertrog een beetje diep, en het water fluoresceerend gemaakt, dan kan men heel mooi een lichtbundel tot het beeldpunt zien convergeeren.

Hoe luidt nu de beeldvormingsformule? Zal het weer zóó zijn dat het oppervlak convergeerend vermogen heeft, en de convergentie van een invallenden bundel bij het doorlaten vergroot met het bedrag van dat vermogen?

De reeds genoemde hulpstelling leidt dadelijk tot het doel. De optische weglengte van A_1 af (fig. 5) is voor de golf hetzelfde, onverschillig of ze ongestoord door zou geloopt zijn, of, gelijk thans, door het brekend oppervlak gedeformeerd. Dus lezen wij uit de figuur af, dat

$$n_1 ME = n_2 MD,$$

dus

$$n_1 (MN + NE) = n_2 (MN - DN).$$

Een kleine herleiding levert bij benadering, als $A_1 M = p$ en $MA_2 = q$:

$$\frac{n_2}{q} = \frac{-n_1}{p} + \frac{(n_2 - n_1)}{R}.$$

Dit kan men precies zoo lezen als wij reeds bij den spiegel deden, indien men voor de convergentie van een lichtbundel neemt, bij een kromtestraal $r : n/r$, positief wanneer het krommingscentrum ligt aan de kant waar de golf heenloopt.

Het convergeerend vermogen van een gekromd brekend oppervlak blijkt dus te zijn

$$\frac{(n_2 - n_1)}{R},$$

en men heeft R positief te rekenen, indien het krommingsmiddelpunt ligt in de middenstof met index n_2 .

Schrijft men voor $A_1 M$ en MA_2 inplaats van p en q , conform

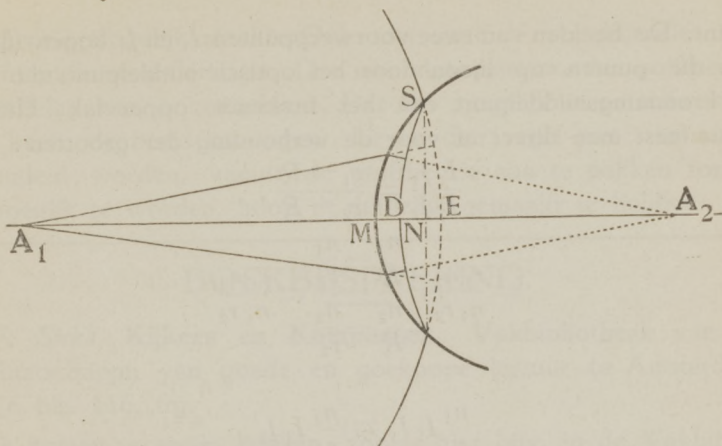


Fig. 5. Beeldvorming door bolvormig brekend oppervlak. De invallende golf SE uit A_1 , wordt bij doorgang door SM gedeformeerd tot SD convergeerend naar A_2 . Volgens Huygens moet de optische weglengte van MD gelijk zijn aan die van een in het linker medium gelegen eind ME . Zie verder den tekst.

de afspraak $-r_1$ en r_2 , dan kan men nog even noteeren, dat de beeldvormingsformule behelst:

$$\frac{n_1}{r_1} - \frac{n_1}{R} = \frac{n_2}{r_2} - \frac{n_2}{R}.$$

Het zou voor de hand liggen om hiervan de physische betekenis onder woorden te brengen, maar daar moet men de leerlingen niet verder lastig mee vallen. Ik merk hierbij op, dat uit de maat, die wij hier voor de convergentie vinden: n/r , weer blijkt, dat de convergentie niet is het omgekeerde van een afstand. Want evenals wij alle afstanden, om ze in optische maat te meten, met n moeten vermenigvuldigen, zou hier de omgekeerde optische afstand leveren $1/nr$. Veeleer wordt de convergentie van het golffront gemeten door den *pijl*: men zou kunnen zeggen bijv. den *pijl* of den dubbelen *pijl*, behoorende bij een koorde van .2 cm. Deze *pijl*, in optische maat, is de convergentie.

Dit begrip der convergentie van een lichtbundel speelt ook nog een nuttige rol bij het aangeven der vergrooting bij de beeldvorming door een brekend oppervlak. Immers de grootten van voorwerp en beeld zijn omgekeerd evenredig met de convergenties der lichtbundels vlak voor en vlak na het brekend oppervlak. Dit is de betrekking van Lagrange in iets gewijzigden vorm. Men leidt de formule het gemakkelijkst af, indien men de lichtbundels convergent laat invallen, en dus met een virtueel voorwerp

begint. De beelden van twee voorwerppunten I_1 en J_1 liggen (fig. 6) met die punten op lijnen door het optisch middelpunt, d.i. hier het krommingsmiddelpunt van het brekende oppervlak. Uit de figuur leest men direct af voor de verhouding der grootten :

$$\begin{aligned} \frac{I_1 J_1}{I_2 J_2} &= \frac{r_1 - R}{r_2 - R}, \\ &= \frac{r_1 n_2}{n_1 r_2} \cdot \frac{\frac{n_1}{R} - \frac{n_1}{r_1}}{\frac{n_2}{R} - \frac{n_2}{r_2}} = \frac{r_1 n_2}{n_1 r_2}, \end{aligned}$$

dus

$$\frac{n_1}{r_1} I_1 J_1 = \frac{n_2}{r_2} I_2 J_2,$$

hetgeen onze bewering was.

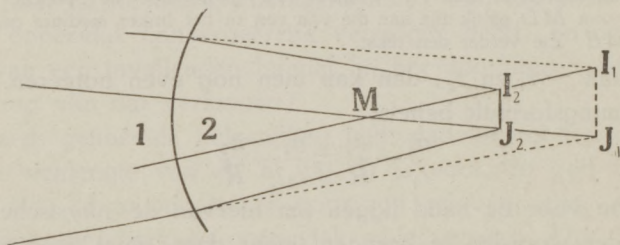


Fig. 6. Van het virtuele voorwerp $I_1 J_1$ wordt, ($n_2 > n_1$), een reël verkleind beeld $I_2 J_2$ gevormd. De kromtestraal van het brekend oppervlak is R , de afstanden van I_1 en I_2 tot het brekend oppervlak, langs de normaal $I_1 I_2$ gemeten, zijn r_1 en r_2 .

Het valt natuurlijk gemakkelijk om het convergeerend vermogen van een lens, en wat daarbij hoort, te behandelen als de som van de convergeerende vermogens van de twee oppervlakken.

Van de betrekkingen die voor een enkel brekend oppervlak gelden kan men plezier hebben indien men komt aan de beeldvorming door den glazen wand van een aquarium, of door de media van het oog, en de vergrootingsformule kan men, behalve in de gewone gevallen van kijkers enz., nog goed te pas brengen als men het bij het microscoop hebben wil over het voordeel van de immersie van het object.

Ik zal het hierbij laten, en niet meer spreken over de ongedwongen behandeling van de atmosferische straalbreking, die de

golftheorie mogelijk maakt. Ook niet over de verschijnselen van interferentie en polarisatie. Dat men deze niet zonder golftheorie behandelen kan, is zonneklaar. Dat het mogelijk is, en zelfs voordeel heeft, de beeldvormingen, die in den regel met stralenloop behandeld worden, vanuit de golftheorie aan te pakken zonder te moeilijk te worden, hoop ik duidelijk gemaakt te hebben.

BOEKBESPREKING.

J. F. Sirks. Kijkers en Kompassen. Vakbibliotheek van de Maatschappij van goede en goekoope lectuur te Amsterdam. 176 blz. 116. fig.

Er komen in series boeken, zooals hier bijv. in de Vakbibliotheek uitgegeven worden, en die voor het grootste deel niet direct van belang zijn voor de lezers van ons tijdschrift, wel eens enkele nummers voor, die de belangstelling onzer lezers waard zijn. Zoo is dit het geval met het bovengenoemde werkje, dat als No. 29 in genoemde bibliotheek is verschenen en waarmede ik met veel genoegen heb kennisgemaakt. Geschreven door deskundige hand, (Dr. Sirks is verificateur van 's Rijks Zee-instrumenten) munt het uit door een heldere uiteenzetting.

Zonder dat alle formules, die er in voorkomen afgeleid worden, wat in een populair gehouden uiteenzetting niet te verwachten en in 't algemeen ook niet wenschelijk is, worden zij door geschikt gekozen getallenvoorbeelden toegelicht, zoodat zij ook voor den niet-vakkundige goed te begrijpen zijn. De vele schematische teekeningen zijn duidelijk en hetzelfde kan van de meeste afbeeldingen van instrumenten ook wel gezegd worden. Alleen fig. 75 is onvoldoende en bij fig. 57 zijn de letters, die met den tekst correspondeeren, vergeten. Deze opmerking alleen, opdat bij een nieuwen druk, die zich zeker wel niet lang zal laten wachten, daarmede rekening kan worden gehouden.

Want dat ik zoo spoedig een nieuwen druk verwacht, spruit daaruit voort, dat de rijke inhoud en de geringe prijs dit boekje wel in vele handen zal brengen.

Nadat eerst een 30-tal bladzijden gewijd wordt aan de terugkaatsing en breking aan platte en bolvormige vlakken en de lenzen met hunne voornaamste afwijkingen zijn behandeld (alles aan voorbeelden toegelicht), worden achtereenvolgens besproken de Astronomische, de Hollandsche, de lange (in onze leerboeken aardsche

genoemd) en de prismakijker. Naast de gewone zaken, die men in andere boeken ook vindt, wordt hier ook de aandacht gevestigd op de helderheid, lichtverlies, schijnbaar en waar gezichtsveld enz. Een tabel met gegevens omtrent verschillende kijkers besluit dit gedeelte.

Daarna worden uitvoerig behandeld de sectanten en de afstandsmeters. Daar deze laatste slechts in buitenlandsche werken worden besproken, is deze uitvoerige behandeling zeer welkom.

Het laatste gedeelte behandelt de kompassen.

Na eerst weer het aardmagnetisme en de bepaling van zijn elementen te hebben besproken, wordt het magnetisch kompas uitvoerig behandeld en krijgt men duidelijk uiteengezet verschillende afwijkingen, veroorzaakt door het scheepsmagnetisme, de fout-formule en de wijze waarop fouten worden bepaald.

De beide laatste hoofdstukken behandelen uitvoerig het tolkompas. Eerst het theoretische gedeelte, waarin tollen met drie en twee vrijheidsgraden worden besproken, om dan het gedrag van het Auschütz-kompas, zoowel op den aequator en op de polen als op willekeurige breedte na te gaan.

Het laatste hoofdstuk geeft dan, na deze theoretische uiteenzetting, de geheele inrichting van het tolkompas, zoowel het moederkompas als de dochterkompassen.

Het geheel is prettig duidelijk geschreven, en allerlei historische bijzonderheden wisselen de uiteenzettingen af.

Ik kan dus niet anders doen dan ieder die zich voor deze onderwerpen interesseert, het werkje van Dr. Sirks warm aanbevelen.
v. L.

Ph. Kohnstamm. Over Natuurwetten, Wetmatigheid en Determinisme. Overdruk-uitgaaf Onze Eeuw: No. 5, Bohn, 1921, Haarlem.

De strijd tusschen de filosofen Heymans en Husserl over de vraag of de logische wetten natuurwetten dan wel normen van het denken zijn, was voor Prof. Kohnstamm een aanleiding om het begrip natuurwet aan een nauwkeurige analyse te onderwerpen.

Schrijver komt daarbij tot de slotsom, dat de logische wetten in karakter overeenkomen met empirische wetten zooals de wet van Boyle. Beide zijn ontstaan door idealiseering van overeenkomstige verschijnselen. Aan den anderen kant definiëren zij ideale verschijnselen, die een maat zijn voor de reële verschijnselen, waaruit zij zijn ontstaan.

Met behulp van deze opvatting wordt het juiste uit de meeningen van beide filosofen naar voren gebracht.

Voortgaande komt schrijver tot een tweetal tweeledige indeelingen van de natuurwetten.

Allereerst bestaan er ideale benaderingsregels, als de wet van Boyle, tegenover „ijzeren natuurwetten”, als de wet van het behoud van arbeidsvermogen. Het bestaan van wetten, behoorend tot deze laatste groep is hypothetisch; de mogelijkheid blijft steeds bestaan, dat zij overgaan tot de eerste groep, zooals dit het geval is geweest met het parallelogram van snelheden

De tweede indeeling heeft tot kenmerk de al of niet bepaaldheid van een systeem ten opzichte van de aangenomen wetten. Vandaar de groep der vrijheidbeperkende wetten tegenover determineerende wettenssystemen. Zoo beperkt de wet van het behoud van arbeidsvermogen de bewegingsmogelijkheden van een planeet om de zon, de wetten van de klassieke mechanica determineeren de beweging, zodra de begintoestand gegeven is.

De mogelijkheid om met behulp van een stelsel „ijzeren en determineerende natuurwetten” elk gebeuren te voorspellen (de fictie van een Laplaciaanschen geest) ontkent schrijver ten sterkste, waarbij hij er met nadruk op wijst, dat deze bewering geenszins een mindere waardeering der natuurwetenschappen in zich sluit. Integendeel, de natuurwetenschap, voorgelicht door de wiskunde, ontwikkelt zich op een breedere basis, waarbij een onberekenbare wereldlijn niet alleen als mogelijk, maar reeds als waarschijnlijk aanvaard wordt.

Onder een berekenbare wereldlijn verstaat men een wereldlijn, waarvoor een ijzeren determineerend wettenstelsel bestaat, met behulp waarvan zij, bij gegeven beginwaarden, exact berekend kan worden.

Bij een onberekenbare wereldlijn vereischt de beschrijving meerdere constanten, die niet synchroon zijn. Volgens Bolk e.a. is dit b.v. karakteristiek voor een wetenschap als de morphologie.

Zoo vormt het laatste gedeelte van deze brochure een betoog voor de stelling, dat het determinisme voor de natuurwetenschappen niet noodzakelijk is en dat de Laplaciaansche geest, in afwijking van de meeningen van Kant en Dubois-Reymond niet indientiek is met den wetenschappelijken geest.

N. R. Cambell. Physics. The elements. Cambridge University press. 1920.

De Schrijver geeft in dit boek een uiteenzetting en kritiek van wat hij noemt „the elements” der physische wetenschap, d.i. van de voornaamste wetten en beschouwingswijzen, die aan den opbouw der wetenschap ten grondslag liggen of bij dien opbouw gebruikt worden. Men zou geneigd zijn te zeggen, dat hij het over de philosophische of nog beter over de kentheoretische grondslagen der physica had, ware het niet dat de schrijver zelf deze qualificatie liever zou afwijzen. „If anyone chooses to call them metaphysical, there is nothing to prevent him”, verklaart hij op pag. 10 der inleiding, maar hij zelf beschouwt zijn overwegingen toch liever als „scientific”, welk woord volgens hem zoowat het tegengestelde schijnt te beteekenen van de woorden „philosophical” of „metaphysical”. Deze laatste woorden schijnen volgens hem vrijwel synoniem te zijn. De beoefenaars der philosophie hebben schrijvers sympathie niet: „Because philosophers have talked nonsense (as it seems to us) about space and time, there is no reason why we should follow their example.” (pag 9).

Ik citeer deze uitspraken uit de „introduction”, omdat zij mij ominieus voor het boek schijnen te zijn. De schrijver heeft ongetwijfeld philosophische belangstelling, maar hij heeft blijkbaar verkeerd in een omgeving, waarin „scientific” (science beteekent in het Engelsch natuurwetenschap) synoniem met verlicht en „philosophical” of „methaphysical” synoniem met obscurant beteekent. En ofschoon hij zoo nu en dan van een ander inzicht blijk geeft — „we are all metaphysicians, physicists included. We are all interested in problems which the metaphysician attempts to solve” (pag. 12) — heeft dit hem toch verhinderd een stelselmatige en onbevooroordeelde studie der kennisleer te maken.

Wel heeft hij de werken van Mill gelezen en daardoor zijn gedeelten van het boek te eenzijdig aan de bestrijding van diens denkbeelden gewijd. „Doubtless nowadays the views of Mill are completely discredited, and he is regarded as an awful warning to those who would pronounce sweeping judgments about science without studying it themselves, etc.”, verklaart Campbell te recht. Maar hij is zich niet bewust geworden, dat het even gevaarlijk is „sweeping judgments” uit te spreken over de kentheoretische grondslagen eener wetenschap zonder de kennisleer grondig bestudeerd te hebben. De gevolgen hiervan liggen voor de

hand. De schrijver heeft genoeg over de onderwerpen, die hij bespreekt, nagedacht om er herhaaldelijk aardige en juiste opmerkingen over te maken: de hoofdstukken over „physical theories” b.v. hebben mij zeer aangetrokken. Maar elders staat hij overdreven lang stil bij algemeen bekende zaken, zonder nog tot op den grond der problemen door te dringen.

Ik moet erkennen niet het geheele boek (560 pag. 17 bij 26 cm.!) doorgelezen te hebben. Ik weet dus niet of mijn boven uitgesproken oordeel op alle gedeelten van toepassing is; maar ik wil het door het volgende voorbeeld toelichten. Campbell spreekt over natuurwetten en gebruikt daarbij vele pagina's om te motiveeren, waarom hij „silver smelt bij 9600” *wel* voor een „law” houdt en een stelling als: „kwartjes zijn van silver” *niet*. Uitvoerig ook bestrijdt hij de meening van Mill, dat natuurwetten „causal relations” zullen zijn. Immers causale wetten zijn asymmetrisch: wij mogen oorzaak en gevolg niet verwisselen; en het gevolg komt na de oorzaak en niet omgekeerd. Nemen wij de wet van Hooke, dan vinden wij daarin volgens Campbell geen „causal relation”. Want volgens hem zegt de wet van Hooke, dat uitrekking en kracht evenredig zijn. Deze twee dingen komen nu wel steeds tezamen voor, zegt hij, maar men kan niet zeggen of de kracht het gevolg is van de uitrekking of andersom. Ook komt de een niet na de ander maar zij zijn tegelijkertijd aanwezig. Campbell bekijkt het geval nog van allerlei kanten en wijdt er vele pagina's aan, maar kan er niets causaals ontdekken. M.i. komt dit, doordat hij de wet verkeerd formuleert. De formuleering moet m.i. niet luiden: „Voor ieder lichaam is er een constante ε zoodanig, dat $k = \varepsilon l$ ” (k = kracht l = uitrekking), maar: „Voor ieder lichaam is er een constante ε zoodanig, dat er geen verandering optreedt, wanneer $k - \varepsilon l = 0$. Is $k - \varepsilon l > 0$ dan treedt er een verlenging op, is $k - \varepsilon l < 0$ dan een verkorting.”

Niet k is een gevolg van l of omgekeerd, maar een later optredende grootere of kleinere waarde van l is het gevolg van het teken van $k - \varepsilon l$. Dat de wet, zoo geformuleerd, slechts bij benadering geldt, en dan nog slechts wanneer k tusschen bepaalde grenzen ligt en er geen merkbare kinetische energie aanwezig is, doet hier niet ter zake. De hoofdzaak is, dat men de wet wel degelijk zoo kan, en m.i. moet opvatten, dat het ongetwijfeld een causale wet wordt. En hetzelfde geldt voor de andere door Campbell genoemde voorbeelden.

Ik wil hiermee niet zeggen, dat *alles* wat in de natuurkunde als wet bekend staat, als causale wet moet opgevat worden, maar wel dat men, wanneer men hieromtrent een meening wil vormen aan het boek van Campbell niet veel heeft. Veel belangrijker denkbeelden hierover kan men vinden in een artikel van Kohnstamm in het najaar van 1921 in „Onze Eeuw” verschenen.

J. D. v. d. W. Jr.

Pierre Humbert. Introduction à l'étude des fonctions elliptiques.

38 blz. — J. Herman, Paris 1922. — 3 fr.

Het doel van dit eenvoudig geschreven boekje is om de hoofdlijnen van de theorie der elliptische funkties in enkele korte trekken te schetsen.

Tot uitgangspunt dient de lijnintegraal van Cauchy, met enkele daarmee samenhangende stellingen. Hiermee bereikt de schrijver een nauwe aansluiting met de kennis, welke men van iemand, die met de studie van de elliptische funkties begint, mag verwachten en voorkomt hij den overstelpenden indruk, welke het gebruik van oneindige reeksen en produkten voor den beginner steeds heeft.

Als inleiding gaat de bespreking van den integraal

$$\int_0^z \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} = u = bg \sin z,$$

met de omgekeerde funktie $z = \sin u$ vooraf. Een enkele eigenschap, zooals het bestaan van een periode, wordt uit den integraal afgeleid. Nadat op dit bekende terrein de methode duidelijk is gemaakt wordt deze toegepast op den integraal

$$u = \omega_1 + \int_{e_1}^z \frac{dz}{\sqrt{4z^3 - g_2z - g_3}},$$

en worden de eigenschappen van de funktie $z = P(u)$ afgeleid.

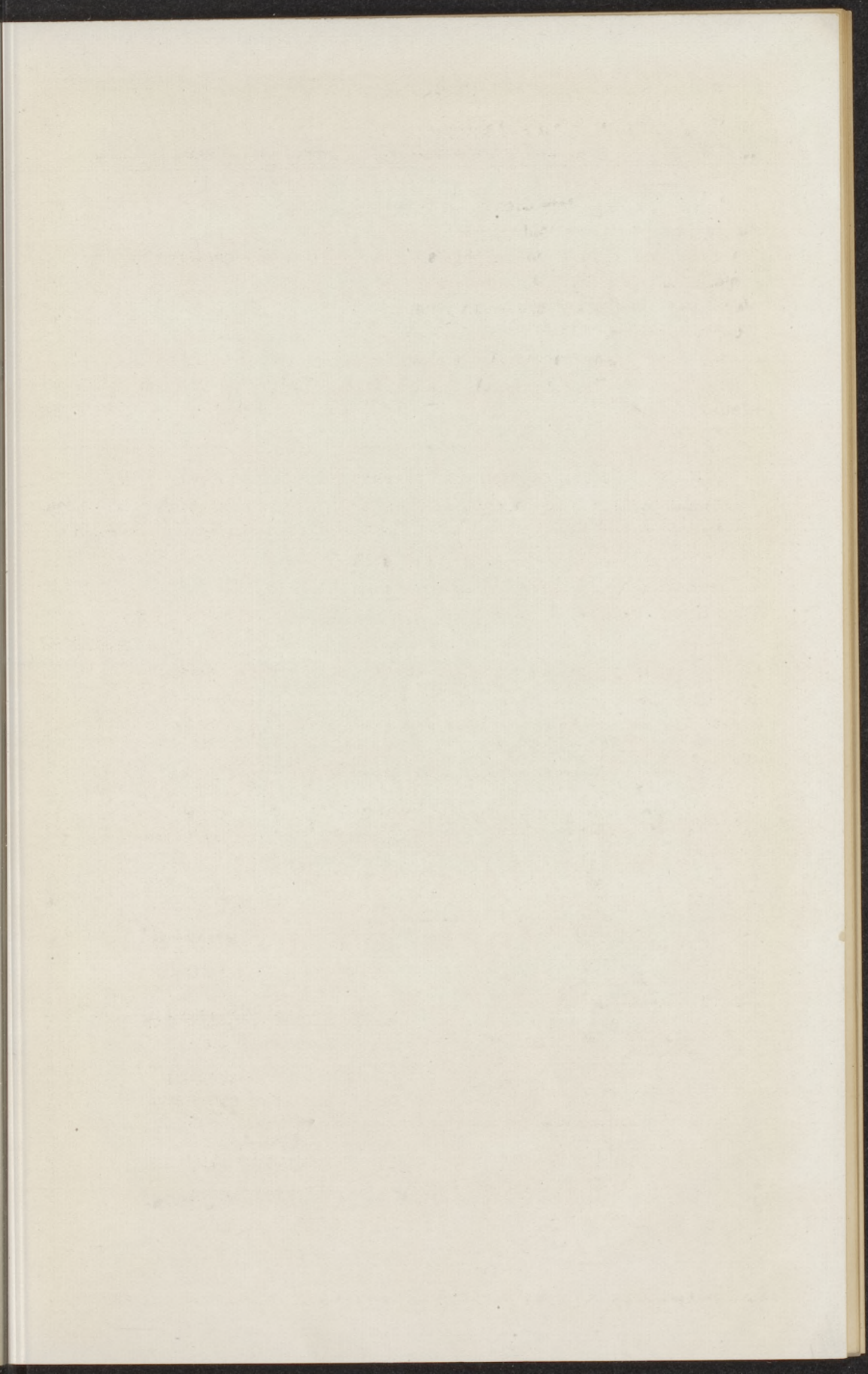
In het tweede hoofdstuk worden de algemeene eigenschappen van de elliptische funkties besproken en vervolgens in het derde hoofdstuk de funkties van Weierstrass.

Ten slotte wordt de bruikbaarheid van de elliptische funkties even aangeduid en op de verdere ontwikkeling van de theorie gewezen (moduul- en automorphe funkties.)

Een kleine onjuistheid op blz. 31 zal de lezer gemakkelijk kunnen verbeteren.

Waarschijnlijk zal dit boekje van nog geen veertig bladzijden velen een grooten dienst kunnen bewijzen.

v. d. V.





H. HAGA.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

SEPTEMBER 1922

NUMMER 9.

H. HAGA.

Het einde van den academischen cursus 1921—'22 bracht de loopbaan van Dr. H. Haga als hoogleeraar voor de natuurkunde te Groningen tot afsluiting. Wie den jeugdigen zeventigjarige na dien tijd in zijn nieuwe woonplaats, te Zeist, heeft mogen zien, moet voor een oogenblik hebben getwijfeld aan de doelmatigheid van den regel, volgens welchen de 70-jarige hoogleeraar „propter ætatem immunis” zijn ambt nederlegt. Doch, doelmatig of niet, zeker doet deze regel uitkomen, hoe bevoorrecht Haga moet worden genoemd, nu hij op dezen leeftijd in het bezit van zijn volle gezondheid te midden van de zijnen zooveel rust kan nemen als hij verdient, zooveel arbeid kan aanvatten als hij verlangt.

Toen de vraag van de redactie van *Physica*, aan den aftredenden hoogleeraar een kort artikel te wijden, me bereikte, heeft de omstandigheid, dat ik van huis was en niet in de gelegenheid zou zijn, bijeen te zoeken, hetgeen noodig zijn zou om een eenigszins volledig beeld te geven van wat Haga voor de natuurkunde in Nederland heeft gedaan, me niet weerhouden, die uitnoodiging aan te nemen.

Het is gelukkig niet noodig, en het zal, naar we hopen en ook naar het zich laat aanzien, in langen tijd niet noodig zijn, dat in dit Tijdschrift een geordend overzicht wordt opgenomen van Haga's werk. Het zou zelfs daarvoor nu nog niet de tijd zijn; immers van de tweeledige taak van den hoogleeraar die deels op het gebied van het onderwijs ligt en deels op dat van het onderzoek, is alleen het eerste gedeelte afgesloten; want al laat zich een voortzetting van de onderzoekingen in het laboratorium niet verwachten, het is geenszins onwaarschijnlijk dat de in Groningen verzamelde ervaring op enkele punten nog tot verdere ontwikkeling komt.

Het geldt dus hier een afscheid dat we hebben te nemen van

den docent in de eerste plaats. Een afscheid daarom, dat vooral zijn leerlingen en zijn oud-leerlingen treft en het was de overweging, dat een ander bezwaarlijk in sterker mate zich leerling van Haga en alumnus van het Groningsch physisch laboratorium kan voelen dan schrijver dezes, die hem deed heenstappen over de bedenking, dat er zeker in den lande zijn, meer bevoegd om Haga als onderzoeker naar waarde te schatten.

Wanneer niettemin in hetgeen volgt deze beide zijden van den hoogleeraar niet streng worden uiteengehouden, dan is dat reeds daardoor te verklaren dat hij zelf, waar hij kon, ze zocht te verbinden. Naast den docent en den onderzoeker toch is in hem een derde functie belichaamd, die de beide andere hier en daar insluit en omvat, n.l. die van den organisator, die een beperkt doch rijk arbeidsveld vond binnen de wanden van zijn eigen schepping, van zijn laboratorium, dat nu dertig jaren oud doch nog geheel modern is: naar het uiterlijk sierlijk, van binnen mooi en warm aandoend, in zijn wezen iets als een kostbaarhedenschrijn.

Hetgeen voor mij de herinnering aan, en ook bij later terugzien telkens weer het beeld van dit gebouw iets zoo bijzonders geeft, is de geest van eenvoud en eerlijkheid — wellicht Haga's meest kenmerkende trekken —, die hij neerlegde, uitteraard in zijn eigen werk, en die hij overdroeg langs een weerstandloozen weg waarvan hij het geheim bezit, op het werk, dat door zijn leerlingen onder zijn leiding werd verricht.

Hij wist in veel gevallen de neigingen der kandidaten en doctorandi zóó te leiden dat ze in hun studie, in hun proefschriften vooral, niet geheel op zichzelf staande onderwerpen behandelden, doch zóó dat deze proefschriften aaneensloten en een min of meer gesloten geheel vormden. De onderzoekingen op het gebied der thermoëlectrische effecten, door Haga reeds in zijn vóór-Groningschen tijd, in Delft, aangevat, vormen daarvan een voorbeeld evenals die, welke betrekking hebben op de vaststelling van electrische standaardgrootheden. En de keuze dier onderwerpen zelf was geenszins een toevallige, doch deze wijst op twee eigenschappen, die in den leider van een instelling als deze van het grootste gewicht zijn, n.l. vastheid van lijn op het punt van een eenmaal aangevatten arbeid en daarnaast zin voor het economisch gebruik van de ten dienste staande middelen.

Het is dikwijls betwijfeld of het een gewenschte toestand mag worden genoemd, dat in ons land elk der Universiteiten een

volledig natuurkundig laboratorium bezit. En wanneer dit het geval was in dien zin, dat men in elk dier laboratoria geheel hetzelfde terugvond, dan zou die twijfel waarschijnlijk zeer gerechtvaardigd zijn. De toestand echter is een geheel andere. In andere richting dan het Leidsche, dan het Utrechtsche of het Amsterdamsche is het Groningsche laboratorium gespecialiseerd. Minder misschien door de daar aanwezige hulpmiddelen, dan door den opzet van den bouw zelve, die er in de eerste plaats op berekend was, nauwkeurige galvanometerwaarnemingen mogelijk te maken, hetgeen den eisch stelde van vastheid van opstelling en zooveel mogelijk afwezigheid van ijzer in het gebouw. Dat men later geleerd heeft in veel gevallen ook op minder hechten onderbouw met gevoelige galvanometers te werken, waarbij ook de onveranderlijkheid van het aardmagneetveld niet meer een zoo groote rol speelde, of dat althans voor een deel van het etmaal sinds een aantal jaren het aardmagneetveld door voorbijrijdende trams wordt gestoord, neemt niets weg van de verdienste van den ontwerper, die bereikte hetgeen hij zich voor oogen stelde en hetgeen nog steeds van onmiskkenbare waarde is.

In het gedenkboek *Academia Groningana* (1914) beschrijft Haga hoe hij in een kijker een beeld opving, afkomstig van een spiegel, bevestigd aan een magneet, welke aan een 1 m. langen cocondraad was opgehangen, kijker en lichtbron op $4\frac{1}{2}$ m. van den spiegel geplaatst, en hoe hij daarbij mocht constateeren, dat dit beeld volkomen rustig bleef, terwijl in een der dichtstbijzijnde muren met hamer en breekijzer een groot gat gehakt werd en ook toen in het vertrek zelf op den vloer of zelfs op den pijler, onmiddellijk naast den kijker gestampt of gesprongen werd, een en ander zoo dicht mogelijk bij de straat. Slechts zware vrachtwagens gaven een kleine niet hinderlijke trilling aan het spiegelbeeld. Bij ieder die Haga kent, moet deze beschrijving een duidelijk en vroolijk beeld oproepen. Hoezeer ook voor vakgenooten het in dit opzicht bereikte verrassend was, wordt gekarakteriseerd door een woord van van der Waals, den vader, dat ik eens in mijn assistentenjaren uit diens mond opving, toen hij na een bezoek aan Haga's werkkamer zeide, eindelijk een vast punt in de ruimte te hebben gezien.

Groot waren de moeilijkheden die in dezen moesten worden overwonnen, gedurende en ook nog na den bouw, gelijk de jonge man mocht constateeren, die gedurende een tentamen bij zijn

leermeester een zekere afwezigheid des geestes opmerkte toen de leien van het laboratoriumdak tot tegen de ruiten van de woning van den hoogleeraar woeien — gevolg van de omstandigheid, dat koperen spijkers niet vastroesten.

Grooter echter dan van hem, die zulke moeilijkheden overwint, is de verdienste van den leider, die zorg draagt, dat gedurende een tijdperk van dertig jaren van wat hij bereikte zooveel mogelijk wordt partij getrokken. Vooral wanneer dat een beperking oplegt in de keuze van zijn arbeid. Hoe verlokkelijk moet niet b.v. een overgang naar het magneto-optische zijn geweest in de dagen dat Zeeman naar Groningen kwam om met behulp van het zoo fraai opgestelde Rowland-tralie de eerste waarnemingen van de magnetische splitsing der Na-lijnen te herhalen. Slechts op enkele gebieden van onderzoek heeft Haga zich bewogen, waar niet en de vastheid der opstelling en de ijzervrijheid in z'n lokalen hem van voordeel was, en op een dier gebieden, n.l. dat der Röntgenstralen liggen wellicht de mooiste vruchten van zijn werk. De waarde van het onderzoek naar de buiging dier stralen immers, verricht in innige samenwerking met Wind, is door hetgeen later omtrent het wezen dezer straling is bekend geworden, slechts verhoogd. Ongetwijfeld heeft de hechtheid der pijlers een groote rol gespeeld bij het verkrijgen der photographische resultaten, waarvoor expositietijden noodig waren, aanvankelijk tot 200 uren, bij de latere proeven met betere hulpmiddelen nog altijd van 40 uur, welke over een aantal dagen moesten worden verdeeld. Wel zeer sterk kwam het bij de beoordeeling dier resultaten aan op scherpte en zuiverheid van waarneming. Met vaste overtuiging werd door beide onderzoekers de realiteit bepleit van het uiterst zwakke effect dat er overbleef nadat alles wat storing was of gevolg van optisch bedrog met veel zorg was onderkend en geëlimineerd. Deze flauwe verbreeding aan het einde van de uiterst fijn toeloopende lijn, die op de photographische plaat werd te voorschijn geroepen door stralen, welke achtereenvolgens door twee spleten waren gegaan, lag zóó dicht bij de grens van het waarneembare, dat sommige vakgenooten, ook van hen die zich daarvoor moeite gaven, en de proeven herhaalden, niet waren te overtuigen. Zoo ontstond b.v. omtrent de realiteit van het waargenomen effect een strijd tusschen de Groningsche onderzoekers en Dr. Walter uit Hamburg, welke strijd te vergelijken is met een anderen, die ongeveer in dienzelfden tijd, de

eerste jaren dezer eeuw in de physische wereld werd uitgevochten en dien ik hier wil memoreeren niet om het belang van de zaak zelf maar om een tegenhanger te geven tegenover deze uitspraak in het positieve omtrent het karakter der Röntgenstralen, aan welker juistheid naar ik meen wel niet meer getwijfeld wordt.

Levendig staat me de moeite voor den geest, besteed aan het waarnemen van de z.g. n -stralen, een nieuwen vorm van door-dringende stralen, die door een onderzoeker uit Nancy waren beschreven, welke nog wel niet met zekerheid objectief waren vastgelegd, maar waarvan de subjectieve waarneming verschillende eigenschappen had aan het licht gebracht. Met grooten ijver werden te Groningen pogingen gedaan door den hoogleeraar en zijn leerlingen om de lichteffecten waar te nemen, die aan een kleine vonk of op een lichtend fluoresceerend scherm heetten op te treden bij het strijken van een vijl over een mes, bij het dichtknippen van een zakmes, bij het dichtknippen zelfs van de hand. Ofschoon het moeilijk is zich in zulke gevallen tegen autosuggestie te wapenen — in Nancy toch was het verschijnsel door velen gezien en de golflengte der stralen was inmiddels vastgesteld — werden deze pogingen geen enkele maal met succes bekroond, en de meest verlokkenende beschrijvingen uit Nancy van den ontdekker der stralen met wien Haga in drukke briefwisseling stond, konden daaraan niets veranderen. De bijzonderheid dat ze zich — in tegenstelling met Röntgenstralen — door een prisma van aluminium of kwarts lieten breken kostte aan deze stralen het leven toen de Amerikaansche physicus R. W. Wood, die met zijn proefnemingen geen succes had gehad, zich naar Nancy begaf en daar constateerde, dat de deviatie der n -stralen onveranderd werd waargenomen wanneer hij in het duistere vertrek het prisma om-draaide of zelfs wegnam.

Vastheid van lijn dus en persoonlijke gaven voor experimenteel onderzoek, waarbij alweer vasthoudendheid en volharding hoofdfactoren zijn, maakten Haga tot wat hij was: den voortreffelijken directeur van het Groningsch laboratorium.

Het zou niet aangaan te trachten hier een beeld van deze instelling te geven. Maar één eigenaardigheid moet genoemd worden aangezien deze een bijzonderheid is van dit gebouw, n.l. de opvallende ordelijkheid en de bijzondere reinheid. Het is alsof met het ijzer alle stof is gebannen. Elk jaar wordt opnieuw elk der zorgvuldig geëtiquetteerde en gecatalogiseerde instrumenten

uit de verzameling in de werkplaats grondig onderhanden genomen. Dat kost den bekwamen Chef-instrumentmaker, den Heer Vonk, die eveneens van den aanvang in dit gebouw werkzaam was, en zijn medewerkers veel tijd en veel zorg, doch wellicht wordt alleen reeds op de voorbereiding der collegeproeven evenveel aan tijd en moeite bespaard.

Van colleges in de experimenteele natuurkunde zal wel altijd het experiment een belangrijk bestanddeel vormen. Bij Haga was dat zeker in bijzondere mate het geval en wellicht gaf de eenvoud van het gesproken woord, dat niet de kenmerken droeg van uiterlijke welsprekendheid een zeker relief aan de virtuositeit — oogenschiijnlijk ook het gemak — waarmee de proeven werden voorgedragen. In waarheid was het geheim van deze gemakkelijke een voorbereiding waaraan speciaal voor de *Capita Selecta* veel tijd werd besteed. Een half uur van eenig elementair college zou beter in staat zijn een indruk te geven van Haga's kracht als experimentator dan een uitteraard in het anecdotische gaande reeks van herinneringen, welke hier zouden kunnen worden opgehaald. Het best liet zich die gave waarnemen in de zeldzame gevallen dat het verwachte effect zich niet onmiddellijk manifesteerde doch eerst kon worden opgeroepen door een korte in-zich-zelfen-spraak, iets als: „hm??.... positief.... negatief..... hm... O.... ecco!..., uziet!”, waarbij de altijd levendige oogen van den spreker een vroolijke flikkering vertoonden.

Hetgeen nooit naliet indruk te maken op zijn leerlingen was de belangstelling die op het practicum tot uiting kwam voor de experimenten van anderen, een belangstelling die wellicht somtijds den jongen physicus, den aspirant-medicus te ver ging, maar waarvan we steeds voelden dat de grond was het streven naar persoonlijk contact met zijn leerlingen. En daarvoor is wel noodig maar niet voldoende de kleinheid van den kring zooals we die in Groningen kennen. Allereerst noodig is de zin van den hoogleeraar mee te leven met zijn studenten.

Uit de omstandigheid, dat tusschen Haga en zijn collega's voor de theoretische natuurkunde Wind, Van der Waals, Ornstein, Zernike steeds een zoo uitstekende verhouding bestond, waarbij het in een aantal gevallen tot gemeenschappelijk werk kwam — ook aan de reeks van publicaties Haga-Jaeger of Jaeger-Haga, al naar 't uitviel, mag worden herinnerd — uit dat alles dan, volgt — men zou kunnen zeggen dat het zich

uit de stukken laat bewijzen — dat Haga was voor zijn omgeving een beminlijk man, en wie dat, als schrijver dezes, lange jaren heeft ondervonden, stelt er prijs op dit bij een gelegenheid als deze zonder terughouding uit te spreken.

De Bilt.

C. SCHOUTE.

OVER EEN OORZAAK VOOR HET ONTSTAAN VAN BOVENTONEN BIJ DEN BOOGZENDER¹⁾

door N. SKRITZKY.

De algemeene en karakteristieke eigenschap van den boogzender, — om in de door deze gevoede trillingsketens behalve de grondtrilling ook een geheele reeks van boventonen voort te brengen, — is reeds lang bekend. De laatste metingen, uitgevoerd aan groote boogstations, hebben bewezen, dat het aantal dezer boventonen zeer groot zijn kan; zoo zijn bijv. in het net van het Fransche boogstation Bordeaux tot 27 boventonen waargenomen.

Het is ook bekend, dat onder vele omstandigheden de amplituden van eenige boventonen van het net zeer groote waarden bereiken kunnen. Behalve uit de resultaten van directe metingen aan radionetten, blijkt dit ook duidelijk uit talrijke gevallen van draadlooze ontvangst, waarbij de ontvanger niet op den grondtoon van den zender, maar op een van diens boventonen is afgestemd, en dit zelfs op grooten afstand van het zendstation. De boventonen van het net, die een golfspectrum vormen, dat den grondtoon noodzakelijk vergezelt, ontnemen aan het net een zekere hoeveelheid energie, wat een verkleining van het nuttig effect van het station met zich brengt, en zij veroorzaken dikwijls zeer belangrijke storingen in het radioverkeer van naburige stations. Aldus bezien kan elk boogstation als een groep van gelijktijdig werkende zenders beschouwd worden, met golflengten die harmonisch afnemen en met overeenkomstig kleiner wordende energieën.

Daar een antenne een trillingssysteem met een groot aantal vrijheidsgraden vormt, zou men theoretisch een gelijkmatige ontwikkeling van de bijbehorende boventonen verwachten met amplituden, die op bepaalde wijze van de frequenties afhangen.

¹⁾ Mededeeling aan het Tweede Nederlandsch-Indisch Natuurwetenschappelijk Congres te Bandoeng, 11—14 Mei 1922.

Het sterke naar voren treden van een of meer boventonen, dat men in werkelijkheid waarneemt, moet dus verklaard worden uit de bijzondere omstandigheden waaronder de boog werkt. De oorzaak van dit verschijnsel is nog niet gevonden. De ontwikkeling van den vaak optredenden derden boventoon wordt dikwijls toegeschreven aan de welbekende en typische karakteristiek van den boog. Er zijn ook pogingen gedaan om de oorzaak van de versterking der boventonen te vinden in den invloed op het trillingsproces van de aan den boog parallel geschakelde capaciteit, of in de samenstelling en den toestand van het gas in de boogkamer.

Alle oorzaken van de waargenomen groote versterking van eenige boventonen buiten bespreking latend, heeft deze bijdrage tot doel de rol en den invloed duidelijk te maken van de geconcentreerde zelfinductie (en capaciteit), die in de voedingsketen van den boog geschakeld is. Een dergelijke zelfinductie (en capaciteit) wordt in eenige opstellingen gevormd door de wikkelingen van den boogelektromagneet zonder bijzondere inductiespoelen (fig. 1). In andere opstellingen, die een afzonderlijke voedingsketen voor de electromagneten hebben, door smoorspoelen; ten slotte worden op eenige stations in de boogketen de electromagneten met smoorspoelen in serie geschakeld.

Gedurende het branden van den boog hoopen zich in het magneetveld der genoemde spoelen groote hoeveelheden energie op van den vorm LI_0^2 , welke bij de hieropvolgende uitdooving van den boog vrijkomen, en aldus een begin vormen van de eigen trillingen van de spoel, die als trillingssysteem met bepaalde C en L kan worden beschouwd. Het direkte gevolg van deze trillingen is de spannings-verhooging die wordt waargenomen aan de anode van den boog, waaraan de antenne en het einde van de spoel zijn verbonden en waarbij de lading van de antenne plaats vindt. Deze zelfde trillingen, met de bij de spoel behorende boventonen, zijn blijkbaar zoo niet de eenige, dan toch een van de voornaamste oorzaken van de bekende versterking van eenige boventonen der antenne.

De noodzakelijkheid van het ontstaan van een staande golf langs de spoel bij het uitgaan van den boog, met spanningsbuiken aan de uiteinden, vindt haar oorzaak daarin, dat de aan de spoel grenzende deelen van den kring, met hun naar verhouding veel kleinere C en L , niet in staat zijn de gedurende het branden van

den boog in de spoel verzamelde energie op te nemen. Zulke deelen van de kring zijn gewoonlijk de rechte geleidingen, soms van aanzienlijke lengte, welke de spoel verbinden eensdeels met het een of andere apparaat, dat tot verlenging van de netgolf dient, anderzijds met de veiligheids-condensatoren (en aardverbinding) die in shunt met den dynamo van het station liggen. De aanwezigheid der genoemde condensatoren (en aardverbinding) aan het eene uiteinde der spoel verandert deze voorstelling van de verdeeling der staande golf langs de spoel niet, daar deze gewoonlijk met elkander door geleidingen met onvoldoende C en L verbonden worden.

De invloed dezer stroomtakken beperkt zich slechts hiertoe, dat zij aanleiding geven tot het optreden van een andere eigen trilling der spoel, deze namelijk, waarbij de spanningsbuik aan de anode, en de spanningsknoop aan de afleiding naar de aarde ligt. Uit een bepaling van den trillingsweerstand $\sqrt{L/C}$ voor de spoel zelf, gepaard aan dergelijke bepalingen voor de stroomtakken, kan men de verhouding bepalen van de amplituden der beide soorten van staande trillingen.

Bij het aangaan van den boog wordt het karakter van de verdeeling van de staande golf langs de spoel, in verband met het nul worden der spanning aan het einde der spoel tengevolge van haar verbinding met de aarde, door de massieve metaal-deelen van de anode, kathode (en van het lichaam van den geheelen zender) veranderd. In dit geval zal gedurende de trilling aan haar anode-einde een spanningsknoop komen te liggen, terwijl aan haar andere uiteinde, tengevolge van de niet volledige terugkaatsing der stroomgolf zoowel een spanningsknoop als een spanningsbuik is te verwachten. Als gevolg hiervan kunnen bij het branden van den boog zoowel even als oneven boventonen der spoel ontstaan, met amplituden welke afhangen van de verhouding van den trillingsweerstand der spoel tot dien van de aftakking.

Om de orde van grootte der frequentie van de eigen trillingen der spoel te bepalen werden metingen gedaan aan een generator van 100 kW., gebouwd door de Federal Telegraph Co., met een spoel (windingshoogte 33 cm., inwendige straal 11 cm., uitwendige straal 35 cm., doorsnede van den kabel 50 mm², diameter met de isolatie 11 tot 12,5 mm) van ongeveer 500 windingen, onderverdeeld in vier door eboniet-platen gescheiden afdeelingen. De spoel is in olie gedompeld en van een schakelaar voorzien ter wijziging van het

aantal windingen volgens fig. 1b. Bij de metingen werd de spoel door een zoemer volgens het gewone gebruik geïnduceerd, en de resonantie-positie met behulp van een daarmede zwak gekoppelde golfmeter met detector en telefoon bepaald.

De resultaten der metingen kunnen door de volgende cijfers worden uitgedrukt (voor de grondtrilling en met het uiteinde der spoel naar de aarde afgeleid): 1ste afdeeling: 1950 m., 2e afdeeling: 2850 m, 3e afdeeling: 4050 m, 4e afdeeling: 4800 m. Uit deze gegevens ziet men dat de frequentie der eigen trillingen van de spoel (en van haar eventueele boventonen) geheel overeenkomt met de orde van grootte der boventonen van de gebruikelijke bedrijfsgolven, en dat ze onder bepaalde voorwaarden een aanmerkelijke versterking der laatstgenoemden kan te voorschijn roepen.

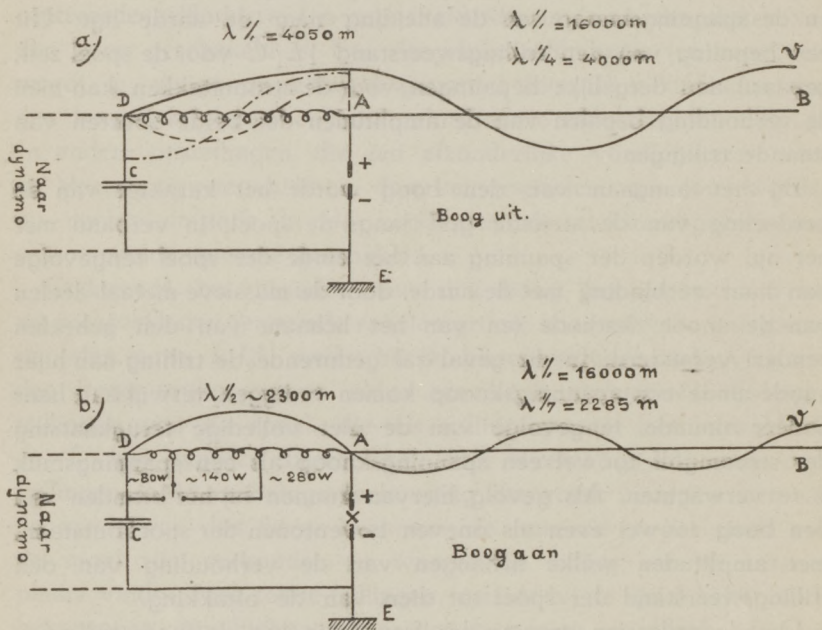


Fig 1.

In fig. 1 is de potentiaal-verdeeling der trillingen voor $\lambda = 16000 \text{ m}$ en bij inschakeling van de derde afdeeling bij het uitgaan en het branden van den boog schematisch aangegeven. In het eerste geval (fig. 1a) kan men blijkbaar de antenne AB , tezamen met de magneetspoel AD , als een enkel trillings-systeem beschouwen, dat

in het gedeelte AD door trillingen van een golflengte van 4050 m, overeenkomend met den boventoon $\lambda/4$ der antenne, wordt aangestooten. In dit geval moet de amplitude van den boventoon afhangen van de frequentie van de trillingen van het induceerende systeem AD en moet het ontvangstation op de overeenkomstige afstemming van den ontvanger antwoorden. Evenzoo zal bij resonantie tusschen een van de boventonen der spoel AD en het net een aanzienlijke versterking van de overeenkomstige boventoon van AB ontstaan.

Bij het aangaan van den boog zal de potentiaal-verdeeling van de staande golf langs de spoel de in fig. 1b aangegeven vorm aannemen. In dit geval veroorzaakt de aanwezigheid van een spanningsknoop aan de anode een verandering in de verdeeling van den potentiaal langs het systeem, hetwelk, bij het ontstaan van een even boventoon der spoel AD , kan worden beschouwd als de gearde antenne DAB die in de stroombuik door trillingen met de golflengte $\lambda = 2300$ m, overeenkomend met den zevenden boventoon van het net, wordt aangestooten. Behalve van de genoemde, kan ook een versterking van de andere boventonen van het net, die met de boventonen van de spoel overeenkomen, plaats hebben.

Tot staving van de uiteengezette beschouwingen over den invloed der eigen trillingen van de magneetspoel op de versterking van eenige boventonen, werden ontvangproeven genomen, terwijl het genoemde 100 kW-station in werking was met een golfgebied 16200—17600 m, waarbij men de golflengten met sprongen van telkens 400 m wijzigde. Het magneetveld werd opgewekt door de derde afdeeling van de spoel terwijl de boog in spiritus brandde. Parallel aan den boog was een condensator van ongeveer 26000 cm geschakeld. Op het ontvangstation, dat ongeveer 35 km van het zendstation verwijderd ligt, was een triode-ontvanger opgesteld met terugkoppeling (zonder versterking), met een golfgebied van 1000 tot 11000 m. dat men voor de ontvangst van de grondgolf van den zender met behulp van een condensator met een capaciteit van ongeveer 6000 cm vergrootte. De ontvanger was aan een antenne met λ_n ongeveer 1200 m, van 40 m hoogte, geschakeld. De ontvangsterkte werd met een audibility-meter (systeem General Radio) met een totaal weerstand van 8 000 Ohm, parallel geschakeld aan een telefoon van 2 000 Ohm, gemeten. De metingen werden binnen een tijdsverloop van ongeveer twee weken verricht.

van de stroomsterkte in de antenne, bij het afstemmen daarvan op de verschillende golflengten. Het algemeene karakter van de verhoudingen der ontvangsterkten van verschillende boventonen bij één bepaalde magneetspoel geeft met voldoende zekerheid den samenhang weer tusschen dezen en de bedrijfsgolflengten.

In verband met deze beschouwingen kan men verwachten dat bij het werken van ditzelfde 100 kW-station met een golf van 8800 m en bij inschakeling van de geheele magneetspoel ($\lambda = 4800$ m, $\lambda/2$ ongeveer 2800 m) resonantie tusschen de tweede boventoon van de spoel en de derde boventoon van het net ($\lambda/3 = 2930$ m) volgens schema 1b mogelijk is. Ter bevestiging van deze gevolgtrekking werden metingen verricht op hetzelfde ontvangstation, doch met de kleine antenne (λ ongeveer 430 m, hoogte 40 m). Voor ontvanger bezigde men een gesloten keten met C en L, geijkt in golflengten voor het gebied van 1000—9000 m. De ontvangsterkte werd gemeten met behulp van een met een telefoon in serie geschakelden galvanometer van een H. & Br. gevoeligheid.

De metingen gaven de volgende resultaten, die het ontstaan in de antenne van een buitengewoon sterk ontwikkelden derden boventoon onder de genoemde omstandigheden bevestigen.

TABEL II.

	λ	λ gemeten	Geluidsterkte
	8800 m	8800 m	—
1/2	4400 m	niet waargenomen	—
1/3	2930 m	2860 m	57,9
1/4	2200 m	2200 m	1,2
1/5	1760 m	1700 m	6,9
1/6	1470 m	1410 m	4,6
1/7	1260 m	1200 m	4,2
Verder niet gemeten.			

Evenals de grondtoon, zijn ook de boventonen gemakkelijk met een golfmeter aan het eind van het systeem DAC waar te nemen, wanneer men voor de koppeling met den golfmeter bij D een winding draad inschakelt. Door afzonderlijke contrölemetingen kan gemakkelijk worden vastgesteld, dat het veld van de antenne en van eenige hulpapparaten (inductiespoelen) geen noemenswaardige uitslag van den Wattmeter van den golfmeter veroorzaakt.

Metingen aan het 100 kW-station bij $\lambda = 8800$ m geven bij gelijke koppeling voor den grondtoon een uitslag van $\alpha = 22'$ en en voor den derden boventoon $\alpha = 6-8'$.

Wanneer men als benadering aanneemt, dat de amplituden der boventonen van het net omgekeerd evenredig zijn met n^2 , en dat de schijnbare weerstand van den spoel DA voor den derden boventoon drie maal zoo groot is, dan kan de gevolgtrekking gemaakt worden, dat op de bij $\lambda/3$ waargenomen grootte van den Wattmeteruitslag de eigen trillingen van de spoel inwerken.

De uiteengezette opvatting over de rol van de geconcentreerde zelfinductie in de voedingsleiding van den boogzender verklaart voldoende een van de oorzaken van de waargenomen sterke ontwikkeling van eenige, ook de even, boventonen. Het lijdt evenwel geen twiifel, dat ook andere factoren, zooals b.v. de verhouding van den wisselstroom en den door den boog gaanden gelijkstroom, een zekeren invloed op de versterking van boventonen hebben kunnen, welke zich dan voegt bij den invloed van de geconcentreerde zelfinductie,

Over het algemeen mag uit frequentiemetingen van de eigen trillingen van magneetspoelen van zenders van groot en klein vermogen besloten worden, dat bij vergrooting van het vermogen, en bij uitbreiding van het golfgebied, ook de mogelijkheid van het optreden van resonantie tusschen de trillingen van de spoel (of diens boventonen) en de boventonen van het net toeneemt.

Bij stations van gering vermogen is de golflengte van den grondtoon der spoel veel grooter dan de bedrijfsgolflengte, en resonantie is slechts mogelijk ten koste van de zwakke boventonen der spoel. Zoo vond men bijv. voor de golflengte van de eigen frequentie der spoelen bij 10 kW-stations ongeveer 7000 m., terwijl de bedrijfsgolflengte van deze zenders 2000 m niet te boven gaat. Voor zoover uit metingen aan bestaande stations te oordeelen is, naderen deze grenzen elkaar bij vergrooting van het vermogen.

Ter voorkoming van het ontstaan van resonantie tusschen de trillingen van de spoel en die van het net is, bij gegeven bedrijfs-golflengte (zonder verschillende kunstmatige schakelingen te bezien) een aangepaste constructie van de spoelen noodzakelijk. Hierbij moet men behalve op het verwezenlijken van de voorwaarden om een zoo sterk mogelijk veld in den magnetischen kring op te wekken, ook op de grootte van de eigen frequentie der spoel-trillingen letten. Van de grootheden die de golflengte der spoel

bepalen is de capaciteit degene, die practisch gewijzigd kan worden.

Bij bestaande boogstations kan, bij gegeven spoel, de verzwakking van sterke boventonen gedeeltelijk bewerkstelligd worden door een passende keuze van de bedrijfsgolf. Zoo wordt bv. de $\frac{1}{4}$ boventoon, die bij het 100 kW-station sterk op den voorgrond treedt in het golfgebied 16200—17200 m, buiten dit gebied aanmerkelijk zwakker.

IETS OVER DE DIDACTIEK DER PHYSICA

door J. H. MEERBURG.

Evenals in den tegenwoordigen tijd op elk gebied en in meer engeren zin ook op het geheele gebied der natuurkunde, gist en borrelt het ook in de didactiek der physica. Ook hier zijn er die nieuwe lentes willen inluiden en nieuwe geluiden willen doen hooren (om het nu eens modern uit te drukken). Natuurlijk, waarom niet daar? Is de physica niet de wetenschap bij uitnemendheid, die zoekend en tastend verder gaat en waarin het altijd gisten en borrelen moet, wil er geen stilstand zijn, waarom dus niet in dat gedeelte, dat zich bezig houdt met de vraag op welke wijze onze wetenschap op de geschiktste wijze aan anderen wordt medegedeeld? Maar dan stelle men ook hier den eisch van zelfcritiek, zooals dat in de physica steeds noodig is en men vrage zich steeds af, of en waarom het nieuwe beter is dan het oude. Men heete niet steeds duf wat beter oud-beproefd zou genoemd moeten worden. Ik heb hier op het oog het geheel elementaire onderwijs, zooals dat gegeven wordt aan onze hogere burgerscholen en gymnasia en dat niet berekend moet zijn op de slimmeren onder de leerlingen, maar op de gewone, zelfs op de moeilijker-meekunnenden.

Een proef, een redeneering kan niet eenvoudig en direct genoeg zijn. Wij noemen dikwijls experimenten fraai, die het uit een didaktisch oogpunt in het geheel niet zijn, omdat er schakels in de redeneering tusschen hetgeen wij zien en hetgeen wij daarmede willen bewijzen, liggen, die voor ons geen moeilijkheden opleveren, ja, ons van zelf sprekend toeschijnen, maar die voor bepaalde leerlingen moeilijk te ontdekken zijn en waardoor het geheele verband teloor gaat. Dikwijls ondervond ik, dat zelfs een proef als die waarbij de afkoeling van een gas bij uitzetting wordt aangetoond

op de wijze van de proef van Clement-Desormes, uit de latere stijging van den manometer, nog moeilijkheid voor sommige leerlingen biedt; dat hun het verband tusschen die latere stijging en de afkoeling niet helder was! En zoo is het ook met de redeneeringen. De redeneering die door Fokker ¹⁾ gegeven wordt als bewijs voor het bestaan van een minimum van deviatie is zeer fraai.... voor ons, maar laat men zich niet de illusie vormen, dat onze leerlingen deze methode interessant en gemakkelijk zullen vinden. Hetzelfde geldt voor de beschouwingen over de toepassingen van het principe van Huygens ²⁾ hoewel in mindere mate, omdat het de bedoeling is, die alleen bij een tweeden leergang te geven, maar ook daar lijken zij mij voor den gemiddelden leerling verre van gemakkelijk, ik zou haast zeggen, zeer moeilijk. Gaarne zou ik dit intusschen toetsen bij de behandeling van het princ. v. H. wanneer ik daartoe den tijd zou kunnen vinden.

Er is een strooming om bij het elementair onderwijs de zaken te behandelen met zoo weinig mogelijk wiskunde; Fokker spreekt zelfs van afschuwelijk in dit verband (althans bij de afleiding der min.-deviatie). Zeer zeker zijn physische redeneeringen ter ontwikkeling van het physisch denken zeer gewenscht, maar men overdrijve niet. Het is dikwijls een klacht geweest, dat de vakken van het middelbaar onderwijs zoo weinig aanrakingspunten met elkaar hebben en nu heeft men hier een geval, waar de aanraking zeer innig is — en men maakt er bij voorkeur geen gebruik van. Waarom mag men de macht van het instrument der wiskunde op de natuurkunde-les niet laten zien en moet men de leerlingen in den waan laten, dat de wiskunde alleen dient om te berekenen hoeveel procent winst zij later in den handel maken? Mijn streven is het steeds geweest de leerlingen zooveel mogelijk de physische eigenschappen in de vergelijkingen te doen lezen. Het begint al bij de balans, waar ik hen er op wijs hoe eenvoudig de voorwaarden voor gevoeligheid uit de vergelijking volgen en hoe moeilijk het zou zijn zonder deze vergelijking tot die eigenschappen te komen. Is physische redeneering gemakkelijker? Het schijnt dikwijls maar zoo. Eenige jaren geleden werd op het eindexamen gevraagd het ontstaan bij loodrechte terugkaatsing en de eigenschappen der staande golven te behandelen. Van de ruim 100 candidaten, die ik te behandelen kreeg, hadden ongeveer de helft den weg van

1) A. D. Fokker, *Physica* 2 p. 82.

2) A. D. Fokker, *Physica* 2 p. 235.

physische redeneering, en de andere helft dien van wiskundige afleiding ingeslagen. Er was onder de eersten *niet één* die het er geheel goed af bracht, terwijl er onder de laatsten verscheidene waren. Nu kan men beweren, dat dat laatste een resultaat van uit het hoofd leeren was, zonder begrip — wellicht, — maar anderzijds is een redeneering die het begrip niemand zoodanig bijbrengt, dat men ze weer kan geven, toch ook niet aanbevelenswaardig.

Kort geleden sprak ik een leerling van een school waaraan een onzer jonge, zeer verdienstelijke collega's, die met hart en ziel die nieuwere methode is toegedaan, werkzaam is, en ik vroeg hem: „Wel, en hoe vinden jelui de physica?“, en het antwoord luidde: „*Erg* moeilijk“, en het aantal onvoldoenden op de rapporten bleek daarmee in overeenstemming. Dit pleit nu in het geheel niet tegen dien collega — waar vindt men de physica, als ze degelijk wordt onderwezen, *niet* moeilijk? — maar ik kan er toch ook geen aanbeveling voor zijn methode in zien.

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

DE BOUW DER ATOMEN EN DE PHYSISCHE EN CHEMISCHE EIGENSCHAPPEN DER ELEMENTEN

door H. A. KRAMERS.

Onder dezen titel heeft Bohr eenige maanden geleden de bewerking eener voordracht doen verschijnen ¹⁾ die hij 18 October 1921 voor de Natuurkundige Vereeniging te Kopenhagen gehouden had en waarin hij in breede trekken de resultaten van zijn nieuwste, in twee brieven aan „Nature“ ²⁾ aangekondigde, onderzoekingen over den atoombouw geschetst heeft. In het volgend opstel wil ik trachten den lezers van Physica, die zich met Bohr's nieuwe ideeën bekend wenschen te maken den weg tot dat doel te vergemakkelijken door een overzicht te geven over de nieuwsoortige gedachten waarmee Bohr in die onderzoekingen het vraagstuk van den bouw der atomen te lijf gaat. Die onderzoekingen zijn als een voortzetting te beschouwen van zijn

¹⁾ Fysisk Tidskrift, 19e Jaargang, blz. 97, 1921.

Zeitschrift für Physik. Bd. 9, blz. 1, 1922.

²⁾ Nature, Bd. 107, blz. 104; Bd. 108, blz. 208, 1921.

vroegere werk over dit onderwerp; m. a. w., ze bedoelen te zijn een uitbouw van het atoommodel van Bohr, zooals we dit kennen in de eerste plaats uit Bohr's eigen sinds 1913 verschenen verhandelingen, en verder uit verhandelingen van een aantal auteurs, die later op den door Bohr aangegeven grondslag hebben voortgebouwd.

I. INLEIDENDE BESCHOUWINGEN.

Het zal den meesten lezers wel bekend zijn dat de atoomtheorie van Bohr, niettegenstaande de schoone en verrassende verklaringen van vele atomistische verschijnselen waartoe ze geleid heeft, tot nu toe slechts een klein gedeelte van het ideaal, dat den theoreticus voorzweeft, in vervulling heeft gebracht. Dat ideaal bestaat hierin: de individueele fysische en chemische eigenschappen der elementen op grondslag van het atoommodel van Rutherford te verklaren met behulp van algemeene wetten die gelden voor de wisselwerking tusschen de electrisch geladen deeltjes van een atoom, op zoodanige wijze dat de kennis van het atoomnummer van een element voldoende is om de eigenschappen van dat element te voorzien. De inherente (chemische) stabiliteit der atomen en het optreden van scherpe spectraallijnen, die de ervaring ons leert kennen, wijzen er op, dat de wetten der klassieke electronentheorie ons hierbij niet zonder meer van dienst kunnen zijn, en Bohr plaatst in 1913 dan ook, in nauwe aansluiting aan de genoemde ervaringen, aan de spits van zijn theorie twee *postulaten*, die zich met deze wetten in tegenspraak bevinden. Die postulaten zijn te beschouwen als een rationeele uitbreiding van de nieuwsoortige onderstellingen waarop Planck zijn „quantumtheorie” bouwde, en laten zich als volgt onder woorden brengen:

I. Onder de denkbare bewegingstoestanden van de electronen in een atoom bevinden zich een aantal bepaalde, discreet verschillende toestanden, waarin het atoom zich bevinden kan zonder dat zijn energie aan verandering onderhevig is. Deze toestanden noemt men de „stationnaire toestanden” van het atoom. Een atoom kan zijn energie slechts daardoor veranderen doordat het van den eenen stationnairen toestand in den anderen overgaat.

II. Verliest een atoom energie in den vorm van electromagnetische straling (emissie) dan bestaat deze uit een sliert van harmonische golven waarvan het trillingsgetal ν met het bedrag ΔE der uitgestraalde energie door de betrekking

$$h\nu = \Delta E \quad (1)$$

verbonden is, waarin h de constante van Planck beteekent. Wanneer omgekeerd in de omgevende ruimte electromagnetische straling een atoom aanleiding geeft in een toestand van grootere energie over te gaan (absorptie) is het een noodzakelijke voorwaarde dat er in die straling golven aanwezig zijn waarvan de frequentie wederom door (1) bepaald is.

De grondslag van de hedendaagsche quantumtheorie der atomen wordt gevormd door deze postulaten, tezamen met een logisch te samenhangend stelsel van regels dat ons leert, hoe bij een atoomsysteem van gegeven mechanisch karakter de beweging en de energie in de stationnaire toestanden berekend moeten worden. Deze grondslagen zijn nu echter in hoogen graad van formeelen aard, in zooverre als ze ons over het mechanisme van atomistische processen volmaakt in onwetendheid laten, en dit, gevoegd bij het feit dat we tot nu toe een compleet systeem van regels van den genoemden aard, dat in ieder gegeven geval toegepast kan worden, niet bezitten, maakt dat het toepassingsgebied van de atoomtheorie van Bohr steeds aan een zekere beperking onderhevig is. De toepassingen die men tot nu toe gemaakt heeft zijn gedeeltelijk van algemeenen aard (combinatieprincipe voor spectraallijnen, verschijnselen bij stoot tusschen atomen en molekulen onderling en tusschen atomen en vrije electronen, en hun samenhang met het optreden van spectraallijnen; absorptie van straling; algemeen karakter van chemische processen; wet der warmtestraling, enz.), en maken geen gebruik van de regels voor het vastleggen der stationnaire toestanden. Gedeeltelijk zijn ze ook van speciaal aard (waterstof- en heliumspectrum; detailstructuur der waterstoflijnen; invloed van electriche en magnetische velden op deze lijnen, opbouw van het combinatiespectrum der seriespectra, enz.), en maken ze gebruik van de regels die men heeft kunnen opstellen voor de beweging in de stationnaire toestanden van mechanische systemen, voor welke de beweging in discrete harmonische trillingscomponenten ontbonden worden kan (meervoudige periodische systemen). Voor zulke systemen mag men namelijk aannemen dat de beweging in de stationnaire toestanden zich door de gewone wetten der (relativiteits-)mechanica en electrodynamica beschrijven laat (afgezien van de stralingskrachten wier bestaan met postulaat I niet te vereenigen zou zijn), en is het mogelijk die toestanden te kenmerken door een aantal vergelijkingen van het type

$$I_1 = n_1 h, I_2 = n_2 h, \dots \quad (2)$$

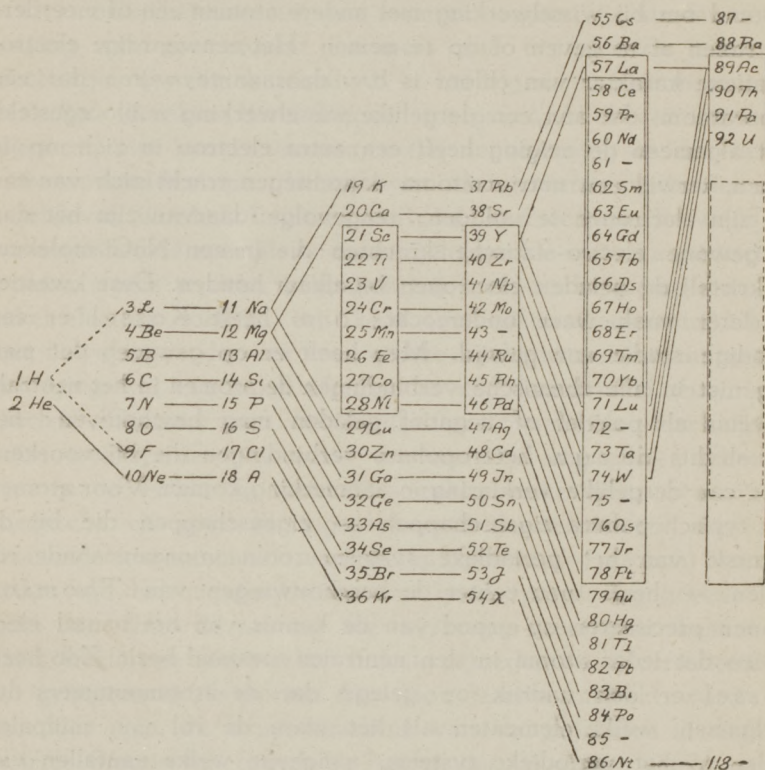
waar $I_1, I_2, \dots$ zekere mechanisch defineerbare grootheden zijn wier beteekenis nauw met het meervoudig periodische karakter der beweging tezamenhangt, terwijl $n_1, n_2, \dots$ geheele getallen zijn, de zgn. „quantumgetallen”.

De moeilijkheid, vanuit een formeel oogpunt, is nu dat de beweging van een atoom dat meer dan één electron bevat, als mechanisch systeem beschouwd, in het algemeen niet meervoudig periodisch karakter bezit, hetgeen tot gevolg heeft dat we in het algemeen niet kunnen aannemen dat de beweging in de stationnaire toestanden met behulp van de gewone mechanica kan beschreven worden. In nauw verband hiermee staat dat we in alle bovengenoemde speciale toepassingen van de quantumtheorie der atomen steeds te doen hebben hetzij met de beweging van een enkel electron rondom een kern (b.v. waterstofspectrum), hetzij met bewegingen die een zeer groote analogie vertoonen met de beweging van een enkel electron in een krachtsveld (b.v. seriespectra). Omtrent zoo belangrijke problemen als daar zijn de wijze waarop de atomen in een molecuul aan elkaar gebonden zijn, en de verklaring van de karakteristieke wijze waarop de chemische en spectrale eigenschappen der elementen met aangroeiend atoomnummer veranderen (periodiek systeem) kon tot heden toe de quantumtheorie ons geen opheldering geven. Een ieder die echter de tot nu toe verkregen resultaten bestudeerd heeft, heeft een zoo sterken indruk gekregen van de realiteit van het gebeuren in de atomen dat door dezelfde onthuld wordt, en daardoor van de vruchtbaarheid van de gedachten die aan de geheele theorie ten grondslag liggen, dat hij geen twijfel omtrent de mogelijkheid van verdere ontwikkeling koesteren kan.

In Bohr's nieuwe onderzoekingen is het nu in de eerste plaats het zoeven genoemde vraagstuk van het *periodiek systeem der elementen* dat hij met succes aangrijpt. Aan pogingen om een nader begrip van de beroemde, voor het eerst door Mendelejeff aangegeven, wetmatigheden te krijgen heeft het in de laatste jaren niet ontbroken. De grondslag waarop alle dergelijke pogingen berusten werd voor het eerst op duidelijke en geniale wijze door J. J. Thomson uitgesproken. Thomson, die zoo vertrouwd was met de opvatting, dat negatieve electronen een bestanddeel van alle atomen vormen, zette ongeveer 20 jaren geleden helder

uiteen, hoe die opvatting — bij gebruikmaking van de oude gedachte dat de krachten die de atomen in een molecuul tezamen houden van electrischen oorsprong zijn — het mogelijk maakt de chemische waardigheid der elementen te beschouwen als een uiting van de neiging van de verschillende atomen in hun neutralen toestand om bij wisselwerking met andere atomen een of meerdere electronen af te geven of op te nemen. Het eenwaardige electro-negatieve karakter van chloor is b.v. daaraan te wijten dat een chlooratoom, dat aan een dergelijke wisselwerking is blootgesteld, in 't algemeen de neiging heeft een extra electron in zich op te nemen, terwijl een natriumatoom daarentegen tracht zich van een van zijn electronen te voldoen; tengevolge daarvan zijn het dan de gewone electro-statische krachten die in een NaCl-molecuul (of kristal) de geladen electronen bij elkaar houden. Deze kwesties zijn later vaak weer onderzocht; o. a. heeft Kossel er een grondige studie aan gewijd. Men heeft er op gewezen dat men lang niet in alle chemische verbindingen de atomen in het neutrale molecuul als positief of negatief geladen mag beschouwen; het zijn slechts de z.g.n. heteropolaire verbindingen die bij voorkeur voor een dergelijke verklaring in aanmerking komen. Voor atomen met typisch polaire eigenschappen — eigenschappen die bij de discussie van het periodieke systeem zoo'n vooraanstaande rol spelen — heeft men echter de beschouwingen van Thomson kunnen preciseeren op grond van de kennis van het aantal electronen dat ieder atoom in den neutralen toestand bezit. Zoo heeft Kossel er den nadruk op gelegd dat de atoomnummers der edelgassen, welke elementen als het ware de rol van mijlpalen spelen in het periodieke systeem, aangeven welke aantallen van electronen in staat zijn bijzonder stabiele configuraties in het atoom te vormen. In een neutraal neonatoom b.v. (atoomnummer 10) vormen de tien electronen een stabiel, afgesloten geheel, dat geen neiging heeft om electronen af te staan of om extra electronen op te nemen. Vandaar het chemisch indifferente karakter van neon. In 't natriumatoom (at.n. 11) moet men zich dan denken dat tien electronen daar wederom een stabiele configuratie van het zelfde type vormen, terwijl het elfde electron zoo te zeggen overbodig is en gemakkelijk loslaat; zoodat er een stabiel atoom-ion met enkelvoudige positieve lading overschiet. Vandaar het eenwaardige positief electrische karakter van natrium. Deze gedachten volgend begrijpt men dat magnesium (at.n. 12) juist tweewaardig is, aluminium

(at.n. 13) positief driewaardig, fluoor daarentegen (at.n. 9) negatief eenwaardig en zuurstof (at.n. 8) negatief tweewaardig. Op de verklaring van de chemische details, waar Kossel zich voorts mee bezig houdt kan ik hier niet ingaan.



Een overzicht over het periodiek systeem is in de bijgaande figuur gegeven. De elementen zijn op zoodanige wijze in perioden gerangschikt, dat iedere periode eindigt met een edelgas. De lengtes der verschillende perioden is niet dezelfde. Na een periode van 2 komen er eerst twee perioden van 8 en dan twee van 18 elementen; de zesde perioden bevat 32 elementen, terwijl van de zevende slechts enkele elementen bekend zijn; een hypothetisch edelgas met atoomnummer 118 is echter aan het slot geplaatst. De lijnen die twee elementen met elkaar verbinden duiden op homologie in de chemische en spectrale eigenschappen. Sommige groepen van elementen in de langere perioden zijn omlijst, in

aansluiting aan de latere beschouwingen van Bohr over de oorzaak van dat aangroeien in de lengte der perioden. De binnenste lijst in de zevende periode bevat de meeste zeldzame aarden, terwijl de elementen in de andere lijsten bij voorkeur zoodanige zijn die in heteropolaire verbindingen meer dan één waardigheid kunnen bezitten. Reeds Thomson bracht het voorkomen van de perioden in het systeem der elementen in verband met een karakteristieke indeeling in „groepen” van de electronen binnen in de atomen. Aan de hand der chemische eigenschappen kon Kossel het waarschijnlijk maken dat een dergelijke groepenindeeling voor de drie eerste perioden als volgt is op te vatten: meest nabij aan den kern vormt zich steeds een stabiele configuratie of „schil” van twee electronen, die direct chemisch tot uiting komt in de edelgasnatuur van helium, de positieve eenwaardigheid van lithium (at.n. 3) enz. Is men gekomen tot neon dan heeft er zich om die schil van 2 een schil van 8 electronen gevormd; deze twee tezamen vormen de bovenvermelde afgesloten configuratie van 10 electronen. Zijn we eindelijk bij argon dan heeft zich weer een derde schil, die evenals de tweede uit 8 electronen bestaat, gevormd, die de twee eerste schillen omsluit. Verder is Kossel niet gegaan, omdat het groote moeilijkheden met zich mee bleek te slepen wanneer men wilde aannemen dat zich bij krypton een vierde schil, ditmaal van 18 electronen om de drie eerste schillen had gevormd. Ladenburg heeft een scherpzinnig onderzoek aan deze moeilijkheden gewijd, maar is niet tot een bevredigend resultaat geraakt.

De theorieën van Kossel en van de anderen die zich in de laatste jaren met soortgelijke beschouwingen hebben beziggehouden, zijn, niettegenstaande de belangrijke resultaten, die erdoor gewonnen zijn, in zekeren zin meer kwalitatief dan quantitatief, meer chemisch dan fysisch. Het bestaan van de stabiele edelgas-electronconfiguraties moet men als een empirisch gewonnen feit beschouwen en de genoemde theorieën houden op zichzelf niet het minste verband met het atoommodel van Bohr. Ja, het verband met het eigenlijke wezen van het model van Rutherford is reeds buitengewoon gering. Tot zijn volle recht komt het kern-atoom eigenlijk pas in de theorie van Bohr, maar aan deze was nu juist het in het begin van dit opstel vermelde bezwaar verbonden, dat ze met zekerheid nog geen toepassingen op problemen toeliet, waar het essentieel om de beweging van meerdere electronen

in het atoom te doen is. Van den beginne af aan heeft men getracht de theorie ook op zulke problemen uit te breiden. De eerste poging is reeds in de eerste verhandelingen van Bohr over den atoombouw van het jaar 1913 te vinden. In deze onderzocht hij de resultaten, welke men kan bereiken als men aanneemt, dat in den normalen toestand van een atoom de electronen zich in een of meerdere cirkelvormige „kringen” rondom den kern bewegen, zoo dat in iederen kring een aantal electronen op gelijke afstanden van elkaar staan. Voor deze onderstelling — die ook reeds door Thomson in diens atoommodel was gemaakt —, was eigenlijk alleen dit te zeggen, dat ze de eenvoudigste was, maar Bohr hoopte, en beproefde aan te toonen, dat ze niet zoo willekeurig was als men wel zou kunnen denken, en hij poogde ook het aantal der electronen in de verschillende kringen te bepalen voor de eerste 20 elementen van het periodieke systeem. Deze kringen speelden in hoofdzaak dezelfde rol als de verschillende „electronenschalen”, die in de reeds bovenvermelde, eenige jaren later verschenen, beschouwingen van Kossel zoo’n belangrijke rol speelden.

Alle pogingen om met behulp van electronenkringen de chemische eigenschappen der atomen te benaderen, moeten we tegenwoordig als mislukt beschouwen. Hetzelfde geldt van de pogingen, die later anderen ondernomen hebben, en waarbij van de onderstelling werd uitgegaan, dat de electronen in de verschillende schillen zich niet in vlakke configuraties met polygonale symmetrie, maar in ruimte-configuratie met polyedrische symmetrie bewegen, al hebben deze pogingen er dan ook zeer toe bijgedragen om het gezichtsveld te verruimen. Hier, zoowel als bij de electronenkringen was de groote moeilijkheid, dat er te veel willekeur lag in de onderstellingen, waarvan men uitging; men miste een gezichtspunt dat ons veroorlooft de principieele eenduidigheid van de atoomstructuur te begrijpen. Met zulk een gezichtspunt komt nu juist Bohr in zijn nieuwe onderzoekingen voor den dag, en in de volgende paragraaf wil ik nu trachten zijn gedachten te schetsen.

(Wordt vervolgd.)

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE ASTRONOMENCLUB.

Op Zaterdag 2 September vergaderde de Nederlandsche Astronomenclub te Utrecht. De aangekondigde voordracht over den Paramatta Catalogus werd uitgesteld, om de vergadering geheel te kunnen besteden aan de bespreking der ionisatie-vraagstukken, die door den heer Ant. Pannekoek werd ingeleid. Als gasten waren aanwezig de heeren W. H. Julius, L. S. Ornstein, H. C. Burger en M. Minnaert. Een artikel van den heer Pannekoek over de behandelde kwesties, dat wij tot onzen grooten spijt wegens plaatsgebrek niet meer in deze aflevering konden opnemen, zal in de eerstvolgende aflevering van *Physica* verschijnen, gevolgd door een uiteenzetting van de heeren Ornstein en Burger betreffende de punten, welke door hen in de discussie werden te berde gebracht.

Na afloop der vergadering werd onder leiding van de heeren Julius en Minnaert het Heliophysisch Observatorium te Utrecht bezichtigd.

BOEKBESPREKING.

W. M. Thornton, *Electrical Transmission of Energy*. — 116 blz., 49 fig. — Sir Isaac Pitman & Sons te Londen 1921. Prijs 2 Sh. 6 d.

Sommigen, waaronder wellicht het meerendeel der theoretische physici, vinden volkomen bevrediging bij het bestudeeren van hun problemen terwijl zij werken met abstracte begrippen als entropie, potentiaal en dergelijke. Anderen, waaronder vele electrotechnici, werken liever met meer concrete voorstellingen, zooals bv. van electrische krachten die hoeveelheden electriciteit door een leiding *stuwen*, van electromagnetische golven die zich tusschen bergkloven *doorwringen* en op een antenne *vallen*, van electronen die *geen kans zien* op een anode terecht te komen, enz.

De schrijver van het onderhavige boekje behoort tot de uitersten van de laatste groep. Op zeer fantastische wijze tracht hij op grond van de electronen-theorie de beginselen van de overbrenging van electrische energie voor „students and practical engineers” uiteen te zetten.

De eerste veertig bladzijden zijn grootendeels versierd met allerlei figuren van krullen, lussen, knopen, torsies, die evenzoo veel

krullen, lussen, enz. in den ether voorstellen, een en ander ter opheldering van de beginselen der electriciteitsleer. Verder worden behandeld: ionisatie in gassen, diëlectrische verliezen in kabels, Poynting-vektor, condensator-ontladingen en de verschijnselen bij het openen van een stroomketen. De wijze, waarop dit geschiedt, laat zich het best illustreeren door een paar aanhalingen. (De cursiveeringen zijn van ons.)

The easiest possible mode of continuous oscillation is a sine wave (p. 5). Thus in wireless working, if we are sending a wave through space in which the charges due to electric displacement may at any moment be supposed to be concentrated on two opposite faces of the cube, its capacity will be $k/4\pi$, and its elastic coefficient will be $4\pi/k$ per unit length of its path (p. 8). — Repulsion and attraction of electric charges depend on whether their intrinsic strains are of the same or opposite kinds (p. 19). An electrostatic field is, on this view, a steady strain of the ether consisting of a torsional ether concentration at the positive pole and expansion at the negative (p. 22). — The surface of the metal has a kind of electrical surface tension which prevents the electrons from escaping until the temperature is raised to such a point that they are driven off like sparks from hot iron (p. 36). The model of the positive electron can be represented by placing the palms of the hands together, the left hand uppermost, and rotating it clockwise, bending the fingers; the negative electron is with the right hand uppermost, and rotated anti-clockwise (p. 17). We must imagine the negative electrons being drawn into the positive pole, and so to the chemical elements of the cell, there creating a state of electrical unsatisfaction which is handed on from molecule to molecule, (p. 23).

Wij vreezen dat een soortgelijke state of electrical unsatisfaction zich voor zal doen bij eventueele lezers van dit boek.

P.

H. Kayser, *Lehrbuch der Physik für Studierende*; 6e druk. 562 blz. 349 fig. Ferd. Enke, Stuttgart 1921. M. 72.—

Vraagt men, voor wie een boek als dit bedoeld is, dan zou men kunnen zeggen: Dat staat in den titel zelf reeds aangegeven: für Studierende. Dat is zeer algemeen gehouden, maar zal na kennis-making toch wel wat beperkt moeten worden. Het meest geschikt zal het wel zijn geweest voor degenen, die de colleges van Prof.

Kayser volgden, want dat karakter draagt het geheel. Aangevuld met het gesproken woord kon dit boek de studenten wel een inleiding geven in de natuurkunde. Zonder deze aanvulling, laat het op verscheidene plaatsen onbevredigd door slechts een oppervlakkige aanduiding inplaats van grondige behandeling. Bijv. zal wel niemand, die nooit van een cascademethode gehoord heeft, uit § 154 een indruk krijgen hoe deze is, en hoe men daarmee in Leiden zulke prachtige resultaten heeft kunnen krijgen. Waarom komen een brugbalans, een hygrometer van Daniëll e.d. nog in zoo'n werk voor, terwijl voor onderwerpen, die den student veel meer belang zouden inboezemen, als bijv. Röntgenspectra, haast geen plaats is? Waar de optika zoo uitvoerig is behandeld (± 150 blz), daar valt het bijv. op, dat aan den regenboog weer zoo'n oppervlakkige bespreking gewijd wordt. In het algemeen treft mij het ongelijkmatige in de behandeling: nu eens vrij diep op een onderwerp ingaan en daarna weer vlug aan de oppervlakte over allerlei moeilijkheden heenglijden.

Dit alles maakt, dat de vraag, in den aanvang gesteld, moeilijk valt te beantwoorden. Dat het boek in 30 jaar zijn 6e verbeterde druk beleeft wijst wel op een geregeld gebruik. Maar door wie?

Voor een aankomend physicus zou ik het wel willen aanbevelen: wellicht, dat een chemicus of bioloog, die een niet al te uitvoerig boek over natuurkunde wenscht, het zou kunnen gebruiken, daar zij voor de formules die er in voorkomen geen bezwaar behoeven te hebben.

De uitvoering is goed verzorgd en de figuren zijn duidelijk.
v. L.

Alfred Klaus. Atome, Elektronen, Quanten. Die Entwicklung der Molekularphysik in elementarer Darstellung. 92 blz., 7 fig. — Winckelmann Söhne, Berlin 1921.

Dit werkje komt de reeks vergrooten van de pogingen om de nieuwere theorieën ook voor den niet-physicus toegankelijk te maken. Of de schrijver hierin geslaagd is? Het komt mij voor, dat de wiskundige kennis, die gevraagd wordt om sommige uiteenzettingen te volgen, bijv. de afleiding van de verdeelingswet van Maxwell, meer is dan men van de meeste lezers verwachten kan. Van differentieeren en integreeren wordt nogal eens gebruik gemaakt. Het spreekt vanzelf, dat allerlei formules zonder afleiding worden meegedeeld, maar waarom wordt dan in het aanhangsel juist de formule van Stirling nog eens streng bewezen?

De schrijver heeft heel wat stof in zijn boekje verwerkt, hoewel hij er zich in het voorbericht over beklaagt, dat zooveel onaan-geroerd moet blijven.

Hij begint de moleculaire hypothese aannemelijk te maken en geeft dan tal van quantitative toepassingen der theorie om het eerste hoofdstuk te besluiten met een beknopte uiteenzetting van het begrip „entropie”.

Het tweede hoofdstuk is gewijd aan de electronen, waarbij een groot aantal verschijnselen in het kort besproken worden.

Het derde hoofdstuk behandelt de stralingsverschijnselen, vooral met het oog op de quantum-theorie.

Men krijgt den indruk, dat den schrijver het onbereikbare ideaal voor den geest stond eenigszins volledig te zijn. Ik geloof, dat het boekje aan leesbaarheid zou winnen, indien wat minder onderwerpen behandeld werden. Nu zal het zijn lezerskring ook wel vinden, maar waarschijnlijk onder een andere kategorie dan waarvoor het oorspronkelijk bedoeld is. Physici, die niet in de gelegenheid zijn de litteratuur van hun vak bij te houden, zullen het goed ter oriëntering kunnen gebruiken.

Een bezwaar zou ik willen maken tegen de uiteenzetting op blz. 31 en 32, waar de indruk wordt gegeven, dat de eigenschap van het constant zijn van het aantal moleculen per „Mol”, die een gevolg is van de definitie van dit begrip, uit de wet van Avogrado wordt afgeleid.

Ook lijkt me het gebruik van het symbool $O!$ in den noemer op blz. 51 bedenkelijk.

A. S.

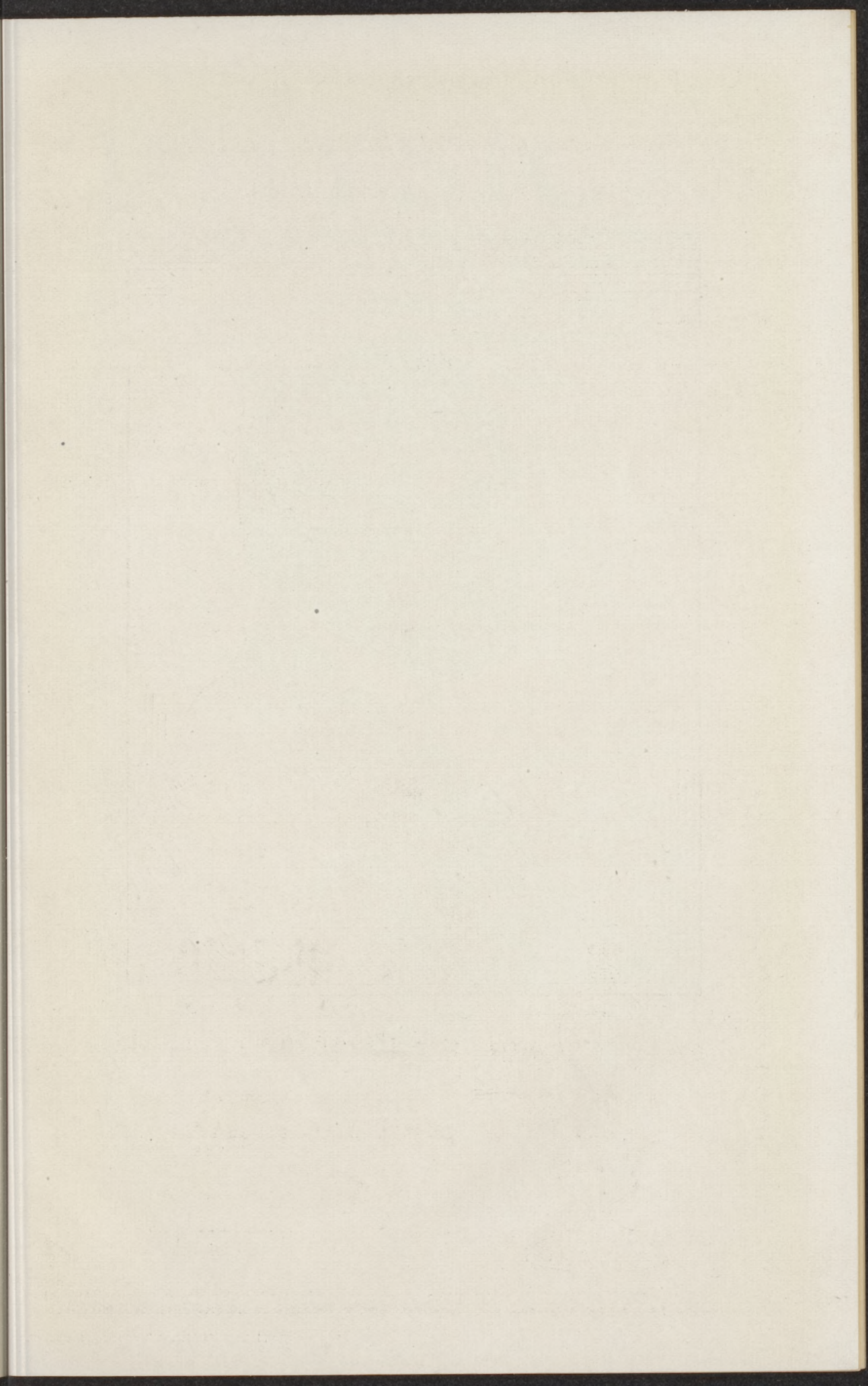
MEDEDEELINGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 30 September 1922, des namiddags te 4 uur, in de groote collegezaal van het Fysisch Laboratorium der Universiteit te Amsterdam, Plantage Muidergracht.

Agenda:

C. Lakeman: „Zichtbaarmaking van geluidsgolven,” (met demonstraties).





J. P. KUENEN. †

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

OCTOBER 1922

NUMMER 10.

PROF. DR. J. P. KUENEN.

TER NAGEDACHTENIS.

Gaarne voldoe ik aan het verzoek van de Redactie van *Physica* om te trachten een schets te geven van het leven, het werken en de persoonlijkheid van Professor Kuenen.

Kuenen werd den 11en October 1866 te Leiden geboren, ontving aldaar zijne eerste opleiding aan het gymnasium, waar hij tot de uitstekende leerlingen behoorde. Van 1884 tot 1892 studeerde hij in de wis- en natuurkunde, om in laatstgenoemd jaar te promoveeren op een proefschrift: *Metingen betreffende het oppervlak van Van der Waals voor mengsels van koolzuur en chloormethyl*.

Van 1890—1893 assistent werd hij van 1893—1895 conservator aan het Fysisch Laboratorium om in 1895 benoemd te worden tot hoogleeraar in de Natuurkunde aan het University College St. Andrews te Dundee.

In 1907 eindelijk riep het vaderland dezen uitstekenden man, die een sieraad was als mensch en als geleerde, terug. Gelukkig volgde Kuenen deze roepstem, keerde te Leiden terug, waar nu Maandag den 25en September de dood plotseling een vroegtijdig einde maakte aan het leven van dezen geleerde, die bemind was en geëerd door allen die hem kenden.

Moge ook het leven hem betrekkelijk weinig jaren geschonken hebben, toch reeds had zijn werkzame geest veel tot stand gebracht.

Het hoofdwerk van Kuenen ligt op het gebied van de thermodynamica der mengsels. De werkzaamheid in het cryogeen laboratorium gaf daartoe gereede aanleiding; ontzaggelijk veel werk in dit laboratorium is besteed aan de kennis van de toestandsvergelijking, kennis welke opgehoopt en verwerkt ligt in de empirische toestandsvergelijking van Kamerlingh Onnes. Men kan zeggen, dat het laboratorium, schoon het in latere jaren in experimenteele richting sterker divergeerde en alle mogelijk cryogeen

onderzoek heeft aangevat, toch nog steeds aan 't voortbouwen is aan het experimenteel onderzoek van de toestandsvergelijking van enkelvoudige stoffen.

Naast het onderzoek van enkelvoudige stoffen stond dat der mengsels naar aanleiding der publicaties van Van der Waals Sr. En we treffen Kuenen aan als een der eerste experimenteele onderzoekers op dit gebied. „Eerste” in dubbele beteekenis, want spoedig weet hij zich na zijn dissertatie door scherp theoretisch inzicht, gepaard aan groote experimenteele kundigheid, lauweren te verwerven. Reeds spoedig doet hij de ontdekking der retrograde condensatie, dank zij het scherpe observatievermogen en gevoel voor het experiment dat ieder proefondervindelijk onderzoeker eigen moet zijn. Een enkel woord over deze ontdekking mag wellicht hier gezegd worden.

Zooals bekend is, onderscheidt de isotherme van een mengsel van twee stoffen zich niet van de isotherme van een enkelvoudige stof, zoolang men zich niet in het coëxistentie gebied van twee fasen bevindt. De a en b van Van der Waals zijn bij een mengsel functies van de samenstelling van het mengsel. Met deze omstandigheid houdt verband, dat de isotherme in het coëxistentie gebied naar den kant van de kleine volumina in een $P V$ diagram geleidelijk oploopt.

Van der Waals Sr heeft nu voor het evenwicht der fasen graphische methodes aangegeven, die in staat stellen de evenwichtsvoorwaarden op overzichtelijke wijze te behandelen. Hij stelt het gedrag van een mengsel voor door middel van een vrije-energie-vlak.

Men neme als eene cöördinaat een x -as, de as die de samenstelling van het mengsel aangeeft. Loodrecht op deze as, worden aan de uiteinden $x=0$ en $x=1$ de volume-assen van het mengsel uitgezet, en loodrecht op de snijpunten der x en v assen, de ψ -assen. Is de toestandsvergelijking nu bekend dan kan bij x constant, T constant, de ψ berekend worden als functie van het volume. Doet men dit voor de x van 0 tot 1 loopend, dan krijgt men een ψ -vlak van Van der Waals.

Construeert men een dergelijk ψ -vlak voor een temperatuur, die hooger ligt dan de kritische temperatuur der samenstellende stoffen, dan keert het geconstrueerde ψ -vlak steeds zijn bollen kant naar het $x-v$ -vlak toe. Alle toestanden op het ψ -vlak zijn alsdan stabiel.

Kiest men de temperatuur waarvoor het ψ -vlak geconstrueerd wordt zoo, dat deze temperatuur ligt beneden de kritische tempe-

raturen der samenstellende stoffen, dan kan men in het algemeen zeggen, dat zich een dwarsplooï over het ψ -vlak uitstrekt tusschen de beide volume-assen. Het gebied dezer dwarsplooï is het gebied der meta-stabiele en labiele toestanden.

Men verkrijgt een dwarsplooï die zich van de eene volume-as uitstrekkend, niet geheel de andere volume-as bereikt, wanneer men de temperatuur van het ψ -vlak tusschen de twee kritische temperaturen van de samenstellende componenten in kiest. De plooï stelt weer den labielen toestand voor, waar eene splitsing in twee fasen plaats grijpt. De samenstelling dezer fasen verkrijgt men aldus: men late een plat vlak over de randen der plooï rollen; de uiteinden van de projectie op het x - v -vlak van de lijn, die de beide aanrakingspunten van het plat vlak met den rand der plooï verbindt, geven de x en de v van de vloeistof- en dampphase van het mengsel.

In het laatst beschreven geval van dwarsplooï (welke derhalve de andere volume-as niet bereikt) doen zich eigenaardige verschijnselen in de buurt van het kritisch plooipunt van het mengsel voor. Onder kritisch punt versta men bij een mengsel het punt waar de damptak in de vloeistoftak overgaat. Projecteert men nu de plooï op het x - v -vlak dan ziet men dat het kritisch punt niet aan het verste einde van de plooï gelegen is. In 't algemeen is de plooï gericht of naar de zijde van de kleine volumina toe, of daarvan af.

De eigenaardige verschijnselen der retrograde condensatie treden op in het gebied, begrensd door de top der plooï en de lijn van constante samenstelling, welke door het kritisch plooipunt getrokken kan worden. Neemt men nu het geval waar de top van de plooï naar de zijde der kleine volumina gericht is en comprimeert men een mengsel naar eene samenstelling als boven aangegeven dan ziet men, van den dampkant naderend, eerst wat vloeistof condenseeren, de vloeistofphase toenemen, vervolgens afnemen en weer verdwijnen. De lijn van constante samenstelling volgend passeert men derhalve eerst de damptak, treedt in het gebied der coëxistentie binnen om ten slotte weer de damptak te snijden en het gebied der coëxistentie der fasen te verlaten.

Deze verschijnselen zijn door Kuenen het eerst langs experimenteelen weg opgemerkt, evenwel aanvankelijk nog in zeer onvolledigen vorm. Men verlieze niet uit het oog, dat dergelijke verschijnselen wanneer de evenwichtstoestand niet goed bereikt is

zeer gemaskeerd kunnen optreden. Om evenwicht te bereiken bracht Kuenen een electromagnetische roerder in de glazen buis aan. Het scherpe oog van den experimentator bespeurde een zekeren gang in de abnormale verschijnselen welke hij waarnam; het was ten slotte weinig waarschijnlijk dat temperatuursinvloeden, die op zich zelve in staat zouden zijn bovenvermelde verschijnselen in het leven te roepen, steeds naar den zelfden kant optraden. En zoo vond ten slotte Kuenen de oplossing der retrograde condensatie uit eene interpretatie der eigenaardigheden van de dwarsplooï op het ψ -vlak van Van der Waals Sr.

Een tegenhanger van de boven beschreven retrograde condensatie is de retrograde condensatie van de tweede soort. Zij treedt op, als de top van de dwarsplooï naar de zijde der groote volumina gericht is. Begeeft men zich langs een ordinaat van constante samenstelling, en wel eene samenstelling welke ligt tusschen die van het kritische punt en het kritische raakpunt in, dan snijdt men van de groote volumina komend eerst de vloeïstoflijn, vervolgens het coëxistentie gebied binnentredend ontwikkelt zich damp, terwijl men, verder comprimeerend, weer geheel tot vloeïstof moet komen. Kuenen heeft getracht bij een mengsel van geschikt gekozen stoffen, ethaan en stikstofoxydule, deze retrograde condensatie van de tweede soort waar te nemen. Goed gelukt is dit eigenlijk niet, het kritische plooi punt en kritische raakpunt liggen te dicht bij elkaar en in 't algemeen zou men door zeer hoge eischen te stellen aan de constantheid der temperatuur tot het doel kunnen geraken. Toch leverde het onderzoek eene nieuwe merkwaardigheid op, en wel voor de stoffen waarmede gewerkt werd het bestaan van een minimum van kritische temperatuur. Op het ψ -vlak komt deze eigenaardigheid van het mengsel tot uiting doordat aan weerskanten van het vlak dwars plooiën optreden, die bij lagere temperatuur tot één plooi versmelten.

Naast bovenvermelde onderzoekingen kunnen wij de belangrijke studies van Kuenen vermelden, gewijd aan kritische toestanden van enkelvoudige stoffen. Op den invloed der zwaartekracht op de kritische verschijnselen werd door hem gewezen; een onderwerp van studie waarop later Verschaffelt en Keesom verder hebben gewerkt.

Van veel belang zijn evenzeer de onderzoekingen van Kuenen verricht naar aanleiding van proeven van Galitzine. Zooals

men weet heeft de theorie van Van der Waals Sr. tamelijk veel bestrijders gevonden. Men meende op grond van experimenten dat deze theorie niet in staat was behoorlijk de verschijnselen in de buurt van het kritische punt weer te geven. Batelli, de Heen, Galitzine, Teichner e. a. brachten verschillende bezwaren naar voren en wezen o.a. op de abnormale dichtheidsverschillen, die bij het intreden der kritische temperatuur en het verdwijnen van den meniscus nog in de buurt van den meniscus bleven bestaan. Om deze abnormale dichtheden nader te onderzoeken had Galitzine een in den grond niet onaardig experiment bedacht. In een U-vormige buis bracht hij twee hoeveelheden ether van elkaar gescheiden door een kolom kwikzilver. De eene hoeveelheid ether is bij gewone temperaturen geheel vloeibaar, de andere ten deele dampvormig. Deze U-buis wordt verhit tot een temperatuur boven de kritische temperatuur en de volumina door de beide hoeveelheden ether ingenomen, worden gemeten. Met drie buizen op deze wijze, derhalve p en T gelijk, experimenterend vindt Galitzine groote dichtheidsverschillen tusschen de ether in beide beenen van de beide buizen. Weliswaar namen de dichtheidsverschillen bij hogere temperatuur af, maar bij een temp. van 15 tot 20° C. boven de kritische vond hij toch nog dichtheidsverschillen tot 20 % toe. De grootere dichtheden worden steeds gevonden in het vloeistofbeen der U-buis onafhankelijk van de hoogte van de kolom kwikzilver.

Kuene n heeft deze experimenten herhaald en bewijst na zorgvuldige proefnemingen in een scherpzinnige discussie de onhoudbaarheid van het standpunt van Galitzine. Hij toont aan hoe bij het onderzoek van Galitzine, misschien door het toesmeltten van de glazen buizen, ontledingsproducten van den ether of wellicht lucht in het eene been van de buis in veel hogere mate dan in het andere aanwezig geweest is. Dergelijke kleine onzuiverheden geven, daar het kritische gebied zeer drukgevoelig is, — de compressibiliteit is er zooals men weet zeer groot, — betrekkelijk groote afwijkingen in de dichtheid.

Uit het latere werk van Kuene n een greep doende, kunnen wij wijzen op de onderzoekingen over de persistentie der moleculaire beweging bij diffusie van gassen, in zijn tweeden Leidschen tijd verricht. O. Meijer heeft een theorie van de diffusiesnelheid gegeven. Evenwel zou volgens deze theorie de diffusiecoëfficiënt moeten afhangen van de verhouding, waarin de twee stoffen, die

diffundeeren in het mengsel voorkomen, terwijl het experiment een diffusiesnelheid geeft welke onafhankelijk van de verhouding is, waarin beide gasen aanwezig zijn.

Kuenen toonde aan, dat indien men met de persistentie der bewegingen rekening hield de oneenigheid tusschen theorie en experiment grootendeels verdween. Evenzeer was hij in staat aan te toonen, dat in sommige gevallen de wrijving van een mengsel van gasen grooter wordt dan die van de componenten afzonderlijk.

Het zou te ver voeren meer in bijzonderheden te treden over de vele andere publicaties van Kuenen. Op verzoek van de redactie van *Physica* heb ik een lijst van de publicaties van Kuenen aan dit artikel toegevoegd.¹⁾ Een ieder zal getroffen zijn door de groote werkkraft welke uit deze reeks oorspronkelijke verhandelingen spreekt. Daarbij moet in 't oog gehouden worden dat nog tijd gevonden werd uitstekende handboeken te schrijven: De bewerking van Bosscha (warmte); Die Zustandsgleichung der Gase und Flüssigkeiten und die Kontinuitätstheorie (*Die Wissenschaft*, Heft 20, Vieweg, 1907); Theorie der Verdampfung und Verflüssigung von Gemischen und der fraktionierten Destillation. (*Handbuch der angewandten physikalischen Chemie*, Bredig, bd. 4, Barth, 1906); Die Eigenschaften der Gase. (*Handbuch der allgemeinen Chemie*, Ostwald, bd. III, Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig 1919).

Van nog een andere zijde leeren wij Kuenen kennen uit zijn Gids-artikelen, uit het Gedenkboek van het Bataafsch Genootschap (1919) en men weet niet wat men meer moet bewonderen, de enorme belesenheid of het gemak waarmede en de onderhoudende wijze waarop de stof geordend en voorgedragen wordt.

In de Nieuwe Rotterdammer Courant (25 Sept. 1922, avondblad, 26 Sept. ochtendblad, 28 Sept. avondblad) en elders is reeds gememoreerd hoe Kuenen, de traditie van zijn vader volgend, veel tijd gaf aan de openbare zaak. Wij, hoogleeraren in Delft, mogen met dankbaarheid gedenken hoe hij steeds met de meeste bereidwilligheid medehielp aan de najaarspropaedeutische examens der Technische Hoogeschool.

Voeg bij dit alles nog, dat zijne hoofdwerkzaamheid, de colleges en practica te Leiden veel tijd vorderden, zoo komt men tot een opstapeling van werk en plichten, die haast te veel voor één man mag heeten.

Wat Kuenen voor de practica en colleges praepareerde, heb

¹⁾ Deze zal in het volgend nummer worden afgedrukt. (Red.)

ik persoonlijk aanschouwd in het jaar toen ik het voorrecht had, bij hem assistent te zijn. Het was het eerste jaar van zijn terugkomst in Nederland. Het practicum der medici was druk bezocht, een handleiding voor de oefeningen bestond niet; wat dit voor den hoogleeraar en den assistent beteekent weet ieder die wel eens een practicum geleid heeft. Spoedig evenwel had Kuenen het practicum ingericht zooals hij dit wenschte. Uit Engeland had hij aardige experimenten meegebracht; zooals het Engelsche experiment is: gezond, snel en direct. En zoo liep spoedig het practicum naar wensch.

Voor de colleges werden vele proeven genomen, alles werd nauwkeurig voorbereid en schrijver dezer regelen heeft vaak met bewondering gekeken naar de proeven van Kuenen; hij bezat die eigenaardige mengeling van theoretisch inzicht, intuïtie, snelle opmerking en interpretatie van schijnbare nietigheden, door anderen nauwelijks opgemerkt of van belang geacht, die het kenmerk moet zijn van den goeden experimentator.

Dit maakte de assistentsplaats bij Kuenen zeer leerzaam.

Daarbij komt nog dat de persoonlijke betrekkingen met hem steeds alleraangenaamst waren. Ernstig en tegelijk opgewekt, tot vroolijk toe, was zijn karakter van die schoone tweeledigheid, die vriendschap rond zich werft. Kuenen was niet peinzend van aard, maar van eene voortdurende en wisselende opmerkzaamheid en zoo had het gesprek met hem iets abrupts en levendigs. Daarbij lag over zijn uitingen en over zijn geheele wezen eene edele menschelijkheid; steeds gevoelde ik dat hij iets afzonderlijks bezat; zijn hart en innerlijkheid waren jong gebleven.

Wij allen weten en gevoelen wel, dat naarmate wij ouder worden, de bron van het leven trager vloeit, hare wateren worden troebeler, — wij worden wereldwijzer —. Dit gold — meen ik — niet voor Kuenen. Zijn gemoed was helder en ongerept; hij had de gaafheid en de nobele impulsen der jeugd behouden voor wat ten goede is en wat ten kwade. Zeldzame eerlijkheid was in hem met groote vriendelijkheid verbonden. En zoo ging van Kuenen een groote bekoring uit op zijne omgeving.

De herinnering aan hem, het eenige wat ons blijft, is voor allen die hem gekend hebben een voorrecht.

Wat mijzelve betreft, zijn beeltenis hoop ik in mij te bewaren in groote achting en in diepe genegenheid.

Delft, Oct. '22.

W. J. DE HAAS.

PROF. DR. M. DE HAAS

Den 1sten November zal het 25 jaar geleden zijn, dat dr. M. de Haas aan de toenmalige Polytechnische School werd verbonden als leeraar in de natuurkunde. Gedurende 25 jaren heeft hij de natuurkunde gedoceerd aan aanstaande ingenieurs, vele vrienden heeft hij zich in dien tijd verworven, vele oudleerlingen zullen zich dankbaar zijner herinneren, en ongetwijfeld zal een groot aantal van hen hem gelukwenschen bij dezen belangrijken mijlpaal van zijn leven. Zij zullen denken aan zijne duidelijke, door goed verzorgde proeven toegelichte colleges, zich te binnen roepen hoe hij, waar er ook maar gelegenheid voor was, zich beijverde het zoo gewenschte kontakt tusschen hoogleeraren en studenten tot stand te brengen, en hoe hij steeds bereid was allen, die zich tot hem wendden om raad of hulp, den weg te wijzen en zooveel als hem mogelijk was bij te staan.

Een overzicht van zijn levensloop en werken moge hier een plaats vinden.

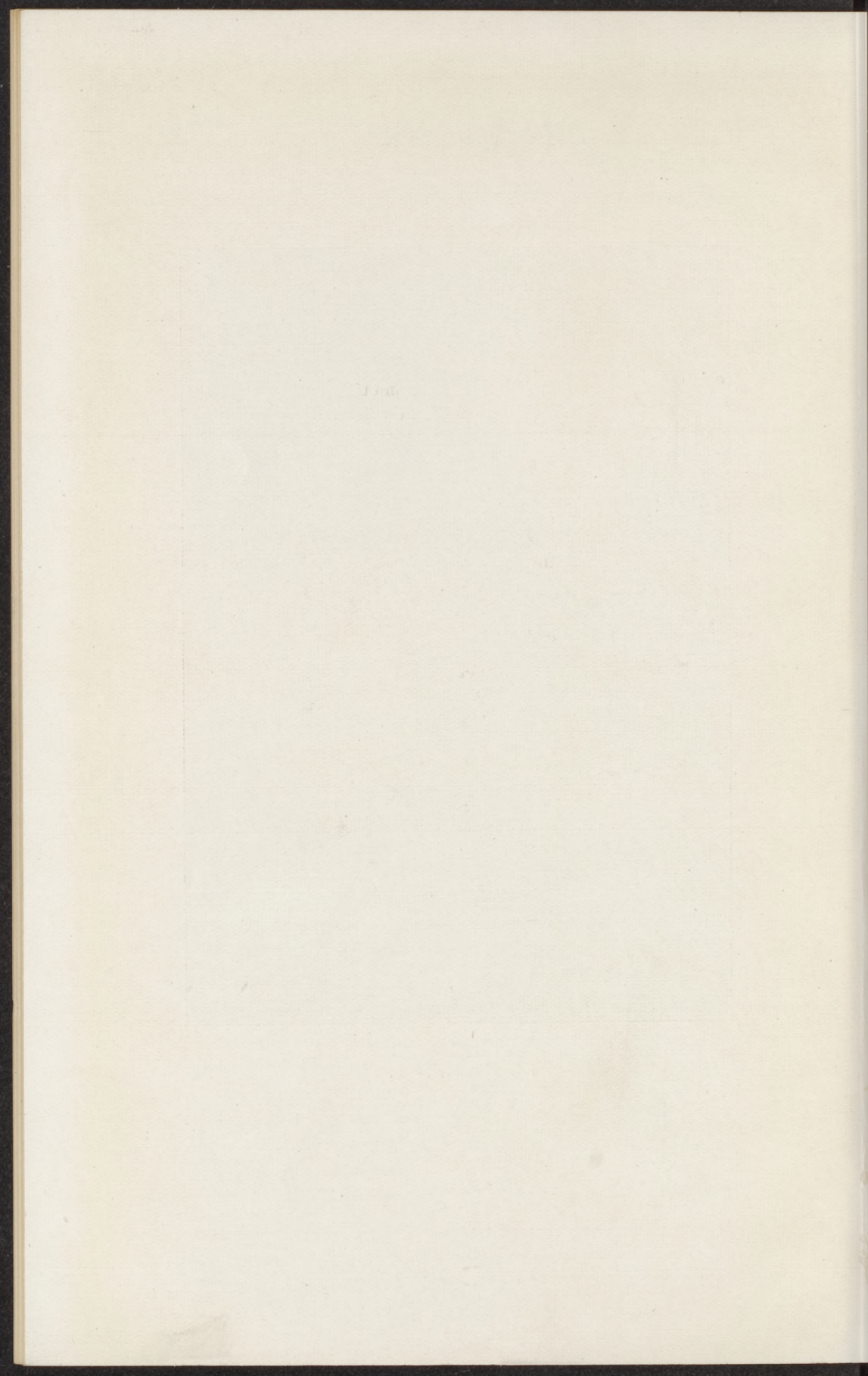
Marc de Haas werd geboren te Leiden in 1866, bezocht daar de Hoogere Burgerschool, en studeerde na aflegging van het Staatsexamen aan de Leidsche Universiteit, waar hij in 1894 promoveerde. Van 1895 tot 1897 was hij leeraar in de natuurkunde aan de Hoogere Burgerschool te Zierikzee. In het laatstgenoemde jaar werd hij benoemd tot leeraar aan de H. B. S. te Amersfoort, en nog in hetzelfde jaar aanvaardde hij de betrekking van leeraar aan de Polytechnische School te Delft, waar hij in 1904 tot hoogleeraar werd benoemd.

Dit overzicht zegt ons weinig over zijn beteekenis voor het natuurkundig onderwijs; daarvoor moeten wij meer in bijzonderheden zijn loopbaan volgen.

Vooreerst zien wij hem gedurende zijn studietijd werkzaam in het natuurkundig laboratorium te Leiden. In een inrichting van dien aard krijgt ieder medewerker, die wat waard is, zijn taak, en deelt als assistent, of ook al eerder, in de daarin voorkomende werkzaamheden. Voor een deel hebben deze betrekking op wetenschappelijke onderzoekingen van den hoogleeraar-directeur of van hemzelf, voor een ander deel is hulp noodig bij het onderwijs, bij de dagelijksche leiding der practische oefeningen, en bij het prepareeren van collegeproeven, en dan moet ook aan de huis-houding van het laboratorium op zijn tijd worden gewerkt. Aan



M. DE HAAS.



al deze werkzaamheden had De Haas ruim zijn deel. Als assistent van Prof. Lorentz was hij dezen hoogleeraar behulpzaam bij college en practicum, en aan het groote werk van Kamerlingh Onnes, het tot stand brengen van inrichtingen voor het vloeibaar maken van de zoogenaamde permanente gassen, had hij een werkzaam aandeel door o.a. met een anderen medewerker een groote hoeveelheid zuiver aethyleengas te bereiden, dat toen nog niet in den handel verkrijgbaar was.

Daarnevens werkte hij aan een experimenteel onderzoek, dat het onderwerp werd van zijne dissertatie, getiteld „Metingen in absolute maat van wrijvingscoëfficiënten van vloeistoffen tusschen het kookpunt en den kritischen toestand”. Het bevat metingen van den wrijvingscoëfficiënt van water en van vloeibaar chloormethyl bij verschillende temperaturen volgens een methode, waarbij van het stroomen door capillaire buizen wordt gebruik gemaakt. De metingen zijn van belang voor het onderzoek van de geldigheid van de wet der overeenstemmende toestanden, die ook op den wrijvingscoëfficiënt kan worden toegepast. Dit onderzoek werd voor een groot aantal stoffen uitgevoerd; de wet blijkt meestal door te gaan, maar vele stoffen vertoonen afwijkingen, die ook bij andere toepassingen van de wet bij die stoffen voor den dag komen.

In de jaren, die op zijne promotie volgen, heeft De Haas zich bij het middelbaar onderwijs de gaven als docent weten eigen te maken, die hem later aan de Polytechnische School en de Technische Hoogeschool zouden ten goede komen.

Te Delft heeft het wetenschappelijk onderzoek hem steeds aange trokken, maar de vele werkzaamheden, aan zijne betrekking verbonden, verhinderen hem zich daaraan zoo veel te wijden als hij wel wenschte. Eenige publicaties zijn van zijne hand verschenen, o.a. eene gemeenschappelijk met J. W. Giltay over de beweging van de kam van een viool. Daarin wordt de beweging der kam onderzocht en de wijze, waarop door deze de trillingen der snaren worden overgebracht op het bovenblad van de viool. Het blijkt dat de vioolkam zoowel een parallele als een transversale beweging heeft, en dat de werking der sordine niet enkel een dempende is, zooals gewoonlijk beweerd wordt.

Als promotor had hij een belangrijk aandeel aan het werk, dat beschreven wordt in de dissertaties van A. L. W. E. van der Veen over het physisch en kristallografisch onderzoek naar de

symmetrie van diamant, van J. Versluys over de capillaire werkingen in den bodem, terwijl bij verschillende andere dissertaties zijn hulp werd ingeroepen.

Toen hij in 1897 te Delft Sissingh opvolgde, die als buitengewoon hoogleeraar te Amsterdam was benoemd, wachtte hem geen gemakkelijke taak. De Polytechnische School had zich sedert hare oprichting in 1864 gaandeweg uitgebreid, zoowel wat den omvang der onderwijsvakken als wat het aantal studenten betreft. Het onderwijs in de natuurkunde kon allang niet meer door één docent worden beheerscht. Snijders, eerst naast Bosscha met dit onderwijs belast, had in 1890 Sissingh naast zich gekregen, en met dezen veel gedaan om de groote vorderingen der natuurkunde in die jaren ook bij het onderwijs tot hun recht te doen komen. Practische oefeningen voor alle studenten werden ingevoerd. Een jongere tak, de electrotechniek, scheidde zich langzamerhand daarvan af en begon een afzonderlijke plaats op te eischen, waardoor het aantal college-uren aanmerkelijk vermeerderde. Toen De Haas te Delft kwam, was het getal studenten al zoozeer gestegen, dat niet alle ingeschrevenen van een zelfde studiejaar tegelijkertijd in de collegezaal plaats konden vinden. Het geven van parallelcolleges werd noodig, en daarmee de aanstelling van nieuwe leerkrachten, wat de benoeming van Van Swaay nog in hetzelfde jaar tengevolge had.

Reeds eenigen tijd tevoren was de afscheiding van het electrotechnisch onderwijs tot stand gekomen. Snijders zou zich voortaan aan dit vak wijden, terwijl Sissingh de natuurkunde voor zijne rekening behield. Het laboratorium aan de Westvest was te klein om aan de eischen voor beide vakken te voldoen, de stichting van een nieuw gebouw werd overwogen. Snijders en Sissingh gaven de voorkeur aan een regeling, waarbij de natuurkunde in het oude laboratorium aan de Westvest zou blijven, en voor de electrotechniek een nieuw gebouw zou verrijzen in den Wippolder. De plannen daarvoor waren reeds in bewerking, toen De Haas de plaats van Sissingh innam. Zij werden nu opnieuw onder handen genomen en geheel gewijzigd. Hij en evenzoo Van Swaay zagen er een groot voordeel in, met de electrotechniek in eenzelfde gebouw vereenigd te blijven; toen het bleek, dat aan het oude gebouw een bestemming kon worden gegeven voor een andere afdeling, die eveneens dringend behoefte aan uitbreiding had, werd besloten, dat in het nieuwe gebouw beide vakken

zouden worden ondergebracht. Zoo trof het, dat De Haas, behalve het vele werk verbonden aan de eerste jaren van een groot college, dat door hem geheel nieuw moest worden bewerkt, en in het begin dubbel moest worden gegeven, ook nog aan den bouw van een nieuw laboratorium moest medewerken.

Wie zulk een nieuwen bouw heeft meegemaakt, weet hoe verbazend veel werk daaraan is verbonden. Talloos waren de conferenties met de collega's en den rijksbouwmeester over allerlei onderdeelen van de uitgebreide laboratoriuminrichting, waarbij Snijders het zijn medewerkers niet altijd gemakkelijk maakte. Hard moest in dien tijd gewerkt worden, en het zal De Haas een groote voldoening geweest zijn, toen in 1904 eindelijk het nieuwe gebouw kon worden betrokken.

Welverdiend was de waardeering van zijn verdiensten, welke bleek uit zijne benoeming tot hoogleeraar op 6 Juli van dat jaar.

Het natuurkundig onderwijs kon nu op betere wijze worden ingericht. Twee uren technische warmteleer voor aanstaande werktuig- en scheepsbouwkundigen, electrotechnici, technologen en mijningenieurs, een uur beknopte cursus in electriciteit en magnetisme voor bouwkundigen en technologen, 3 uren bijzondere onderwerpen (o.a. balans, soortelijk gewichts- en brekingsindices-bepalingen, interferentie en polarisatie, mikroskoop) werden zijn deel. Daarbij kreeg hij onder zijn leiding het groote natuurkundige practicum voor technologen, waarin deze tot aan hun candidaats-examen werken. Deze vakken bleef hij in hoofdzaak behouden tot 1917, toen door de uitbreiding van het aantal studenten wederom de benoeming van een nieuwen hoogleeraar noodig werd, en een iets andere verdeeling der colleges werd gemaakt.

De colleges van De Haas hebben steeds uitgemunt door een zorgvuldige keuze van de behandelde onderwerpen, terwijl hij veel werk maakte van soms zeer moeilijke proeven. Steeds was hij er op uit de nieuwste vindingen voor zoover ze voor de aanstaande ingenieurs van belang waren, onder hun bereik te brengen. Vooral het college over technische warmteleer, waarvan ook een voortgezette cursus door hem tegenwoordig voor werktuigkundigen van het 3e en 4e jaar wordt gegeven, getuigt van veel studie. De thermodynamica, waarin van technische zijde dikwijls met verouderde, onjuiste begrippen wordt gewerkt, werd door hem steeds gegeven in een wetenschappelijk juisten vorm, terwijl door invoeging van nieuwere onderwerpen met weglating van

minder noodzakelijke oudere gedeelten het college steeds bleef geven wat de hoorders later in de techniek noodig zouden hebben. Veel werk heeft hij steeds moeten besteden aan dit college, dat aan geen der universiteiten in dezen uitvoerigen vorm met vele aan de techniek ontleende toepassingen wordt gegeven.

Ook het college over bijzondere onderwerpen heeft steeds veel zorg vereischt. Ik noem in het bijzonder het college over het mikroskoop, eveneens van een uitvoerigheid zooals het voor zoover mij bekend is, nergens in ons land te hooren is, waarin de nieuwste verbeteringen worden behandeld en vertoond.

Het bezoek der practische oefeningen voor technologen nam steeds toe. In 1921/22 vermelden de registers 270 practicanten, 2373 proeven, 2001 verslagen. Steeds moesten nieuwe lokalen in gebruik genomen worden. Bij de proeven, beschreven in de door De Haas uitgegeven handleiding voor dit practicum, zijn er vele met toestellen, waarmede de technologen ook later in de praktijk zullen werken, zoodat de handleiding ook buiten het practicum zijn waarde heeft.

Van veel belang voor de studenten is ook de door De Haas uitgegeven verzameling van de vraagstukken, die voor natuurkunde bij de propaedeutische examens der Technische Hoogeschool zijn opgegeven.

Nevens de directe onderwijswerkzaamheden werd bijna voortdurend beslag gelegd op zijn tijd door een of andere der bestuursfuncties, die door de hoogleeraren der Technische Hoogeschool werden vervuld. In de eerste twee jaren van de T. H., 1905/06 en 1906/07, was hij secretaris van de afdeeling der algemeene wetenschappen, en moest toen met den voorzitter de regeling der uitgebreide propaedeutische examens in elkaar zetten. In de jaren 1910/11, 1911/12 en 1912/13 was hij secretaris van den Senaat, in 1914/15 en 1915/16 voorzitter van bovengenoemde afdeeling, in 1916/17 en 1917/18 beheerder van het natuurkundig en electrotechnisch laboratorium, en in 1919/1920 bekleedde hij de hoogste waardigheid, die van rector-magnificus.

Bij alle drukke werkzaamheden heeft hij den tijd kunnen vinden om ook buiten de Technische Hoogeschool nuttig werkzaam te zijn, waarbij hij tevens gelegenheid had in aanraking te blijven met vakgenooten en met vele technische inrichtingen, wat hem mogelijk maakte zijn onderwijs steeds aan de eischen der techniek aan te passen. Voor een groot deel ontstond dit contact

door de vele adviezen aan oud-leerlingen, die met hunne moeilijkheden tot hem kwamen. Verder is hij als hoogleeraar voor een enkel college werkzaam aan de Handelshoogeschool te Rotterdam, was hij vele jaren buitengewoon lid van den Octrooiraad, en is hij nog steeds bestuurslid van de Nederlandsche Vereeniging voor Koeltechniek, voorzitter van de Commissie van Toezicht op de standaarden van den meter en het kilogram, en bestuurslid van verschillende andere wetenschappelijke commissies en vereenigingen, terwijl hij aan het maatschappelijk leven in de stad zijner inwoning deelneemt als ancien-trésorier van de Waalsche Kerk, Curator van het gymnasium en regent-voorzitter van het Meisjeshuis.

Een werkzaam leven is het dus, waarop de jubilaris bij zijn 25-jarig feest kan terugzien. Moge het hem gegeven zijn nog vele jaren zijn werk te vervolgen, steeds vol ijver voor de belangen van het natuurkundig onderwijs, een trouw vriend voor zijne ambtgenooten, een waardig en algemeen geacht lid van het corps hoogleeraren der Technische Hoogeschool.

Delft, October 1922.

L. H. SIERTSEMA.

IONISATIE IN DE ATMOSPHEREN DER HEMELLICHAMEN

door ANT. PANNEKOEK.

I.

De Engelsche sterrekundige J. Norman Lockyer, bekend door vele baanbrekende astrophysische onderzoeken, heeft het eerst en het meest de aandacht gevestigd op de groote beteekenis, die de „enhanced lines” (lijnen, die bij overgang van boog- op vonkenspectrum versterkt worden; bij ons minder precies vonkenlijnen genoemd) in de spectra der hemellichamen hebben. Door hun gedrag op de zon werd hij er toe gebracht, ze als een bijzonder, scherp onderscheiden spectrum te beschouwen, dat zijn oorsprong in een bijzonder soort atomen vond, anders dan de gewone elementen; hij nam aan, dat zij door eenvoudiger grondstoffen, proto-elementen, uitgestraald worden. Het verschil tusschen het emissiespectrum van de chromospheer en het absorbtiespectrum

der Fraunhofersche lijnen bestaat zoo goed als uitsluitend in de grootere relatieve intensiteit der vonkenlijnen. De sterren kon Lockyer naar hun spectrum rangschikken in twee parallele reeksen, beide in de temperatuurreeks wit-geel-rood, *A-F-G-K* bevat, maar onderling verschillend, doordat de eene reeks, die hij als de reeks der jongere, in temperatuur stijgende sterren beschouwde (Poolster, α Persei, α Cygni) de vonkenlijnen veel sterker vertoont dan de andere op de dalende temperatuur lijn (Sirius, Procyon, zon). Ook elders (Potsdam, Harvard) werd het afwijkend karakter van deze spectra opgemerkt. Hertzsprung vond naderhand, dat deze sterren (op de Harvard-sterrewacht door Miss Maury als c-sterren van de groote massa afgezonderd) een uiterst kleine eigenbeweging hebben, gevolg van hun groote afstand, en dus een zeer groote lichtkracht moeten hebben; zij zijn de uiterste „reuzesterren”. Hieraan sloot zich de methode aan, door Kohlschütter en Adams op de Mount Wilson-sterrewacht ontwikkeld en toegepast, om uit de gradueele verschillen in relatieve intensiteit der vonken- en booglijnen de absolute helderheid der sterren te bepalen.

De theorie der proto-elementen, vooral in verbinding met zijn meteor-kosmogenie, heeft er wellicht toe bijgedragen, dat Lockyer's uitkomsten niet de aandacht vonden, die ze verdienden. Practisch had hij het echter bij het rechte eind; en de beteekenis van zijn werk trad naar voren, toen aan de hand van Bohr's atoommodel de oorsprong der „enhanced lines” bleek te liggen in de geioniseerde atomen. Door stijging van temperatuur moet het percentage geioniseerde atomen (dus de relatieve intensiteit der vonkenlijnen) toenemen, daar dan meer atomen een electron verliezen; door stijging van druk moet het percentage afnemen, daar dan de kans op weervereeniging van een geioniseerd atoom en een electron grooter wordt.

Op het dynamisch evenwicht, waarbij zich evenveel atomen splitsen als vormen, heeft de Bengaalsche physicus Megh Nad Saha de formules van chemisch evenwicht voor gassen toegepast:

$$\log K = \log \frac{p'_1 p'_2 \dots}{p_1 p_2 \dots} = - \frac{U}{2,30 R T} + \sum \frac{c_p}{R} \log T + \Sigma C$$

waarin

$$\Sigma c_p = c'_{p_1} + c'_{p_2} + \dots - c_{p_1} - c_{p_2} - \dots$$

de algebraïsche som der soortelijke warmten, en

$$\Sigma C = C'_1 + C'_2 + \dots - C_1 - C_2 - \dots$$

de algebraïsche som der chemische constanten voorstelt, terwijl U de warmte is, die bij omzetting van één grammolecuul opgenomen wordt. Past men dit toe op de ionisatie van een atoom, dan zijn het positieve ion en het electron de verschijnende stoffen, het neutrale atoom is de verdwijnende stof en U is de ionisatie-energie, het aantal calorieën noodig om van de N atomen in een grammolecuul een electron af te rukken. Is x het deel der atomen dat geïoniseerd wordt, dan is, als p de oorspronkelijke spanning voorstelt

$$p'_1 = xp \quad p'_2 = xp \quad p_1 = (1-x)p \quad \text{en de nieuwe spanning} \\ P = p'_1 + p'_2 + p_1 = (1+x)p.$$

Hieruit volgt

$$K = \frac{x^2}{1-x^2} P.$$

Saha maakt nu de onderstelling dat de vrij rondlopende electronen evenals de ionen als een één-atomig gas mogen beschouwd en behandeld worden. Voor elk der drie gasen is dan $c_p = 2,5 R$, dus de 2de term wordt $2,5 \log T$. De chemische constante wordt volgens de door Sackur, Tetrode en Stern afgeleide formule alleen bepaald door het atoomgewicht¹⁾; de C voor het neutrale atoom en het positieve ion heffen elkaar op, en voor het electronengas vindt men uit het atoomgewicht^{1/1847} de waarde $-6,49$ ²⁾. Zoo ontstaat de formule van Saha:

$$\log \frac{x^2}{1-x^2} P = -\frac{U}{4,571 T} + 2,5 \log T - 6,49.$$

De energie U kan gevonden worden uit de ionisatiespanning V in de proeven van Franck en Hertz, die noodig is, opdat een botsend electron door de verkregen kinetische energie eV in staat is een atoom stuk te slaan; dan moet $eV \times N = U$ zijn, mits nog in calorieën omgerekend; men vindt $U/4,571 = 5035 V$ (in volts). Dezelfde V kan ook uit de golflengte van de serie-grens berekend worden³⁾.

1) Zie Physica Maart 1922, bldz. 79-80.

2) Daar electronengas moeilijk als „Bodenkörper” gecondenseerd te denken is, is de gelijkstelling hier het meest aan bedenking onderhevig; door de overweging, dat positieve ionen en negatieve electronen gemengd voorkomen, laten zich echter deze bedenkingen wellicht opheffen.

3) Zie het artikel van G. Hertz in het Aprilnummer van „Physica”.

H. N. Russell, te Princeton, de eerste astronoom, die de onderzoekingen van Saha toepaste en uitbreidde ¹⁾, heeft de formule nog verbeterd door de overweging, dat in een steratmosfeer vele elementen gemengd zijn en zich alle in verschillende graad van ionisatie bevinden; het aantal electronen, dat aan de reactie deelneemt, wordt niet bepaald door het eene element, waarvoor wij de vergelijking opstellen, maar door alle tezamen. Is dus x_0 de gemiddelde ionisatie van alle elementen, bepaald door

$$x_a p_a + x_b p_b + x_c p_c \dots = x_0 (p_a + p_b + p_c \dots) = \frac{x_0}{1 + x_0} P$$

$$\text{dan moeten wij stellen } p'_1 = x p_a \quad p_1 = (1 - x) p_a \quad p'_2 = \frac{x_0}{1 + x_0} P$$

$$\text{dus } \log K = \log \frac{x}{1 - x} \frac{x_0}{1 + x_0} P$$

waar P de totale druk in de atmosfeer van alle elementen is.

Saha heeft met zijn formule voor tal van elementen met bekende V en U het ionisatie-percentages berekend voor verschillende temperatuur en druk. Onderstaande tabellen zijn een uittreksel uit zijne als voorbeeld voor een element met lage en een met hoge ionisatiepotential (Ca 6,09; He 25,2). Voor elementen met lager ionisatiepotential zal het percentage geïoniseerde atomen nog hoger zijn. Deze ionisatiepotential is voor de andere alkalische aarden afnemend met toenemend atoomnummer (Mg 7,61 Sr 5,67 Ba 5,19); voor de alkaliën zijn ze lager en volgen dezelfde regel (Li 5,37 Na 5,11 K 4,32 Rb 4,16 Cs 3,81).

$T \backslash P$	Calcium						Helium					
	10	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	
3000°					0,3	1						
4000				3	9	26						
5000		2	6	20	55	90						
6000		2	8	26	64	93						
8000	16	46	84	98					0,037	0,12		
10000	46	85	98					0,1	0,3	1	3	
12000	76	96					0,3	1	3	10	28	
15000							3	10	28	68	94	

¹⁾ Astrophysical Journal 55 (Maart 1922).

Hieruit kon Saha afleiden, dat in de photosfeer van de zon *K* zeer sterk, *Rb* en *Cs* zoo goed als geheel geïoniseerd moeten zijn, wat de schijnbare afwezigheid van deze laatste elementen en de zwakte van *K* in het zonnespectrum verklaart. Daar de temperatuur in de zonnevlekken lager is ($\pm 4000^\circ \text{C}$) is te verwachten, dat daar de afwezige elementen zullen optreden; inderdaad is *Rb* door Russell op de Mount-Wilson spectra der zonnevlekken gevonden, terwijl *K* en *Na* daar veel sterker zijn dan in de photosfeer. Terwijl de vonkenlijnen van deze elementen moeilijk op te wekken zijn (in het geïoniseerde atoom is evenals bij de edele gasen de buitenste ring of schil zeer stabiel) is het juist omgekeerd bij de alkalische aarden, waar het ééne electron, dat in de buitenste ring is overgebleven, evenals de neutrale alkali-atomen, gemakkelijk dubletten uitstraalt. Op de zon en de sterren zijn deze elementen sterk geïoniseerd; vandaar dat hun dubletten tot de meest bekende lijnen in de stellaire spectra behooren. In de eerste plaats het Ca^+ doublet, 3968 en 3933, de bekende lijnen H en K, die in het zonnespectrum alle andere in intensiteit overtreffen; daarnaast het Sr^+ doublet 4216 en 4078 en het Ba^+ doublet 4934 en 4554 (alle $1s-2p$ lijnen). Terwijl van het neutrale Calcium de lijn $1S-2P$ 4226 in het zonnespectrum nog een sterke lijn is, is de analoge lijn van *Sr* (4607) zwak en van *Ba* (5535) geheel afwezig. In het vlekenspectrum zijn de neutrale lijnen sterker, daarentegen zijn in de chromosfeer door de geringere drukking de vonkenlijnen versterkt.

In zijn opstel „On a physical theory of stellar spectra” stelt Saha nu op grond van zijn berekeningen een temperatuurschaal op voor de reeks van spectraaltypen, die door de opeenvolgende letters *O* (*a* tot *e*) — *B* (0 — 2 — 5 — 8) — *A* — *F* — *G* — *K* — *M* (*a* tot *d*) aangeduid worden. De Balmerreeks van waterstof verschijnt, van de laagste temperatuur af gerekend, bij *Mb*, bereikt zijn maximum bij *A* en verdwijnt bij *Ob*; dit correspondeert met het optreden van de $2p$ -banen (4500°), hun maximum concentratie (12000°) en de complete ionisatie van waterstof (22000°). De lijn *K* van Ca^+ verschijnt bij *Mc* en wordt steeds sterker; dan verdwijnt de *Ca* lijn 4226 bij *B* 1, en eindelijk verdwijnt de lijn *K* bij *Oc*; dit correspondeert met het begin van de ionisatie van *Ca* (4000°) zijn complete ionisatie (13000°) en de complete dubbele ionisatie (20000°). De *He* lijnen verschijnen bij *Ao*, de lijn 4586 van He^+ verschijnt bij *B* 2, waar de gewone *He* lijnen het sterkst zijn en

deze verdwijnen bij Oa ; dit beteekent dat de $2p$ banen van He optreden (12000°), hun maximum bereiken terwijl de ionisatie begint (17000°) en dat He geheel geïoniseerd is (24000°). Hierbij moet men echter bedenken, dat de temperaturen voor het optreden van de $2p$ banen in hooge mate hypothetisch zijn, terwijl de ionisatietemperaturen (die alleen onder de afgeleide formules vallen) eenigszins onbepaald worden door de onzekerheid welke drukking erbij aangenomen moet worden.

II.

Wil men deze onbepaaldheid — welke van de drukkingen, die in een atmosfeer voorkomen, hier genomen moet worden — opheffen, dan moet men de ionisatie berekenen voor de geheele reeks van bijeenbehorende temperaturen en drukkingen, die men van buiten naar binnen gaande in een steratmosfeer aantreft. Dit geschiedt het gemakkelijkst door zoowel de ionisatie van een element als ook de toestand in een atmosfeer in hun afhankelijkheid van temperatuur en druk grafisch voor te stellen. Dit is uitgevoerd in de hierbij gevoegde teekening, waar $\log T = \tau$ en $-\log p$ als horizontale en verticale coördinaten zijn genomen. Stellen wij $\log K = \xi + \log p$, waarin

$$\xi = \log \frac{x}{1-x} \frac{x_0}{1+x_0}$$

de ionisatietoestand bepaalt, en $\log U/_{4.57} = \kappa$, dan wordt de vergelijking

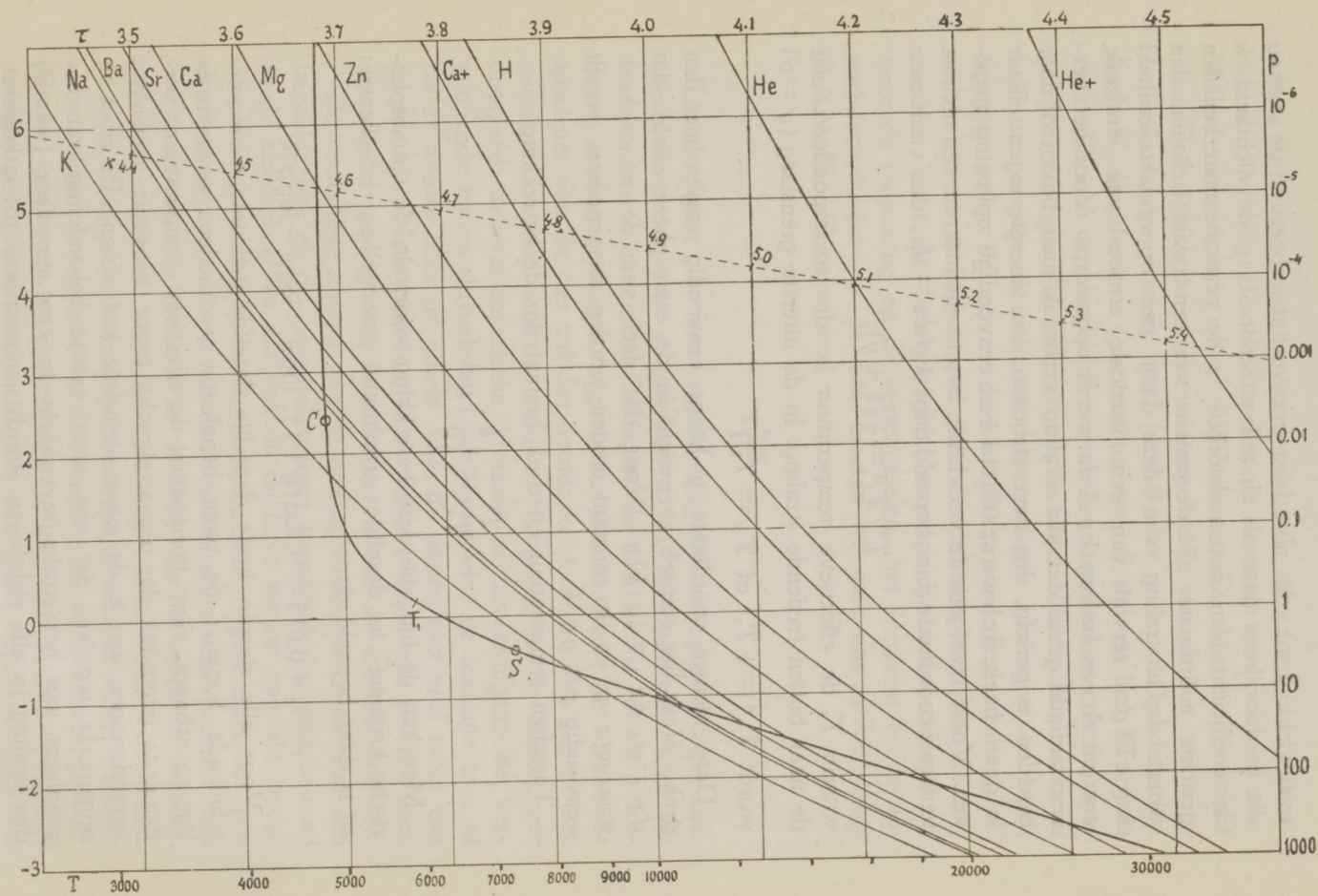
$$\xi + \log p = -10^{\kappa-\tau} + 2,5\tau - 6,49.$$

Voor $\xi = 0$ stelt dit een kromme lijn voor, een betrekking tusschen de $\log T$ en de $\log p$, die bij dit element de ionisatie

$$\frac{x}{1-x} \frac{x_0}{1+x_0} = 1$$

geven; andere waarden voor deze grootheid ξ bv. 10 en 0,1 worden gevonden door dezelfde kromme lijn een afstand $= 1$ naar beneden of naar boven te verschuiven. De kromme lijn heeft voor alle elementen dezelfde gedaante; bij verandering van κ verschuift ze langs de gestippelde lijn evenwijdig aan zichzelf.

De betrekking tusschen drukking en temperatuur in een steratmosfeer kan berekend worden in de onderstelling van stralings-



evenwicht, d.w.z. dat elke laag evenveel absorbeert uit de straling die er door heen gaat als zij zelf uitzendt. Is ϱ de dichtheid, k de coëfficiënt van massa-absorbtie, z de verticale naar beneden gerichte coördinate, cT^4 de emissie van een zwart lichaam, dan wordt de uitstraling van deze laag per oppervlakte-eenheid $k \varrho cT^4 dz$, terwijl van een verticale stroom van stralende energie A een bedrag $k \varrho A dz$ wordt opgeslorpt. Voor het vereenvoudigde geval dat alle straling verticaal, naar boven of naar beneden, is gericht, dus twee stroomen van energie tegen elkaar in gaan, heeft Schwarzschild een eenvoudige oplossing gegeven. Voert men, om de verschillen in ϱ te elimineeren, een nieuwe verticale coördinate y in, bepaald door $k \varrho dz = dy$, dan vindt men

$$T^4 / T_1^4 = \frac{1}{2} (1 + y).$$

waarin T_1 de effectieve temperatuur is, die correspondeert met de naar buiten tredende straling. In de uiterste grenslaag ($y=0$) wordt $T_0^4 = \frac{1}{2} T_1^4$ of $T_0 = T_1 / \sqrt[4]{2}$.

Deze nieuwe coördinate y hangt eenvoudig samen met den druk. Want het statisch evenwicht in de atmosfeer eischt, dat $dp = g \varrho dz = (g/k) y$. Voor dat deel van de atmosfeer, waarvoor g en k constant mogen worden aangenomen, wordt eenvoudig $p = yg/k$.

Tusschen temperatuur en druk bestaat dus de betrekking

$$2 \frac{T^4}{T_1^4} = \left(\frac{k}{g} \right) p + 1.$$

Men kan de lijn, die deze betrekking voorstelt, de „atmosphische kromme” in dezelfde graphische voorstelling inteekenen; zij is daar bepaald door

$$\tau - \tau_1 + 0,075 = \frac{1}{4} \log(y+1), \quad \log y = \log p - \log g/k.$$

Voor alle sterren heeft deze lijn dezelfde gedaante maar verschillende ligging; de twee bepalende grootheden, waarvan de ligging afhangt, zijn: horizontaal de effectieve temperatuur, verticaal de intensiteit der zwaartekracht (voor zooverre men van veranderingen van k , de massa-absorbtie kan afzien). Er moet bij opgemerkt worden, dat een meer exacte behandeling van het probleem van het stralingsevenwicht in een atmosfeer (waarbij dus straling in alle richtingen wordt aangenomen) tot uitkomsten

voert, die eenigszins, maar toch weinig van deze formule afwijken; in het diagram is de lijn geteekend naar de berekeningen van Milne, waarbij $\tau_0 - \tau_1 = -0,088$ wordt. De lijn is geteekend voor $T_1 = 5860^\circ$, de effectieve temperatuur van de zon, en voor de willekeurige waarde $\log g/k = 0$ dus $y = p$. Op deze lijn duidt T_1 de effectieve temperatuur aan; S stelt de laag in de zon voor, die men de gemiddelde photosfeer zou kunnen noemen: zoo gelegen, dat van alle door de oppervlakte uittredende straling de helft uit hogere, de helft uit diepere lagen komt (uit de lagen tusschen $y = -0,2$ en $+0,85$ komt 80% van deze straling); C stelt ongeveer de lagen voor, die het chromospherspectrum uitzenden. Voor de berekeningen, waarop dit berust, zoowel als voor de toepassing op de verschijnselen, het spectrum en de absorptiecoëfficiënt op de zon moeten wij naar ons artikel in het B.A.N. Nr. 19 verwijzen.

III.

Uit de figuur ziet men onmiddellijk, dat er bepaalde lagen zijn, overeenkomende met y tusschen 1 en 0,1 ongeveer, waar de ionisatie een minimum is. De lagen, die het sterkst tot de uittredende straling bijdragen, liggen daar juist beneden; het absorptiespectrum van de ster zal dus hoofdzakelijk door deze lagen met geringste ionisatie bepaald worden. Hoogerop in de atmosfeer doorsnijdt de atmosferische kromme achtereenvolgens de verschillende ionisatiekrommen; hier neemt dus de ionisatie toe, al zal er weldra door de ijlheid van de gassen niet veel meer van te zien zijn. Naar beneden, in de diepere lagen van de ster, vanwaar geen straling naar buiten komt, neemt de ionisatie ook toe.

De onderlinge ligging van de atmosferische kromme van een bepaalde ster en de ionisatiekrommen bepaalt de ionisatietoestand in de atmosfeer en dus ook de relatieve sterkte van de booglijnen en de vonkenlijnen. Bij overgang naar jongere spectraaltypen dus hooger temperatuur, verschuift de atmosferische kromme naar rechts en moet de ionisatie in de lagen, die het spectrum bepalen, toenemen. Ook als deze kromme naar boven wordt verschoven, d. w. z. als bijgelijkblijvend spectraaltype de waarde van g/k kleiner wordt, wordt de ionisatie, dus de intensiteit der vonkenlijnen, grooter. Dit is juist, wat bij reuzesterren te verwachten is, want deze hebben een groote lichtkracht, dus een groot oppervlak, een zeer

groot volume en, daar zij tegelijk een matige massa hebben, een uiterst geringe dichtheid; hier zal dus ook g , de versnelling der zwaartekracht aan het oppervlak, gering zijn.

Op de Mount Wilson sterrewacht werd in de sterspectra de relatieve intensiteit van eenige gunstig gelegen boog- en vonkenlijnen in getallen geschat; deze werden vervolgens voor die sterren, waarvan de parallaxe, dus de absolute helderheid bekend was, met deze absolute helderheid vergeleken, om de schaal van schattingsgetallen te ijken; dit geschiedde voor elke spectraalklasse (of onderdeel) afzonderlijk. Met deze reductietabellen kon dan voor elke ster de absolute helderheid, dus de parallaxe, gevonden worden: een zuiver empirisch procédé dus. Nu blijkt uit de afgeleide formules dat de relatieve intensiteit der lijnen van de grootheden g , k en T_1 afhangt; binnen elke spectraalgroep, waarvoor T constant is te nemen (en ook k , die wel niet van de dichtheid, maar misschien nog van T afhangt), hangt zij alleen van g af. Nu is

$$g = \frac{fM}{R^2}, \quad \text{en } L = 4\pi\sigma R^2,$$

als R de straal, M de massa, L de lichtkracht, σ de uitstraling per oppervlakte-eenheid, f de constante der aantrekkingskracht is. Hieruit volgt (daar in elke spectraalgroep ook σ constant is), dat g evenredig is met M/L . De grootheid, die uit de relatieve intensiteit der spectraallijnen gevonden wordt, is dus niet L zelf, de lichtkracht, maar L/M , of liever, als M_0 de gemiddelde massa van de voor de ijking gebruikte sterren is, LM_0/M . Deze gemiddelde massa M_0 is voor de roode en gele sterren 't kleinst en neemt toe voor de A en nog meer voor de B en de O e sterren.

Volgens deze beschouwingen moeten dus de op Mount Wilson spectroscopisch afgeleide parallaxen door de invloed van de massa's der sterren verkeerd gevonden zijn; heeft een ster een groote massa (t.o.v. het gemiddelde) dan wordt de L te klein, dus de parallaxe in de verhouding $\sqrt{M}$ te groot gevonden. Onderzoekt men de sterren, waarvan zoowel de massa (omdat zij dubbelsterren zijn) als de parallaxe door directe metingen bekend zijn, dan blijkt dit inderdaad uit te komen; in de volgende tabel zijn, in groepen naar M (zon=1) gerangschikt, de waarden van deze M volgens de baanbeweging en daaronder de waarden (spectr.: trigon.parallaxe) geplaatst, de laatste nog gecorrigeerd voor de invloed van de gemiddelde M_0 van elke spectraalklasse.

$M =$	39	2,6	1,5	0,76	0,54	0,31	0,20	0,052
$\frac{s}{t} \sqrt{M_0} =$	3,4	1,4	1,5	1,15	0,90	0,75	0,56	0,34
Aantal	5	6	9	8	7	7	4	4

De waarden van $(s/t) \sqrt{M_0}$ loopen regelmatig af met M . Dat hun verloop wat geringer is dan met $\sqrt{M}$ zou overeenstemmen, komt waarschijnlijk hier vandaan, dat de sterren met de grootste lichtkracht gemiddeld een eenigszins grootere massa hebben dan de anderen. Hier blijkt nu de mogelijkheid om uit het spectrum de massa van een ster af te leiden, wanneer door de kennis van de ware parallaxe (b.v. door trigonometrische meting) de absolute helderheid bekend is; voor alle sterren in de naaste omgeving van de zon zullen op deze wijze de individueele massa's te vinden zijn.

IV.

Terwijl dus de toepassing van de evenwichtsvergelijking van Saha op de steratmosferen t.o.v. hun verscheidenheid in dichtheid en grootte goede uitkomsten heeft opgeleverd, stuit de poging om daarmee het verschil der spectraaltypen te verklaren, op moeilijkheden. Vergelijken wij de zon ($T_1 = 5800^\circ$) met sterren van type F en A (waarvoor wij $T_1 = 8000^\circ$ en 12000° aannemen) met gelijke g/k , dus verschuiven wij de atmosferische kromme een bedrag 0,13 en 0,27 naar rechts. De ligging van deze lijn t. o. v. de ionisatiekrommen verandert dan op dezelfde wijze, alsof hij een bedrag van omstreeks 1,5 en 3,5 naar boven was verplaatst, d. w. z. dat de absolute helderheid 30 resp. 3000 maal grooter was geworden. Van G naar F en dan naar A gaande moeten dus de vonkenlijnen versterkt en de booglijnen verzwakt worden in dezelfde mate als bij overgang naar een reuzenster van 3,5 en 8,5 grootteklassen grooter helderheid. Voor een element met een ionisatiepotentiaal 7 à 8 (bv. Mg ; ook Ti moet in deze buurt liggen) neemt de grootheid ξ , die voor de zon (punt S) $-2,4$ is, voor een A ster tot $+1,1$ toe, d. w. z. het ionisatiepercentage neemt van ongeveer 5% tot omstreeks 95% toe (berekend met x_0 resp. 8% en 40%).

Van zulke veranderingen blijkt in de sterspectra zeer weinig. In de F ster Procyon zijn de relatieve intensiteiten van de boog- en vonkenlijnen van Ca , Fe , Ti en dergelijke elementen niet veel

anders dan in de zon. In Sirius (een *A* ster, waar bovendien *g* nog kleiner is dan op de zon) zijn wel de vonkenlijnen wat sterker, maar de booglijnen nemen nog een zeer belangrijke plaats in. Alleen zulke vonkenlijnen als de *Mg* + lijn 4481, die tot een hogere reeks behoort (*3d-4b*), waarvan de grondbaan dus slechts bij hogere temperatuur optreedt, nemen naar de heetere typen sterk toe. Naast Sirius, de *A* ster met booglijnen, heeft Lockyer reeds *α Cygni*, de *A* ster met de vonkenlijnen geplaatst. De overgang van dwergsterren van type *G* over *F* naar *A* toont niet de (naar de formule te verwachten) vervanging van de neutrale metaallijnen door de geïoniseerde; integendeel loopt de tegenstelling reuzen-dwergen met spectra van booglijnen-vonkenlijnen door de geheele reeks *G-F-A* heen. Wat wij als typische verandering van het spectrum in deze overgang zien is iets anders: de metaallijnen uit de 4de rij van het systeem der elementen (*Ca, Ti, Cr, Fe, Ni, Co*), zoowel boog- als vonkenlijnen, worden geleidelijk zwakker en verdwijnen; ze worden vervangen door elementen uit lagere rijen, eerst door *H* en *Si*, die van type *G* tot *A* toenemen in intensiteit, daarna door *O, N, C, He* (in de *B* sterren). Men kan trachten de oorzaak daarvan in verandering van de samenstelling der atmosferen, (bv. tengevolge van verandering van *g*) te vinden. Maar dit wordt uitgesloten, doordat de reuzen- en dwergsterren analoog veranderen. Blijkbaar heeft deze overgang nog wel met de ionisatie-energie te maken. W. J. S. Lockyer en Edwards hebben er onlangs op gewezen ¹⁾, dat in de reeks van de reuzensterren van *G* tot *A* de verschillende elementen afwisselend hun maximum bereiken: eerst de lijnen van *Ca* + (bij de zon, *G*), dan van *Ti* + (bij *Polaris, F-G*), eindelijk van *Fe* + (bij *α Cygni A*); dit is juist de volgorde van toenemende ionisatiespanning. Hetzelfde geldt ook voor bovengemelde rangschikking: *Ca* (maximum bij *K* sterren) *Ti, Fe*, enz. (bij *G*) *H, Si* (bij *A*) *O, N, He*, (bij *B*) komen juist in volgorde van ionisatiespanning. Indien de ionisatie hier dan toch beslissend is, zouden de ionisatiekrommen op de hoogte van $\log p = 0$ een veel geringere helling moeten hebben dan in de figuur, d. w. z. de coëfficiënt 2,5 van $\log T$ in de formule van Saha zou kleiner moeten zijn. Een theoretische grond hebben wij hiervoor niet kunnen vinden.

Eenigszins in deze richting werkt een veranderlijkheid van de

¹⁾ Monthly Notices of the R. A. S. 81 (Juni 1921).

coëfficiënt van massa-absorptie k met de temperatuur. Eddington vond voor het binnenste van een ster $k = 23$ (C G S) en verklaarde dit kolossale bedrag door erop te wijzen, dat de kleine λ behorende bij een straling van zoo hooge temperatuur (4000000°) daaraan het karakter van Röntgenstralen geeft. Deze reden, dat k bij afnemende λ toeneemt, bestaat ook reeds bij lager temperatuur. Voor de zon vindt men bij ongeveer 7500° een absorptiecoëfficiënt 0,027; neemt T dus 550 maal toe, dan k ongeveer 800 maal. Een variatie $d \log k = 1,1 d \log T$ moet bewerken, dat de atmosferische lijn in ons diagram voor de diepere lagen een eenigszins kleinere helling krijgt. Ook voor den overgang van een G naar een A ster, bij constante g , bewerkt deze variatie van k een geringere toename der ionisatie dan boven berekend werd; maar het bedrag is lang niet voldoende.

Een andere moeilijkheid ontstaat uit het gedrag van de Balmerreeks. Hij treedt als absorptiereeks slechts op, als de grondbaan, waar het electron uitgeslingerd wordt, de tweequantige-baan is, die eerst bij hooger temperatuur voorkomt. Men kan trachten de vergelijkingen van het chemisch evenwicht ook toe te passen op deze verandering, door waterstof in de 1ste baan, in de 2de baan, enz. als allotropische vormen van H te beschouwen. In dit geval hebben wij de vergelijking

$$\log K = \log \frac{p(H^2)}{p(H^1)} = - \frac{U_{12}}{4,57 T} = - \frac{5035}{T} V_{12},$$

daar de andere termen hier wegvallen. Hier is $V_{12} = (1 - 1/4)V$, als V de ionisatiespanning = 13,6 Volt is. Op die wijze vindt men

$$\log \frac{p_2}{p_1} = - \frac{51000}{T}$$

Voor $T = 3000^\circ$ (M sterren) geeft dit $p_2/p_1 = 10^{-17}$, voor 6000° (G sterren) $10^{-8,5}$, voor 12000° (A sterren) 10^{-4} . Voor hoogere temperaturen begint de ionisatie van H , blijkens de figuur, steeds merkbaarder te worden; een maximum intensiteit van de Balmerreeks in klasse A is dus begrijpelijk. Maar de toename van M tot A schijnt wel veel te groot. Dat bij 3000° de reeks al zichtbaar is (bij de reuzesterren vrij sterk) bij een percentage van 10^{-17} tweequantbanen, terwijl dit percentage tot klasse G in de verhouding 10^8 toeneemt, is niet in overeenstemming met de toename in intensiteit. Het is dus twijfelachtig of de evenwichtsformule op deze omzetting mag toegepast worden; in elk geval

kan niet (zooals Saha doet) theoretisch een temperatuur opgegeven worden, waarop de Balmerreeks voor het eerst zichtbaar moet worden.

De groote sterkte der waterstoflijnen werd door Kohlschütter als het belangrijkste kenmerk van de reuzesterren van klasse *K* en *M* gevonden. Een theoretische reden is daarvoor in deze evenwichtsformule niet te ontdekken, daar de drukking hier geen rol speelt. De geringe intensiteit der zwaartekracht aan het oppervlak van een reuzester moet bewerken dat lichte en zware elementen veel meer dooreen gemengd zijn dan bij een dwergster, waar de groote *g* een scherpere scheiding bewerkt; dit zou een relatief sterker optreden van waterstof in het spectrum der dwergsterren doen verwachten, juist het tegendeel van wat de practijk leert. Men kan ook de oorzaak zoeken in een verbreding der *H* lijnen door een Stark-effect, dat optreedt tengevolge van de onregelmatige electriche velden der ionen en electronen. Zoo zou de door de geringe drukking sterkere ionisatie in de reuzesterren indirect een invloed op de waterstoflijnen kunnen hebben; de vraag blijft, of bij de geringe dichtheid de velden sterk genoeg zullen zijn, terwijl bij deze verklaring hetzelfde effect veel sterker bij de heetere klassen zou moeten optreden. Een bevredigende verklaring voor de groote intensiteit der waterstoflijnen in de roode reuzesterren is dus nog niet gegeven.

Terwijl dus de toepassing van de ionisatietheorie reeds veel tot verklaring der spectra der hemellichamen heeft bijgedragen, bieden deze toch een groot aantal vraagstukken aan, die daarmee nog niet kunnen worden opgelost.

V.

Bij de bespreking van de ionisatietheorie op de laatste vergadering van de Astronomenclub werden door de heeren Ornstein en Burger eenige bezwaren tegen de afleiding en de geldigheid van de formule van Saha ingebracht, die hier nog even behandeld mogen worden. Een waterstofatoom kan zich in verschillende toestanden bevinden, al naar het electron zich op de 1ste, 2de 3de enz. baan bevindt; noemen wij de partieele drukkingen van elk dezer modificaties $p_1 p_2 p_3 \dots$ dan volgt uit het theorema van de aequipartitie der energie

$$l p_1 = \frac{U_1}{R T} = l p_2 - \frac{U_2}{R T} = l p_3 - \frac{U_3}{R T} = \dots$$

Daar deze U 's voor hogere index steeds meer tot 0 naderen, naderen de hogere p 's steeds meer tot 1; hun som vormt een niet convergeerende reeks, dus daar de som de totale p is, moet elke afzonderlijke $p_n = 0$ worden. Dezelfde vergelijking vindt men ook thermodynamisch door de evenwichtsformule, die op blz. 305 voor p_2/p_1 werd gebruikt, op alle p 's uit te breiden. Berekent men hieruit de concentratie der geïoniseerde atomen, dan blijkt deze evenzeer 0 te zijn.

Dit is echter niet een tegenstrijdigheid tusschen de physische theorie en de ionisatieformule, maar tusschen deze theorie en de spectroscopische ervaring, die ons in de absorbtiespectra der elementen alleen de laagquantige banen vertoont. Zijn deze conclusies der theorie juist, dan kunnen zij twijfel wekken of H atomen, waarin het electron op verschillende banen loopt, als modificaties te beschouwen zijn, waarop de thermodynamische formules toepasselijk zijn (Nernst, Theoretische Chemie 1921, blz. 807, betwijfelt dit niet). Maar de toepassing dezer formules op het geheel andere geval van de ontleding van een atoom in een ion en een electron wordt er niet door geraakt. Als in de afleiding van de ionisatieformule uitgegaan wordt van de 1ste baan als normaaltoestand, is dit geheel in overeenstemming met de spectroscopische ervaring.

Maar het komt mij voor, dat deze conclusies uit de theorie niet juist zijn. Ze gelden alleen voor een oneindig aantal termen. In dit geval wordt elk electron, hoe ver ook verwijderd, gerekend op een n de buitenbaan te loopen, dus wordt de ionisatie a priori nul genomen. In werkelijkheid is echter het aantal termen beperkt: bij waterstof van 1 atm. en 6000° bv. vindt men de gemiddelde afstand der atomen omstreeks $150 \times$ de middellijn van de 1ste baan, dus is er slechts plaats voor 12 banen. Maar zelfs al was er plaats voor 100 banen, dan nog zou de som van hun p 's absoluut onmerkbaar zijn tegenover de eerste; want vullen wij de getallenwaarden in voor bv. $T = 6000^\circ$, dan vinden wij

$$p_1 : p_2 : p_3 : p_4 \dots = 10^{11.3} : 10^{2.8} : 10^{1.3} : 10^{0.7} \dots$$

Bij hooger temperatuur dalen deze machten en verliest de 1ste baan zijn overwegende beteekenis. Maar dan wordt de ionisatie steeds belangrijker, die van de spanning van het electronengas in de omgeving afhangt. Zoo vindt men voor 12000° $p_1/p_2 = 10^{4.2}$;

$p_1/p_+ = 10^{1.9} p_e$ (p_e = spanning der electronen); dus voor $p_e = 100$, 1, 0,01 atm. wordt $p_1/p_+ = 8000$, 80, 0,8 terwijl $p_1 = 16000 p_2$ is. Een tegenspraak tusschen de theorie en de aannamen, waarvan de ionisatieformule uitgaat, is dus in werkelijkheid niet aanwezig.

IONISATIE IN STERRENATMOSFEEREN

door L. S. ORNSTEIN en H. C. BURGER.

In een vergadering van de Nederlandsche Astronomenclub op Zaterdag 2 September 1922, waar wij als gasten aanwezig waren, hadden wij gelegenheid, na een inleiding van Dr. A. Pannekoek over bovengenoemd onderwerp, onze bezwaren te ontvouwen tegen de theorie der ionisatie van gassen, zooals die in de laatste jaren door de astronomen ontwikkeld en toegepast is.

Wordt een éénatoomig gas op een voldoende hooge temperatuur gebracht, dan kan men zich denken dat een dissociatie plaats heeft, waarbij ieder atoom zich splitst in een positief ion en een electron. Deze dissociatie kan het ontbreken van de lijnen van het neutrale atoom in het spectrum van een hemellichaam verklaren, indien zij zoo volledig is, dat practisch alle atomen gedissocieerd zijn. Wel zal hiertoe een zeer hoogè temperatuur noodig zijn, die met aardsche hulpmiddelen niet te bereiken is, maar het is zeer plausibel, dat deze conditie in een sterrenatmosfeer verwezenlijkt kan zijn.

Men kan echter verder gaan ¹⁾ en den graad der genoemde dissociatie berekenen met behulp van de thermodynamische formule voor een chemische reactie in den idealen gastoestand. Nu is evenwel het temperatuurevenwicht tusschen atoom, ion en electron een zeer interessant, maar nog volkomen onopgelost physisch probleem, dat men zeker niet kan behandelen zooals dat door Saha is geschied. Het vertrouwen, dat men van astronomische zijde in de juistheid van diens berekening stelt en de toepassing ²⁾ die men er op stellair-physisch gebied van maakt, maken het gewenscht er op te wijzen, dat men bij consequente voortzetting van den gedachtengang van Saha tot een absurde conclusie komt.

1) Megh Nad Saha; Phil. Mag. 472, 1920.

2) H. N. Russell, Aph. J. 55, p. 121, 1921-'22.
A. Pannekoek, B. A. N. 19, p. 107, 1922.

Men moet n.l. bedenken, dat er behalve de volkomen gedissocieerde toestand en de „rusttoestand” van het atoom nog on-eindig veel vormen zijn waarin het atoom kan voorkomen n.l. alle volgens de quantentheorie mogelijke toestanden van het atoom, waarin de energie grooter is dan in den rusttoestand en kleiner dan van het systeem ion + electron. Saha heeft echter ondersteld, dat naast den rusttoestand van het atoom uitsluitend de gedissocieerde toestand voorkomt. Dit is evenwel zeker niet het geval, daar in het spectrum der sterren absorptielijnen voorkomen die op het bestaan van talrijke andere toestanden wijzen.

Zijn :

$$c_1, c_2, \dots, c_\infty, \dots$$

de concentraties van de verschillende mogelijke atoomtoestanden met de bijbehorende energieën :

$$\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_\infty, \dots$$

en zijn c_i en c_e de concentratie's van ion en electron, dan kan men, zooals ook Saha dit doet, een verband aangeven tusschen de concentratie's door op een van de mogelijke overgangen de thermodynamica toe te passen. Men heeft overgangen van twee verschillende typen n.l. de dissociatie van een atoom in een der mogelijke toestanden in een ion en een electron en de overgang van een atoom van den eenen toestand in den anderen. Ieder dezer overgangen kan men als chemische reactie beschouwen en er de thermodynamische theorie der gasreacties op toepassen.

Voor de dissociatie van een atoom in den toestand met index ∞ vindt men het volgende. Stelt men de soortelijke warmte bij constant volume per grammolecuul voor een ideaal gas gelijk aan $\frac{3}{2}R$ (R = absolute gasconstante), dan wordt het verband tusschen concentraties c_∞ , c_i en c_e door de volgende formule uitgedrukt in temperatuur T en druk p :

$$\frac{c_i c_e}{c_\infty} = A_\infty e^{-\frac{B_\infty}{RT}} T^{\frac{5}{2}} p^{-1} (\infty = 1, 2, \dots) \quad (1)$$

In deze formule stelt B_∞ de energie voor om een gramatoom van de stof in den quantentoestand met index ∞ te dissocieeren. Is $\infty = 1$ dan is deze energie te berekenen uit die ionisatiespanning van het atoom in den rusttoestand ; is $\infty > 1$, dan is het bedrag dezer energie kleiner.

Minder eenvoudig is het om de constante A_{κ} in meetbare fysische grootheden uit te drukken. Deze constante hangt samen met de entropieconstanten van de gasen die zijn opgebouwd uit ionen, electronen en uit atomen in den toestand κ . In deze constanten, die wij resp. a_i , a_e en a_{κ} zullen noemen, kan men A_{κ} op de volgende wijze uitdrukken:

$$A_{\kappa} = e^{\frac{a_i}{R} + \frac{a_e}{R} - \frac{a_{\kappa}}{R}} \quad (\kappa = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

Nu heeft men de entropieconstante van een éénatomig gas berekend door de statistische mechanica op geschikte wijze aan de quantentheorie aan te passen.¹⁾ Wij nemen voorloopig met Saha de juistheid van de aldus verkregen uitdrukking aan en onderstellen ook, dat de berekening kan worden toegepast op een ionen- en electronengas.

Zonder de formule voor de entropieconstante hier aan te geven kan men volstaan met op te merken dat deze constante, behalve van universeele constanten, slechts van het atoomgewicht van het gas afhangt. Daar het ion practisch dezelfde massa heeft als het neutrale atoom is dus:

$$a_i = a_{\kappa},$$

en wordt (2):

$$A_{\kappa} = e^{\frac{a_e}{R}} \quad (3)$$

Uit (3) blijkt dat A_{κ} is uit te drukken in de massa van het electron en niet van de index κ afhangt.

Past men de dissociatieformule toe op de overgang van een atoom van den toestand κ in den toestand λ of omgekeerd, dan vindt men:

$$\frac{c_{\lambda}}{c_{\kappa}} = A_{\kappa \lambda} e^{-\frac{B_{\kappa \lambda}}{RT}} \quad (4)$$

1) Verg. bijv. H. A. Lorentz, Theorie der Quanta, p. 91.

Hierin is $B_{\kappa \lambda}$ het energieverval van het atoom (per gramatoom berekend) in de toestanden λ en κ ; dus is:

$$B_{\kappa \lambda} = B_{\kappa} - B_{\lambda} \quad (5)$$

Verder is $A_{\kappa \lambda}$ weer in de entropieconstanten uit te drukken op de volgende wijze:

$$A_{\kappa \lambda} = \frac{a_{\lambda}}{a_{\kappa}} e^{\frac{B_{\kappa} - B_{\lambda}}{RT}} \quad (6)$$

Daar de massa van het atoom in de toestanden κ en λ gelijk is en en de entropieconstante slechts van de massa afhangt is $a_{\kappa} = a_{\lambda}$ en wordt (6):

$$A_{\kappa \lambda} = 1 \quad (7)$$

Uit (4), (5) en (7) volgt nu:

$$\frac{c_{\lambda}}{c_{\kappa}} = e^{-\frac{B_{\kappa} - B_{\lambda}}{RT}} \quad (8)$$

Deelt men (1) door de analoge vergelijking voor λ en bedenkt men, dat volgens (3) $A_{\kappa} = A_{\lambda}$, dan komt men juist weer tot vergelijking (8).

Schrijft men (8) in de vorm:

$$\frac{c_{\kappa}}{B_{\kappa}} = \frac{c_{\lambda}}{B_{\lambda}} = C,$$

dan is C een constante, die niet van de index κ of λ afhangt en worden de concentraties c_{κ} gegeven door de formule:

$$c_{\kappa} = C e^{\frac{B_{\kappa}}{RT}} \quad (9)$$

Daar B_{κ} de negatieve energie van den κ^{den} toestand is, drukt (9) het principe van Maxwell-Boltzmann uit, wanneer de verschillende toestanden van het atoom à priori even waarschijnlijk zijn. ¹⁾

¹⁾ N. Bohr, On the Quantumtheory of Linespectra.

Om C te bepalen bedenke men dat de concentraties c_x aan de volgende betrekking moeten voldoen :

$$c_1 + c_2 + \dots + c_x + \dots + c_i + c_e = 1,$$

of na substitutie van (9):

$$C \sum_{x=1}^{\infty} e^{\frac{B_x}{RT}} + c_i + c_e = 1. \quad (10)$$

Voor een willekeurig atoom kan men B_x niet als functie van x aangeven. Voor het waterstofatoom is B_x omgekeerd evenredig met x^2 en kan dus geschreven worden :

$$B_x = \frac{a}{x^2} \quad (11).$$

Voor andere atomen zullen de grootheden B_x voor groote waarden van x ook door een formule van deze gedaante kunnen worden voorgesteld. Daar in dit geval voor $x = \infty$ $e^{B_x/RT} = 1$ wordt, divergeert de som in (10) en wordt :

$$C = 0,$$

of volgens (9):

$$c_x = 0 \quad (12).$$

Elke vorm van het atoom is dus in oneindig kleine concentratie aanwezig. Noemt men een atoom ongedissocieerd als :

$$x \leq K,$$

en gedissocieerd als :

$$x > K,$$

dan wordt de verhouding der atomen in ongeïoniseerden en geïoniseerde toestand :

$$\frac{\sum_{x=1}^K c_x}{\sum_{x=K+1}^{\infty} c_x} = \frac{\sum_{x=1}^K e^{\frac{B_x}{RT}}}{\sum_{x=K+1}^{\infty} e^{\frac{B_x}{RT}}} = 0 \quad (13)$$

Alle atomen zijn dus volgens (13) geïoniseerd, hoe laag de temperatuur ook is. Atomen in den rusttoestand of in toestanden met kleine waarden van n komen niet voor.

Een consequente toepassing van de beschouwingen van Saha op een éénatomig gas leert ons dus, dat de grondslagen der theorie en de onderstellingen van S. tot een ongerijmheid moeten leiden. Om de dissociatie van een éénatomig gas, dat in evenwicht is met zijn ionen en met electronen, theoretisch te behandelen, moet men een theorie hebben van de statistiek van de verschillende energievormen van het atoom. Zelfs voor het eenvoudige geval van het waterstofatoom is het niet gelukt zonder invoering van willekeurige onderstellingen, de concentratie der verschillende energievormen van het atoom te berekenen ¹⁾.

De theorie stelt ons dus niet in staat de ionisatie van een gas bij hoogere temperatuur quantitatief te voorspellen. Wel is het waarschijnlijk, dat de dissociatie toeneemt bij toenemende temperatuur en afnemenden druk en vermoedelijk zullen gassen met lage ionisatiespanning voor een grootere fractie gesplitst zijn, dan die met zeer groote ionisatiespanning, maar in het tegenwoordige stadium der theorie kan zelfs de orde van grootte der gesplitste fractie niet geschat worden.

Utrecht, September 1922.

Physisch Laboratorium.

Naschrift.

Men kan de moeilijkheid, waarop men stuit bij het berekenen van de talrijkheid der verschillende mogelijke toestanden van het atoom op de volgende wijze ontgaan. De constante C moet volgens de theorie niet van n afhangen. Dit is slechts juist wanneer men de onderlinge wisselwerking der atomen verwaarloost. Omtrent deze wisselwerking kan men de volgende hypothese maken. De constanten C_n hangen wel van n af en wel nemen ze af met toenemende n , daar de energierijkere vormen van het atoom, door de grootere banen, meer aan storingen onderhevig zijn. Deze afname is echter voor kleine waarden van n gering, zoodat men mag stellen:

$$C_1 = C_2 = \dots = C_n,$$

als slechts n een klein geheel getal is. Voor grootere waarden van n gaan de grootheden van C_n sterker afnemen, en wel zoo sterk dat de in (10) voorkomende reeks convergeert.

Is de temperatuur niet te hoog, dan zullen de factoren van C_n in de reeks (10) zeer snel afnemen. De som van deze reeks zal dus gevonden worden door samentelling van weinige der eerste termen, en daar in deze eerste termen de factoren C_n nog weinig afnemen, kan men deze aan elkaar gelijk stellen en krijgt dus:

¹⁾ K. F. Herzfeld, Ann. d. Phys. 51, p. 261, 1916.

$$\sum_1^K C_{\kappa} e^{\frac{a}{RT\kappa^2}} = 1 \quad (14)^1$$

of:

$$C \sum_1^K e^{\frac{a}{RT\kappa^2}} = 1 \quad (15)$$

Men kan in deze vergelijking K zoo kiezen dat:

$$\frac{a}{RTK^2} \text{ ongeveer } = 1 \quad (16)$$

Of men 'de exponent echter eenige malen grooter of eenige malen kleiner dan de eenheid maakt, heeft op de waarde van C geen invloed, daar hierdoor in (15) slechts termen worden bijgevoegd of weggelaten, die toch zeer klein zijn t.o.v. de eerste en voornaamste termen van deze reeks.

De concentratie van de atomen in den toestand κ bedraagt nu:

$$c_{\kappa} = \frac{e^{\frac{a}{RT\kappa^2}}}{\sum_1^K e^{\frac{a}{RT\kappa^2}}} \quad (17)$$

De grootte van K is bepaald door (16).

Het bovenstaande geldt voor een waterstofatoom. Ook voor andere atomen blijven deze beschouwingen van kracht en wordt:

$$c_{\kappa} = \frac{e^{\frac{\varepsilon_{\kappa}}{RT}}}{\sum_1^K e^{\frac{\varepsilon_{\kappa}}{RT}}} \quad (18)$$

Uitdrukkelijk zij hier opgemerkt dat ondersteld is dat in (15) — (18) voorkomende reeksen sterk convergeeren. Is dit niet het geval, dan moet men bij de sommatie veel termen in rekening brengen en dus de variaties van C_{κ} met κ in acht nemen. Het resultaat wordt dan afhankelijk van de wijze waarop C_{κ} van κ afhangt. Hiervan weet men echter niets, zoodat het probleem onoplosbaar wordt.²⁾

¹⁾ Dat in deze vergelijking C_i en C_e nul gesteld zijn, wordt later verklaard.

²⁾ Men kan, zooals Herzfeld (l. c.) heeft voorgesteld C_{κ} discontinu maken, zoodat exact $C_1 = C_2 = \dots C_K$ voor $\kappa < K$ en $C_{\kappa} = 0$ voor $\kappa > K$. Deze hypothese lijkt ons minder aannemelijk dan de boven voorgestelde.

Zooals reeds vroeger is opgemerkt zijn c_i en c_e nul gesteld. Een eigenlijke dissociatie wordt niet ondersteld aanwezig te zijn. Komen echter atomen voor met voldoende groote waarde van κ , dan zijn de banen van het buitenste electron zoo groot, dat de wolk van electronen daarbinnen nog slechts een zeer geringe invloed van dit electron ondervinden. De wolk is dan in staat het vonkenspectrum uit te zenden, d.w.z. het atoom gedraagt zich in dit opzicht als een positief ion.

Ofschoon men op deze wijze misschien een oplossing van het gestelde probleem kan geven, blijft principieel de moeilijkheid bestaan, dat bij toenemende verdunning van het gas de reeks van grootheden C_κ slechter gaat convergeeren en ten slotte weer, bij oneindige verdunning, een divergentie optreedt. Hoe de statistiek van het atoom in dit geval is, blijft onopgelost.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 30 September 1922, in het Natuurkundig Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

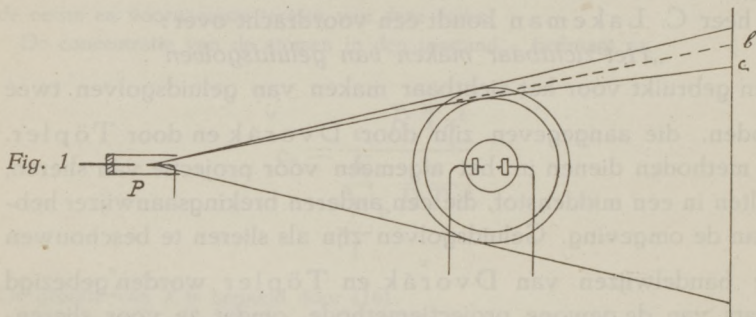
De heer C. Lake man houdt een voordracht over:

„Het zichtbaar maken van geluidsgolven”.

Men gebruikt voor het zichtbaar maken van geluidsgolven twee methoden, die aangegeven zijn door Dvorák en door Töpler. Deze methoden dienen in het algemeen voor projectie van slieren, gedeelten in een middenstof, die een anderen brekingsaanwijzer hebben dan de omgeving. Geluidsgolven zijn als slieren te beschouwen en de handelwijzen van Dvorák en Töpler worden^v gebezigd in plaats van de gewone projectiemethode, omdat ze voor slieren-waarneming een grootere gevoeligheid hebben.

Bij de methode van Dvorák wordt het licht van een sterke lichtbron geconcentreerd op een kleine opening (niet grooter dan 1 mm.) in een ondoorzichtig scherm. Men plaatst het te projecteeren slieren-object op ongeveer 2 meter van die opening af en het projectiescherm weer een paar meter verder. Dat die methode zeer gevoelig is, kan men aantoonen door in den lichtkegel een cuvette met aether te zetten. Men kan dan duidelijk den damp boven het bakje zien en om den rand vallen, terwijl de kouder en dichter geworden aether in het bakje in slieren naar beneden zinkt. Ook een slier warm water (de verwarming geschiedt door een platinaspiraal, waardoor een elektrische stroom wordt geleid) in een bak met kouder water levert een fraai projectiebeeld. Als men nu met deze methode het beeld van een geluidsgolf wil verkrijgen wordt het beste resultaat opgeleverd door een zoodanige golf, waarbij over zoo kort mogelijke afstanden zoo

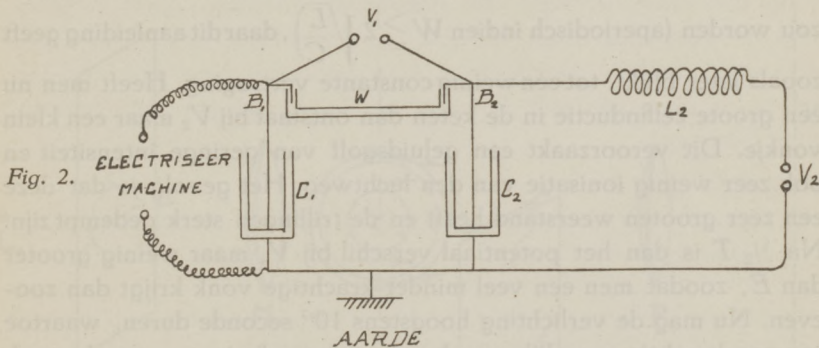
groot mogelijke dichtheidsverschillen optreden. Dit is het geval bij de z.g. explosiegolven, welke o.a. ook optreden bij het overspringen van een elektrische vonk. Eenigen tijd na het overslaan daarvan is de verstoring gekomen op het oppervlak van ongeveer een bol. Door Mach is het eerst door middel van een interferentiaal refractometer van Jamin de verdeling van de verdichting en verdunning over zoo'n golf nagegaan, als men er dwarsdoor heengaat. Hij vond, dat men in de richting der voortplanting had een steil afvallende groote verdichting, welke zich over een korten afstand uitstrekte (Fig. 1, buitenste ring). De verdichtingsgolf wordt gevolgd door een verdunningsgolf van zeer geringe intensiteit, welke evenwel veel breeder is; daarbinnen heeft de lucht weer de normale dichtheid (binnenste cirkel). Verlicht men nu zoo'n golf van een punt uit, dan krijgen slechts die lichtstralen een merkbare afwijking, die gaan alleen door de verdichtingsgolf. De lichtstraal, die ongebroken den weg Pb zou



doorloopen, gaat als het ware door een prisma van grooten brekenden hoek met de ribbe naar boven gekeerd en wordt derhalve naar beneden afgeweken, komt in c terecht. Bij b zal duisternis zijn, bij c is meer licht dan in het overige veld. Het projectiebeeld van de golf bestaat uit een donkeren ring aan den buitenkant met een lichten cirkel aan de binnenzijde. Zeer duidelijke foto's zijn met deze puntverlichtingsmethode verkregen door Foley en Souder, die er fraaie toepassingen van gemaakt hebben (beginsel van Huyghens, breking, terugkaatsing, voortplanting door nauwe buizen etc). Als puntvormige lichtbron diende een elektrische vonk, overspringende tusschen twee magnesiumdraadjes, (waarvan het rechthoekig omgebogene dun was) welke zich bevonden in een nauw glazen buisje (fig. 1).

Wil men nu zulke foto's verkrijgen, dan dient men er voor te zorgen, dat de verlichting slechts zeer korten tijd duurt en op het juiste

moment gebeurt, wanneer de golf de gewenschte uitgebreidheid heeft verkregen. Een geluidsgolf legt in een millioenste seconde nog $\frac{1}{3}$ mm. af; de verlichting mag derhalve, wil men eenigszins scherpe opnamen maken, niet den tijd van een tienmillioenste seconde overschrijden. Alleen een goed verzorgde electriche vonk kan hier goed resultaat opleveren. Om nu de verlichting op het gewenschte oogenblik te doen plaats hebben, richt men het zoo in, dat de geluidsvonk noodzakelijk de lichtvonk tengevolge heeft. In den regel plaatst men de licht- en de geluidsvonk in één electriche keten, welke moet voorzien zijn van een inrichting zoodanig, dat de lichtvonk een willekeurig te regelen tijd na de geluidsvonk overspringt. Uitvoerige onderzoekingen over de experimenteel zeer lastig geleken vertragsmethoden zijn vooral gedaan door Glatzel. Een van die handelwijzen is die, welke door Mach is aangegeven. (Fig. 2.)



Van de Leidsche flesschen C_1 en C_2 zijn de buitenbekleedsels met elkaar verbonden door een koperdraad, de binnenbekleedsels door middel van een buis met water, die een zeer grooten weerstand heeft. Bovendien zijn B_1 en B_2 nog verbonden met de uiteinden van een vonkenbaan V_1 (lichtvonk). Aan de bekleedsels van C_2 ligt nog een vonkenbaan V_2 (geluidsvonk). C_1 en C_2 worden door een electriseermachine opgeladen. Indien deze oplading langzaam geschiedt zullen B_1 en B_2 dezelfde potentiaal hebben. De oplading gaat zoolang door tot B_2 een potentiaal $+E$ bereikt heeft, overeenkomende met de slagwijdte van V_2 . Dan springt de geluidsvonk over; de capaciteit C_2 zal zich in het algemeen oscillatorisch ontladen. Veronderstelt men dat er geen weerstand is, dan krijgt men een ongedempte trilling met een trillingstijd $T = 2\pi \sqrt{C_2 L_2}$. Na $\frac{1}{2} T$ zal dan B_2 een potentiaal $-E$ hebben bereikt. Als de waterweerstand zeer groot is, zaler van B_1 weinig electriciteit zijn afgevloeid; het afgevoelde kan nog

door oplading door de electriseermachine worden gecompenseerd. B_1 heeft derhalve na $\frac{1}{2} T$ zijn potentiaal $+E$ behouden, zoodat op dat oogenblik tusschen B_1 en B_2 en dus ook tusschen de uiteinden van de lichtvonkenbaan een potentiaalverschil $2E$ heerscht. Stelt men nu V_1 op zoodanige lengte dat de vonkenpotentiaal $2E$ bedraagt, dan zal de lichtvonk $\frac{1}{2} T$ later overspringen dan de geluidsvonk. Door C_2 en L_2 te kiezen kan men de vertraging regelen.

In het algemeen zal er in de keten een zekere weerstand zijn. Is deze gering, dan ontstaat een weinig gedempte trilling en het maximale potentiaalverschil tusschen B_1 en B_2 wordt iets kleiner dan $2E$, zoodat de electroden op iets korteren afstand geplaatst dienen te worden. Wil men echter een groote vertraging hebben dan moet L_2 ook een beduidende waarde aannemen; men mag niet C_2 willekeurig groot nemen t.o.v. L_2 waardoor de ontlading ten slotte aperiodisch zou worden (aperiodisch indien $W \geq 2 \sqrt{\frac{L}{C}}$), daar dit aanleiding geeft

zooals later blijkt, tot een weinig constante vertraging. Heeft men nu een groote zelfinductie in de keten dan ontstaat bij V_2 maar een klein vonkje. Dit veroorzaakt een geluidsgolf van geringe intensiteit en ook zeer weinig ionisatie van den luchtweg. Het gevolg is dat deze een zeer grooten weerstand heeft en de trillingen sterk gedempt zijn. Na $\frac{1}{2} T$ is dan het potentiaal verschil bij V_1 maar weinig grooter dan E , zoodat men een veel minder krachtige vonk krijgt dan zoo-even. Nu mag de verlichting hoogstens 10^{-7} seconde duren, waartoe een zoo krachtig mogelijke vonk zeer gewenscht is en men dan ook in dit geval er naar moet streven de ongedempte trilling terug te krijgen. Men bereikt dit door parallel aan V_2 met zoo kort mogelijke verbindingsdraden een groote capaciteit te plaatsen. Dan ontstaat er bij de ontlading in V_2 een sterke vonk, een intensieve geluidsgolf, een groote ionisatie, geringe weerstand, zoodat de trilling maar weinig gedempt wordt.

In het geval van de aperiodische ontlading heeft men veel last van de vonkvertraging. Een kleine verandering in vonkenpotentiaal bij V_2 heeft daarbij groote verandering in de vertraging tengevolge. Bij de oscillatorische ontlading heeft de vonkvertraging weinig invloed omdat daar de vertraging toch $\frac{1}{2} T$ bedraagt.]

Nu moet men de belichting nog hoogstens 10^{-7} sec. laten duren. Om dien korten duur te verkrijgen moet de trillingstijd van den keten $C_1 V_1 C_2$ zeer klein zijn, daar de vonk overslaat in den tijd, dat B_1 wisselt van maximale tot minimale potentiaal. Een kleinste waarde

voor C_1 is door de vereischte lichtsterkte van de vonk gegeven, evenals de zelfinductie door de ruimtelijke opstelling wordt bepaald. Vervolgens moet de trilling zoo sterk mogelijk gedempt zijn, daar men anders een serie vonken zou verkrijgen. De demping laat men zooveel mogelijk door de vonk zelf geschieden, door die tamelijk groot te kiezen (V_2 valt daarnaar te regelen). Nu moet men nog de oscillatie snel laten afbreken, zoodat men maar een enkele vonk verkrijgt. Heeft de vonkenbaan, materiaal koper of zilver, daartoe niet genoeg bluschwerking, dan wordt er nog een speciale bluschinrichting in de keten geplaatst (Löschröhre van Wien). Ook dient de lichtvonk nu werkelijk na $\frac{1}{2} T$, dus zonder vonkvertraging over te springen; praktisch zijn daartoe zeer spitse electroden het beste gebleken.

De slierenmethode van Töpler komt in het kort hierop neer:

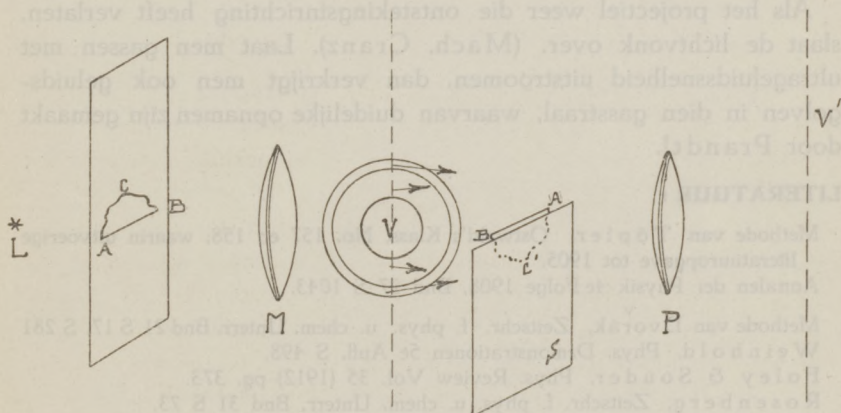


Fig. 3.

De opening ABC in een ondoorzichtig scherm, waarvan AB recht is, wordt door een lichtbron L sterk verlicht. De lens M vormt daarvan een beeld $A'B'C'$. Een lens P (objectief van een kijker) beeldt het vlak V scherp af op V' . Deze lens is zoo geplaatst dat $A'B'C'$ valt voor de onderste helft daarvan. In het vlak $A'B'C'$ bevindt zich nog een scherm S waarvan de bovenrand evenwijdig is aan $A'B'$. Dit scherm wordt naar boven bewogen; eerst wordt een element bij C' bedekt, totdat ten slotte de rand zich iets onder $A'B'$ bevindt. Het verlichte veld op V' wordt dan steeds donkerder, totdat het ten laatste nog maar zeer zwak verlicht is. Laat men nu in V een geluidsgolf ontstaan dan krijgen de lichtstralen in de verschillende zone's afwijkingen zooals in fig. 3 is aangegeven.

Zoodat in het beeld op V' de binnenste cirkel de intensiteit van het veld behoudt. Daarom ligt aan den onderkant een breede lichte halve ring met smallen donkeren buitenrand; aan de bovenzijde een breede donkere halve ring met smallen lichten rand naar buiten. Als lichtbron gebruikt men in dit geval een vonk, die in een richting zooveel mogelijk vlak is (een glijvonk b.v. langs een vochtig stuk krijt of in een nauw buisje kwarts.)

Van deze methode is gebruik gemaakt om de kop- en staartgolven te fotografeeren van projectielen, die zich met ultrageluidssnelheid voortbewegen. Het projectiel wordt daartoe tusschen de elektroden van V_2 (fig. 2) doorgeschoten, waardoor een ontstekingsvonk ontstaat. De Leidsche flesschen worden in dit geval opgeladen tot zulk een potentiaal, dat slechts bij V_2 een vonk overspringt, wanneer de luchtweg door het projectiel sterk verkleind wordt.

Als het projectiel weer die ontstekingsinrichting heeft verlaten, slaat de lichtvonk over. (Mach, Cranz). Laat men gassen met ultrageluidssnelheid uitstroomen, dan verkrijgt men ook geluidsgolven in dien gasstraal, waarvan duidelijke opnamen zijn gemaakt door Prandtl.

LITERATUUR :

Methode van Töpler. Ostwald's Klass. No. 157 en 158, waarin uitvoerige literatuuropgave tot 1905.

Annalen der Physik 4e Folge 1908, Bnd 27 S 1043.

Methode van Dvořák, Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterr. Bnd 21 S 17, S 281
Weinhold, Phys. Demonstrationen 5e Aufl. S 498.

Foley & Souder, Phys. Review Vol. 35 (1912) pg. 373.

Rosenberg, Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterr. Bnd 31 S 73.

Wood, Physical Optics.

Glatzel, Elektrische Methoden der Momentphotographie. (Samml. Vieweg Heft 21).

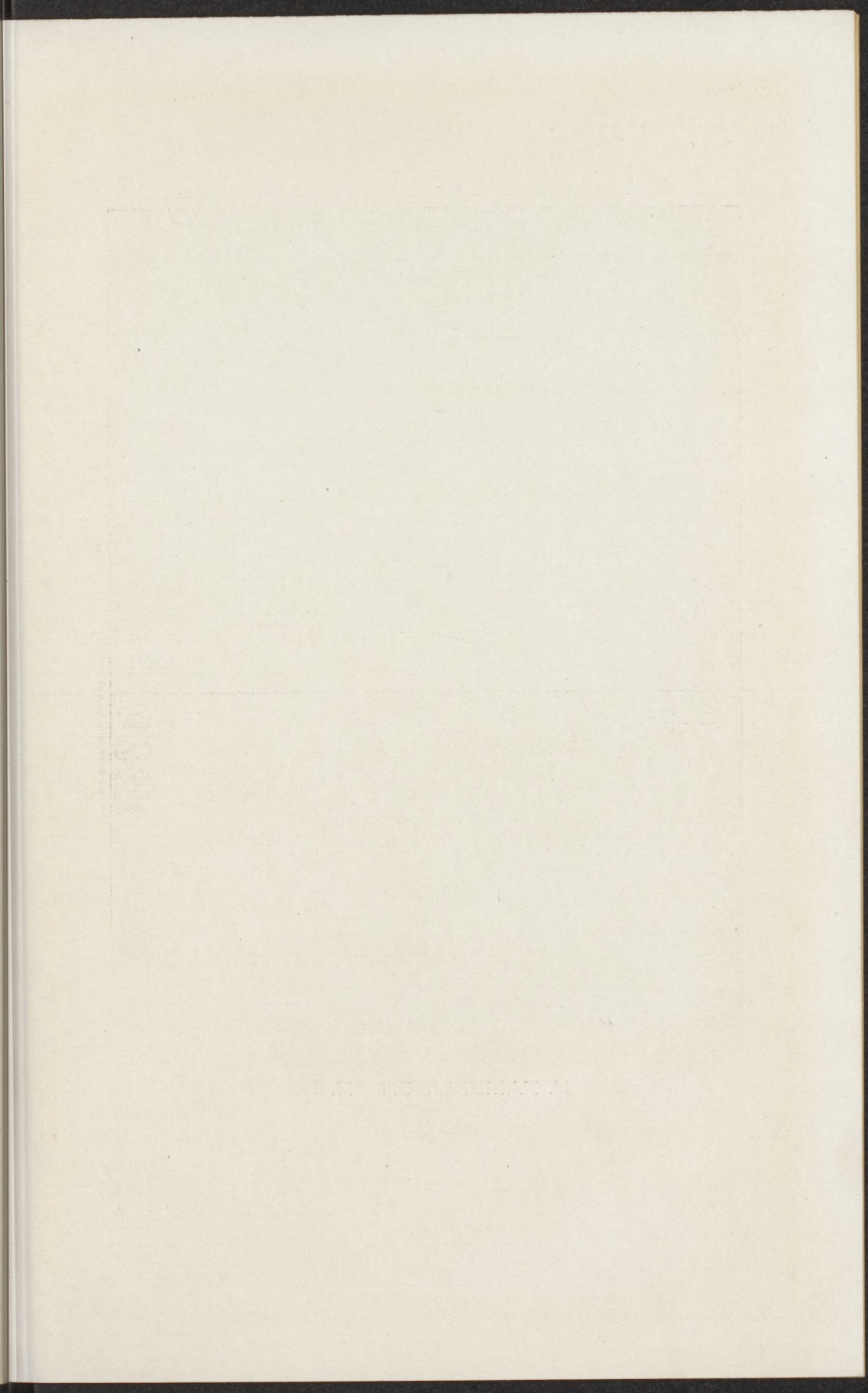
Cranz. Lehrbuch der Ballistik.

Prandtl, Handwörterb. d. Nat. Wiss. Bnd IV pg. 560.

MEDEDEELINGEN.

Het portret van Prof. Kuenen, dat bij dit nummer is gevoegd, is door Jan Veth geteekend voor De Gids. Het cliché werd ons door de redactie van De Gids welwillend ter beschikking gesteld.

RED.





H. KAMERLINGH ONNES

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

NOVEMBER 1922

NUMMER 11.

H. KAMERLINGH ONNES.

1882—1922.

Gaarne voldoe ik aan de uitnoodiging van de Redactie om in *Physica* enkele woorden te wijden aan het feit, dat het op 11 November 40 jaar geleden zal zijn, dat Kamerlingh Onnes het ambt van hoogleeraar in de natuurkunde aan de Leidsche Universiteit aanvaardde. Daar een volledig overzicht van het werk van Onnes elders, in een gedenkboek door meer bevoegden zal gegeven worden, zal ik mij hier beperken tot meer persoonlijke opmerkingen en tot het aangeven van datgene, waarin ik het het meest karakteriseerende van de werkzaamheid van Onnes als physicus meen te moeten zien.

Men kan natuurlijk de physici — evenals trouwens ook de andere menschen — volgens verschillende kenmerken in groepen verdeelen. Bekend is b.v. de indeeling van classici en romantici, waarin Ostwald de natuuronderzoekers verdeelde. Maar niet iedere indeeling is voor ieder geval even relevant. Om Kamerlingh Onnes als physicus te karakteriseeren zou ik hem willen aanduiden als den man van het groot opgezette, samenhangende werk.

Als eveneens groot physicus, die in de tegenovergestelde rubriek thuis behoort, zou men kunnen noemen Röntgen. Naar hem heeten de Röntgenstroom en de Röntgenstralen. Tusschen deze twee dingen is geen samenhang: het is niet in te zien, waarom dezelfde onderzoeker zich met deze twee verschillende onderwerpen zou bezighouden. En het onderzoek, dat tot de ontdekking der Röntgenstralen leidde, neemt slechts een korte episode in Röntgen's leven in, een episode, waarin hij natuurlijk buitengewoon belangrijk werk leverde, maar een werk, dat men niet met den naam Röntgen's levenswerk kan bestempelen. Hij heeft het niet in zijn jeugd geconcipieerd en zijn leven gewijd aan de uitvoering ervan.

En wanneer men nu het werk van Kamerlingh Onnes met dat van Röntgen vergelijkt, wordt er m. i. zulk een helder licht geworpen op wat ik als de typeerende eigenschap van het eerste aangaf. Het vult niet een periode van Onnes' leven, periode van geniaal, doch kortstondig scheppen. Maar het vult zijn geheele leven met een stoeren, ik zou haast zeggen hardnekkigen arbeid. De idealen, die hem als jeugdig geleerde in 1882 bezielde en hem een bepaalde richting voor zijn onderzoek deden kiezen, hebben hem gedurende zijn veertigjarig professoraat steeds bezielde, en hij is onvermoeid op den eens ingeslagen weg voortgegaan. Ondertusschen is het werk onder zijn handen gestadig gegroeid en wanneer de jubilaris van heden zich onderscheidt van den jeugdigen hoogleeraar van 1882, dan is het waarschijnlijk hoofdzakelijk daarin, dat hij na veertig jaar nog voller is van verschillende plannen voor het voortbouwen aan het werk, door hem ondernomen, dan aan het begin van zijn loopbaan.

Een soortgelijke tegenstelling, als ik hier tusschen de twee genoemde physici meen op te merken, zou men ook kunnen vinden tusschen een schilder, die in een bezielde oogenblik een fraai schilderij maakt en een bouwmeester, die een bouwwerk ontwerpt, dat vooral treft door den grooten opzet en de harmonie van het geheel. Of tusschen een dichter, die enkele aangrijpende gedichten maakt (b.v. E. A. Poe) en een, die een epos concipieert, en jaren lang met onverflauwde bezieling aan de voltooiing ervan voortwerkt (b.v. Milton).

Ik noemde het werk van Onnes „samenhangend”; ik noemde het ook „groot opgezet”. Deze laatste eigenschap hangt voor een groot deel samen met het feit, dat Onnes, hoewel experimentator met hart en ziel toch steeds de overtuiging gehad heeft, dat physica in grooten stijl slechts kan worden beoefend door de samenwerking van experiment en theorie. Reeds in zijn inaugurale rede lezen wij over: „.....de vruchtbaarheid van de samenwerking van theorie en experiment. Beide steunen en ontwikkelen elkaar. Hunne samenwerking is zoo innig dat het nutteloos zoude zijn te vragen, aan welk van beide de voorrang toekomt. Nu eens is de theorie voorgegaan en vraagt zij nog slechts aan het experiment de afmetingen vast te stellen, welke aan hare voorstellingen moeten worden toegekend, — ik herinner slechts aan de bepaling van de golflengte van het licht — dan weer steunt de theorie op het beeld dat het metend onderzoek der verschijnselen ontwikkelt!”

Een enkele maal heeft Onnes zelf zich op het gebied der theorie bewogen. Ik herinner hier slechts aan de publicatie getiteld „Algemeene theorie der vloeistoffen”, waarin hij o.a. de wet der overeenstemmende toestanden op een breeder basis grondvestte, dan waarop zij aanvankelijk was ontwikkeld. Maar ofschoon deze verhandeling aantoonde, dat Onnes in staat was ook belangrijk theoretisch werk te verrichten, zijn liefde ook voor de theoretische physica wordt misschien op nog interessanter wijze aangetoond, doordat al zijn experimenteel werk geconcipeerd is in verband met de theorie. Hierdoor is het een der schoonste voorbeelden geworden van de in de inaugurale rede genoemde samenwerking van theorie en experiment, die de geschiedenis der physica heeft aan te wijzen.

Beschouwd uit het oogpunt van deze samenwerking zou men in het werk van Onnes twee perioden kunnen onderscheiden, — hoewel daarbij de continuïteit niet ontbreekt. De eerste periode was geheel gewijd aan het verschaffen van experimenteel materiaal voor de toetsing en de fijnere uitwerking van de toestandsvergelijking, zoowel voor enkelvoudige stoffen (zooals de in zijn laboratorium uitgevoerde nauwkeurige isothermbepalingen van waterstof) als voor mengsels (zooals de talrijke bijdragen tot de kennis van het ψ -vlak).

Gedeeltelijk hadden deze onderzoekingen bij allerlei verschillende temperaturen plaats. Maar een groote plaats werd er toch bij ingenomen door de pogingen om ook de moeilijkst „coërcibele” gassen in vloeistofoestand te brengen en na te gaan of zij zich daarbij op dezelfde wijze gedroegen als de andere bekende stoffen. En daarbij trad natuurlijk het werken bij de laagst bereikbare temperaturen op den voorgrond. Zoo ontwikkelde zich het Leidse Laboratorium steeds meer tot het wereldberoemde cryogene Laboratorium, waar de Nederlandsche geleerde wereld thans trotsch op is. Ik behoef er hier niet aan te herinneren, dat deze pogingen op schitterende wijze bekroond werden door de in 1908 geslaagde condensatie van het Helium.

Dikwijls kwam Onnes gedurende deze eerste periode van zijn werkzaamheid op den laatsten Zaterdag van de maand na de Akademie-zitting bij mijn Vader over zijn onderzoekingen spreken. Aan het eind van mijn studententijd ben ik herhaaldelijk bij die besprekingen tegenwoordig geweest. Wat mij dan steeds sterk heeft getroffen, was, dat Onnes zoo weinig nadruk legde

op hetgeen reeds bereikt was en steeds bezig was met het overwegen van plannen voor nieuwe onderzoekingen. Men zegt, dat de gevaarlijkste slaap is die na een overwinning. Deze slaap heeft Onnes naar ik meen nooit gekend. Dat kwam, omdat het gebouw dat hij zich voorstelde op te richten zoo veel omvattend was, dat alles wat door een ander als een opzichzelf staande overwinning zou worden beschouwd voor hem slechts was een stap, die hem in staat zou stellen zijn verdere plannen te verwezenlijken. De condensatie van helium was voor hem geen eindpunt van zijn streven, doch een begin. In de eerste plaats moest er gezorgd worden voor verdere proeven over een helium-thermostaat te beschikken, en dan, reeds in Onnes' rectorale rede in 1904 lezen wij, „dat er meer noodig was dan het enkel bereiden en afschenken van vloeibare gassen”. Dat bereiden van een manipuleeren met vloeibaar helium zou slechts een virtuozenstukje zijn, wanneer het niet onverwijld werd dienstbaar gemaakt aan het bestudeeren van de natuurverschijnselen in dit nieuw ontsloten temperatuurtraject.

En hiermee zou men kunnen zeggen, dat de tweede periode van Onnes' fysieke werkzaamheid was ingeluid.

Niet de kennis van de toestandsvergelijking stond nu langer op den voorgrond. Aan de orde kwam de kennis van alle natuurprocessen bij heliumtemperaturen. Nauwelijks noodig te vermelden, dat de studie van de processen juist bij die temperaturen van zoo eminent belang was, omdat Planck's quantentheorie had duidelijk gemaakt, dat de werkelijke lichamen in hun gedrag afwijken van het gedrag, dat vertoond zou worden door systemen, die de wetten der classieke mechanica zouden volgen, en dat deze afwijkingen juist bij de laagste temperaturen het sterkst op den voorgrond zouden treden.

Op merkwaardige wijze wordt het verschil der twee perioden tot uiting gebracht in de passage over de samenwerking tusschen theorie en experiment in de inaugurale rede, welke passage ik boven citeerde. In de eerste periode had de theorie de leiding. Wel niet zoo sterk als Onnes aangeeft bij de golflengtebepaling van het licht. Het experiment moest ook den weg wijzen bij het meer in details uitwerken der toestandsvergelijking en o.a. de wijze van veranderlijkheid van a en b vaststellen. Maar toch was er een voldoende uitgewerkte theorie voorhanden om leiding te geven aan het experimenteele onderzoek. Bij de tweede periode is het

omgekeerde het geval. De quantentheorie was nog niet voldoende uitgewerkt om zulk een leiding te geven. In de eerste periode valt de verwezenlijking van de retrograde condensatie door Kuenen, welk verschijnsel door de theorie voorspeld werd. In de tweede de ontdekking van den suprageleidenden toestand. Dit verschijnsel was door de theorie *niet* voorspeld en nog heden is het een belangrijke taak voor het theoretisch onderzoek de quantentheorie zoo uit te breiden en te preciseeren, dat het door haar een bevredigende verklaring vindt. In ieder geval is de leiding op dit gebied geheel aan het experiment.

Maar ofschoon er dus belangrijke verschillen tusschen het werk in de twee perioden zijn aan te wijzen, toch valt de eenheid nog meer in het oog. Vooreerst is dit reeds het geval, wanneer men het beschouwt uit een technisch oogpunt, en de werkzaamheid van Onnes omschrijft als het bereiken van en het werken bij heliumtemperaturen. Maar ook uit meer principieel oogpunt is er eenheid. Aan het eind van zijn inaugureele rede beschijft Onnes als het ideaal van experimenteelen arbeid de gegevens te verschaffen aan „een tweede(n) Newton (, die) de wereld der moleculen verklaart”. In 1882 scheen deze verklaring te liggen op den weg van de kinetische gastheorie. In 1922 zal men haar eerder zoeken in de lijn van de quantentheorie. En wanneer Onnes in zijn twee perioden achtereenvolgens streeft de experimenteele gegevens te verschaffen, die deze twee theorieën voor haar verdere volmaking behoeven, wordt juist door deze verandering de eenheid in streven des te schooner bewaard.

Behalve de genoemde zouden nog vele andere belangrijke resultaten van de onderzoekingen van Kamerlingh Onnes op te sommen zijn. Maar dat is niet de bedoeling van dit artikel. Ook ben ik mij bewust bij de karakteriseering van het werk van Onnes zeer onvolledig te zijn geweest. Een ander zou misschien den voortreffelijken organisator meer op den voorgrond hebben gebracht en den voortgang van het werk van Onnes hebben beschreven aan de hand van den groei van zijn Laboratorium. En weer een ander zou weer op andere eigenschappen den nadruk hebben gelegd. Ik heb slechts willen uiten, wat mij in Onnes als physicus het meest getroffen heeft, en dat is de breede monumentale opzet van zijn werk, en de onverflauwde energie en het enthousiasme waarmede hij het heeft uitgevoerd, daardoor aantoonende, dat men geen robuuste gezondheid behoeft te bezitten om een stoer werker te zijn. —

J. D. VAN DER WAALS, Jr.

EENIGE AANTEKENINGEN OVER DE THEORIE VAN HET PARAMAGNETISME

door J. J. VAN LAAR.

I. DE TEMPERATUUR-AFHANKELIJKHEID VAN DE PARAMAGNETISCHE SUSCEPTIBILITEIT EN DE AFWIJINGEN VAN DE WET VAN CURIE.

1. Veel is reeds over dit onderwerp geschreven. Ik herinner alleen — buiten het grondleggende werk van Langevin — aan de studies van Kamerlingh Onnes, Oosterhuis, Perrier, Keesom en Ehrenfest. Goede overzichten gaven Cabrera ¹⁾ en Crommelin ²⁾.

Oosterhuis ³⁾ heeft er het eerst op gewezen, dat de onderstelling eener nulpuntsenergie bij de toepassing der quantumtheorie op de rotationeele energie der moleculen (Einstein en Stern) tot een uitdrukking leidt van den vorm

$$1/\chi = C T + \Delta.$$

Keesom ⁴⁾ deed hetzelfde, maar paste de nieuwere theorie van Debye toe. Hij beschouwde eerst ferromagnetische stoffen met een permanent magnetisch veld, doch paste zijne theorie (en dit is een vooruitgang) ook toe op paramagnetische stoffen. Hoewel hij er niet opzettelijk de aandacht op vestigt, zoo maakt Keesom — en zeer terecht — onderscheid tusschen de susceptibiliteit χ onder den invloed van het *geheele* veld H , en die (χ') onder den invloed van het *uitwendige* veld alleen (H_e). Immers in zijne grondformule (27) is deze onderstelling implicite begrepen (toepassing n.l. van formule (10) uit Suppl. 32^a). De invloed der dichtheid wordt in Suppl. 36^c (1913) bestudeerd en vergeleken met de bij vloeibare zuurstof gevonden waarden. ⁵⁾

1) Journ. Ch. phys. 16 (1918), p. 442 e. v.

2) Overgedrukt uit het Ch. Weekbl. 1921. (Voordr. Jaarverg. Ch. Vereenig. Juli 1921).

3) Comm. Leiden. Suppl. No. 31. 1913.

4) Suppl. 32b (1913).

5) Wij vestigen ook nog de aandacht op Keesom's jongste stuk over de afwijkingen bij vloeibare zuurstof in de Versl. K. Ak. v. Wet. van Februari 1921 (No. 8 der Med. Veearts. H. S. en Suppl. 44c).

Ten slotte vermelden wij de recente zeer belangrijke studie van K. Onnes ¹⁾ over het paramagnetisme bij lage temperaturen, gevolgd door de Opmerkingen van Ehrenfest ²⁾ over het paramagnetisme van vaste lichamen.

Wat mij in het Rapport van K. Onnes in het bijzonder is opgevallen, zijn de opmerkingen op p. 25, welke er op wijzen dat de kromme $1/\chi' = f(T)$ bij zeer lage temperaturen neiging heeft — niet alleen om *konstant* te worden, wat een eisch der quantumtheorie met nulpuntsenergie is — maar zelfs een *minimum* te vertoonen, waarna bij nog lagere temp. de reciproke susceptibiliteit weer grooter zou worden ³⁾. Maar met de gevolgtrekkingen aangaande een positief of negatief moleculair veld kan ik mij niet vereenigen; deze zijn — zooals ik dadelijk zal aantonen — toe te schrijven aan het *niet* in acht nemen van een nulpuntsenergie.

2. Ik zal nu in het volgende aantonen, dat wanneer men slechts in aanmerking neemt dat het bij de proefnemingen aangevonden uitwendige magnetisch veld wel zwak, maar *nooit* = 0 is (zoodat het niet geoorloofd is, de grenswaarde

$$\chi_0 = \frac{1}{3} \frac{N \mu^2}{u_r} = \frac{1}{3} \frac{M_\infty^2}{N u_r}$$

zonder correctie voor H in de berekeningen in te voeren), dat dan het bovenvermelde minimum gemakkelijk kan worden verklaard. Wij zullen namelijk zien, dat die correctie niet alleen de grootheid A in

$$\frac{1}{\chi'} = A + B T^4 \text{ (zeer lage temp.)},$$

maar ook den coëfficiënt B affecteert, zoodat deze laatste bij niet zeer zwakke velden zelfs *negatief* kan worden, hetgeen dan tengevolge heeft dat $1/\chi'$ van af de grenswaarde A , bij $T=0$, eerst begint *af te nemen*, waarna dus noodzakelijk een minimum moet intreden. Evenwel zal, mits men H slechts klein genoeg neemt, in de meeste gevallen B positief blijven, zoodat er van $T=0$ af een toeneming van $1/\chi'$ zal geconstateerd worden.

De waarden van $1/\chi'$ zullen dus bij zeer lage temperaturen —

1) Suppl. 44a (Rapport 3e Conseil Solvay, April 1921).

2) Suppl. 44b.

3) Zie ook in het Overzicht van Crommelin, bl. 22, de Opmerking aangaande $FeSO_4$.

wanneer H niet $= 0$ is, wat natuurlijk practisch nooit het geval zal wezen — alle *iets te groot* uitvallen (in de grafische voorstelling iets worden opgelicht), wat in sommige gevallen, zooals is uitgelegd, zelfs tot een *minimum* kan aanleiding geven.

3. Afleiding der exacte formule voor $1/\chi'$.

Schrijven wij met Weiss voor het totale veld H :

$$H = H_e + H_m = H_e + c M, \quad (1)$$

waarin H_e het uitwendige veld en H_m het moleculaire veld voorstelt, terwijl M het magnetisch moment van 1 Gr. mol. is onder de werking der kracht H , zoodat c een coëfficiënt voorstelt, dan is volgens Langevin:

$$\left. \begin{aligned} M &= N\mu \left(\coth a - \frac{1}{a} \right) \\ a &= \frac{\mu H}{u_r} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(μ = moleculair magn. moment, u_r = gemiddelde rotatie-energie).

Bij zeer *groote* waarden van H , waarbij verzadiging intreedt, nadert a tot ∞ , en wordt $\coth a = (e^a + e^{-a}) : (e^a - e^{-a}) = 1$, derhalve $M_\infty = N\mu$ ($H = \infty$).

Maar bij *geringe* waarden van a (H klein) wordt

$$\begin{aligned} \coth a &= \frac{1 + \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{24} a^4 + \frac{1}{720} a^6 \dots}{a + \frac{1}{6} a^3 + \frac{1}{120} a^5 + \frac{1}{5040} a^7 \dots} \\ &= \frac{1}{a} \left(1 + \frac{1}{3} a^2 - \frac{1}{45} a^4 + \frac{2}{945} a^6 \dots \right), \end{aligned}$$

derhalve

$$\coth a - \frac{1}{a} = \frac{1}{3} a \left(1 - \frac{1}{15} a^2 + \frac{2}{315} a^4 \dots \right),$$

zoodat

$$M = \frac{1}{3} \frac{N \mu^2 H}{u_r} \left(1 - \frac{1}{15} \frac{\mu^2 H^2}{u_r^2} \dots \right)$$

wordt, wanneer wij hoogere machten dan H^2 verwaarloozen. Wij verkrijgen alsnu:

$$\frac{1}{\chi} = \frac{H}{M} = \frac{3 N u_r}{M_\infty^2} \left(1 + \frac{1}{15} \frac{M_\infty^2 H^2}{N^2 u_r^2} \right),$$

wanneer telkens $N\mu$ door M_∞ wordt vervangen. Nu is (zie ook (1))

$$\frac{1}{\chi'} = \frac{H_e}{M} = \frac{H - c M}{M}.$$

Derhalve wordt

$$\frac{1}{\chi'} = \frac{1}{\chi} - c, \quad (3)$$

en dus eindelijk:

$$\frac{1}{\chi'} = \frac{3 N u_r}{M_\infty^2} \left(1 + \frac{1}{15} \frac{M_\infty^2 H^2}{N^2 u_r^2} \right) - c, \quad (4)$$

in welke uitdrukking de susceptibiliteit alzoo betrokken is op het *uitwendige* veld H_e , hetwelk *experimenteel* gegeven is, en niet op het totale veld H , waarvan wij niets afweten, daar het moleculaire veld (gegeven door c) voorloopig onbekend is.

4. Hooge temperaturen.

Volgens de onderstellingen van Keesom—Debye is ¹⁾

$$\sqrt{\frac{u_r}{u_{r_0}}} = \frac{T x_m}{\Theta_0} = 1 + \frac{8}{x_m^4} \int_0^{x_m} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \quad (5)$$

Is nu x_m klein (hooge temp.), dan kan voor het laatste lid geschreven worden:

$$\frac{8}{3 x_m} \left(1 + \frac{1}{20} x_m^2 - \frac{1}{1680} x_m^4 \dots \right),$$

zoodat

$$\frac{x_m^2}{1 + \frac{1}{20} x_m^2 \dots} = \frac{8}{3} \frac{\Theta_0}{T}$$

wordt, en derhalve

$$x_m^2 = \frac{8 \Theta_0}{3 T} \left[1 + \frac{1}{20} \left(\frac{8}{3} \frac{\Theta_0}{T} \right) + \frac{1}{525} \left(\dots \right)^2 \dots \right],$$

of ook

$$x_m^2 = \frac{8 \Theta_0}{3 T} \left[1 + \frac{2}{15} \frac{\Theta_0}{T} + \frac{64}{4725} \frac{\Theta_0^2}{T^2} \dots \right].$$

Wij verkrijgen dus:

$$u_r = u_{r_0} \frac{T^2 x_m^2}{\Theta_0^2} = u_{r_0} \frac{8}{3} \frac{T}{\Theta_0} \left[1 + \frac{2}{15} \frac{\Theta_0}{T} + \dots \right].$$

¹⁾ Wij vestigen er de aandacht op, dat u_r onder den invloed van het magnetisch veld een wijziging ondergaat. Keesom leidde af, dat alsdan $(u_r)M = u_r \times \frac{a}{\sinh a} e^{a \coth a - 1}$ zou worden. Wij hebben echter in het bovenstaande deze correctie overal verwaarloosd.

$$\frac{1}{\chi'} = C T + \Delta_1 + \frac{a}{T} \quad (7a)$$

de grootheid

$$\Delta_1 = \frac{16 N u_{r0}}{15 M_\infty^2} - c, \quad (8)$$

d.w.z. het stuk OC , zoowel positief als negatief kan uitvallen — hetgeen van u_{r0} en c zal afhangen. Daar nu, zooals bekend mag worden ondersteld ¹⁾, in het *Curiepunt*

$$(u_r)_{\text{Curie}} = \frac{1}{3} c N \mu^2$$

is, derhalve

$$N(u_r)_{\text{Curie}} = \frac{1}{3} c M_\infty^2, \quad (9)$$

zoo zal geschreven kunnen worden:

$$\Delta_1 = \frac{3 N}{M_\infty^2} \left(\frac{16}{45} u_{r0} - (u_r)_{\text{Curie}} \right), \quad (8a)$$

en is dus Δ_1 *positief*, wanneer

$$(u_r)_{\text{Curie}} < \frac{16}{45} u_{r0} \quad (10)$$

is. M.a.w.: *Het Curiepunt zou dan ver beneden het absolute nulpunt liggen*, hetgeen zeggen wil: Stoffen met *positieve* Δ_1 (en alle onderzochte stoffen vertoonen een *positieve* Δ_1 , grooter of kleiner, tot o toe) *bezitten geen Curiepunt*. Men is er altijd boven en ze vertoonen nooit spontane magnetisatie, hoe laag de temperatuur ook zij. Ze zijn zuiver paramagnetisch en de verwachting, door K. Onnes en anderen uitgesproken, dat sommige anomalïën wellicht wijzen op het optreden van een Curiepunt bij lagere temp. zal — indien tenminste bovenstaande theorie juist is — m.i. wel nooit vervuld worden.

Zelfs bij stoffen als gadolinijumsulfaat, waar Δ_1 nagenoeg $= 0$ is, zal het Curiepunt nog ver beneden het absolute nulpunt liggen. En Δ_1 moet al tamelijk groot negatief zijn, zal het Curiepunt boven het absolute nulpunt komen.

Eindelijk ziet men, *in de derde plaats*, dat beschouwingen, waarbij *geen nulpuntsenergie* wordt aangenomen ($u_{r0} = 0$), Δ_1 eenvoudig $= -c$ zou worden, waaruit dan door sommige auteurs wel eens de m.i. foutieve gevolgtrekking is gemaakt, dat een

¹⁾ Immers dan is in een MH -diagram $\chi_0 = \frac{M}{H} = \frac{1}{3} \frac{N \mu^2}{u_r} = \frac{1}{c}$. (Zie ook p. 339)

positieve waarde van Δ_1 op een *negatief* moleculair veld zou wijzen. Ik meen dat dit een onjuiste interpretatie is van het gevonden experimenteele verloop. Het moleculaire veld kan alleen negatief worden bij negatieve waarden van H of H_e . Ik kom hierop in het tweede gedeelte nog terug.

5. Lage temperaturen.

Alsdan kan voor het 2e lid van (5) geschreven worden (x_m groot bij lage temp.):

$$1 + \frac{8}{15} \frac{\pi^4}{x_m^4} - 8 \sum_1^{\infty} e^{-n x_m} \left\{ \frac{1}{n x_m} + \frac{3}{n^2 x_m^2} + \frac{6}{n^3 x_m^3} + \frac{6}{n^4 x_m^4} \right\},$$

zoodat, met weglating van het uiterst kleine gedeelte onder het Σ teken,

$$\sqrt{\frac{u_r}{u_{r_0}}} = \frac{T x_m}{\Theta_0} = 1 + \frac{8}{15} \frac{\pi^4}{x_m^4}$$

kan gezet worden. Wij vinden hieruit :

$$x_m = \frac{\Theta_0}{T} \left(1 + \frac{8}{15} \frac{\pi^4}{\Theta_0^4} T^4 \dots \right),$$

wanneer wij geen verdere termen dan met T^4 in acht nemen. Derhalve is, met inachtneming van (6) :

$$u_r = u_{r_0} \left[1 + \frac{16}{15} \left(\frac{3}{8} \frac{\pi k}{u_{r_0}} \right)^4 T^4 \right],$$

zoodat volgens (4)

$$\frac{1}{\chi'} = \frac{3 N u_{r_0}}{M_{\infty}^2} \left[1 + \frac{27}{1280} \left(\frac{\pi R}{N u_{r_0}} \right)^4 T^4 \right] \times \\ \times \left[1 + \frac{1}{15} \frac{M_{\infty}^2 H^2}{(N u_{r_0})^2} \left(1 - \frac{27}{640} \left(\frac{\pi R}{N u_{r_0}} \right)^4 T^4 \right) \right] - c$$

wordt. Hiervoor kan nu verder geschreven worden :

$$\frac{1}{\chi'} = \frac{3 N u_{r0}}{M_{\infty}^2} \left[1 + \frac{1}{15} \left(\frac{M_{\infty}^2}{N u_{r0}} \right)^2 H^2 + \left\{ \frac{27}{1280} \left(\frac{\pi R}{N u_{r0}} \right)^4 - \frac{9}{3200} \left(\frac{\pi R}{N u_{r0}} \right)^4 \left(\frac{M_{\infty}}{N u_{r0}} \right) H^2 \right\} T^4 \right] - c,$$

of ook ¹⁾ (lage temp.)

$$\frac{1}{\chi'} = \left[\frac{3 N u_{r0}}{M_{\infty}^2} - c + \frac{1}{5} \frac{H^2}{N u_{r0}} \right] + \frac{27}{1280} \left(\frac{\pi R}{N u_{r0}} \right)^4 \left\{ 1 - \frac{2}{15} \left(\frac{M_{\infty}}{N u_{r0}} \right)^2 H^2 \right\} T^4. \quad (11)$$

In de uitdrukking

$$\frac{1}{\chi'} = \Delta_2 + \beta T^4 \quad (11a)$$

is dus Δ_2 de grenswaarde, waartoe $1/\chi'$ bij $T=0$ nadert (OB in Fig. 1). Deze grootheid is alzoo *van de intensiteit van het aangewende magnetische veld H (of H_e) afhankelijk*, en wordt *grooter*, naarmate H *grooter* wordt. Wordt dus dit veld niet absoluut $=0$ genomen — hetgeen natuurlijk practisch nooit het geval kan zijn — dan wordt, zooals wij boven reeds opmerkten, het laatste stuk bij B (zie Fig. 1) altijd een weinig *opgelicht*. De ideale waarde (bij $H=0$) zou OB' zijn, en voorgesteld worden door

$$\Delta_2' = \frac{3 N u_{r0}}{M_{\infty}^2} - c. \quad (12)$$

In verband met (9) kan hiervoor ook geschreven worden:

$$\Delta_2 = \frac{3 N}{M_{\infty}^2} (u_{r0} - (u_r)_{\text{Curie}}), \quad (12a)$$

zoodat Δ_2 alleen dan positief is, zoolang

$$(u_r)_{\text{Curie}} < u_{r0}, \quad (13)$$

d.w.z. *wanneer het Curiepunt beneden het absolute nulpunt ligt.*

¹⁾ In deze formule, zoowel als in (7) komt H voor. Daar echter $H = H_e + c M = H_e + c \chi' H_e = H_e (1 + c \chi')$ is, zoo kan H altijd door de *waargenomen* grootheid H_e vervangen worden.

En daar Δ_2 à fortiori positief is. wanneer Δ_1 dit reeds is (zie Fig. 1), zoo zullen dus ook volgens (13) stoffen met positief gevonden Δ_2 nooit een Curiepunt kunnen vertoonen, hoe laag de temperatuur ook daalt.

Of er aanvankelijk (bij $T=0$) *stijging*, dan wel *daling* (*minimum*) zal zijn, hangt geheel van den coëfficiënt β in βT^4 af. Is H niet zeer klein genomen, zoo kan β *negatief* worden, en wel zoodra

$$H > \sqrt{\frac{15}{2}} \frac{N u_{r_0}}{M_\infty} \quad (14)$$

wordt. Er kan dan dicht bij β een *minimum* in de kromme $1/\chi' = f(T)$ geconstateerd worden. ($FeSO_4?$).

En hiermede zijn — uitgaande van de door Keesom (l.c.) uitgewerkte onderstelling aangaande de rotatie-energie u_r , in verband met de theorie van Debye — alle waargenomen bijzonderheden in den loop de genoemde kromme op ongedwongen wijze verklaard.¹⁾

6. Eenige nadere transformaties.

Schrijven wij

$$\frac{N u_{r_0}}{M_\infty^2} = \gamma,$$

dan kan, daar $C = 3 R : M_\infty^2$ is (zie formule (7)), ook geschreven worden :

$$\frac{1}{N u_{r_0}} = \frac{C}{R \gamma} ; \quad \left(\frac{M_\infty}{N u_{r_0}} \right)^2 = \frac{3 C}{R \gamma^2},$$

zoodat wij ook hebben :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\chi'} = C T + \underbrace{\left(\frac{16}{45} \gamma - c \right)}_{\Delta_1} + \frac{\alpha}{RT} \quad (\text{hooge temp.}) \\ \frac{1}{\chi'} = \underbrace{\left(\gamma - c + \frac{1}{5} \frac{C}{R \gamma} H^2 \right)}_{\Delta_2} + \frac{27}{1280} \left(\frac{\pi C}{\gamma} \right)^4 \left(1 - \frac{2}{5} \frac{C}{R \gamma^2} H^2 \right) T^4 \quad (\text{lage temp.}), \end{array} \right. \quad (7a) \quad (11a)$$

waarin nu alles in *experimenteel* bepaalbare grootheden is uitgedrukt, daar C de richtingscoëfficiënt van den asymptoot bij $T = \infty$

¹⁾ Daar Θ_0 , en dus ook u_{r_0} (zie (6)), nog een functie van het volume is, zoo is het verklaarbaar, dat de waarde van Δ_2 zoowel als die van Δ_1 b.v. in vloeibaren (of vasten) toestand anders zal wezen dan in gasvormigen toestand. (Zie ook bij Keesom, l.c.).

is; en γ met de afgesneden stukken A_1 en A_2 in verband staat, aangezien

$$\omega = A_2 - A_1 = \frac{29}{45} \gamma + \frac{1}{5} \frac{C}{R\gamma} H^2$$

is, waarin voor H kan geschreven worden $H_e (1 + c \chi')$ — zie de Noot bij § 5.

Nu is volgens (11a) de coëfficiënt van T^4 juist gelijk aan 0, wanneer

$$H^2 = \frac{5R}{2C} \gamma^2$$

is. Dan is dus

$$\omega = \frac{29}{45} \gamma + \frac{1}{2} \gamma = \frac{103}{90} \gamma, \text{ of } \gamma = \frac{90}{103} \omega. \quad (15)$$

Daardoor wordt

$$H^2 = \frac{5R}{2C} \left(\frac{90}{103} \omega \right)^2,$$

zoodat

$$H > \frac{45}{103} \sqrt{\frac{10R}{C}} \cdot \omega$$

moet zijn, opdat β negatief worde. Voert men nog $C = \frac{3R}{M_\infty^2}$ in,

zoo kan voor bovenstaande ongelijkheid ook geschreven worden:

$$H > \frac{15}{103} \sqrt{30} \cdot \omega M_\infty, \quad (14a)$$

d. w. z. $H > 0,798 \omega M_\infty$, of verkort $H > 0,8 \omega M_\infty$.

Zoodra het aangewende totale veld dus grooter dan $0,8 \omega M_\infty$ mocht wezen, zoo zal de kromme bij $T=0$ aanvankelijk beginnen te dalen, en er een *minimum* intreden.

Om uit de gevonden *grenswaarde* van H het uitwendige veld H_e te berekenen, moeten wij de waarde van $1 + c \chi'$ kennen. Daar de coëfficiënt van T^4 dan juist $=0$ is, zoo is (zie (11a))

$$\frac{1}{\chi'} = \gamma - c + \frac{1}{5} \frac{C}{R\gamma} H^2 = A_2,$$

zoodat $1 + c \chi' = 1 + \frac{c}{A_2} = \frac{c + A_2}{A_2}$ wordt. Nu volgt uit $A_1 =$

$\frac{1}{4} \gamma - c$, dat $c = \frac{1}{4} \gamma - A_1$ is, zoodat met $\gamma = \frac{9.0}{10.3} \omega$ (zie boven) gevonden wordt ¹⁾:

$$c = \frac{3.2}{10.3} \omega - A_1, \text{ of } c = \frac{3.2}{10.3} A_2 - \frac{1.35}{10.3} A_1. \quad (16)$$

De gezochte waarde wordt derhalve:

$$1 + c \chi' = (\frac{3.2}{10.3} \omega + \omega) : A_2 = \frac{1.35}{10.3} \frac{\omega}{A_2},$$

hetgeen — evenals ook de waarde van c grafisch te bepalen is.

Daar $c > 0$ wordt ondersteld, zoo is $1 + c \chi' > 1$, derhalve in het door ons beschouwde grensgeval A_2 steeds $< \frac{1.35}{10.3} \omega$, of ook $A_2 > \frac{1.35}{3.2} A_1$ (hetgeen trouwens ook direct uit bovenstaande waarde van c volgt). In Fig. 1 is alsdan het stuk A_2 meer dan 4,22 maal zoo groot als het stuk A_1 . En in het geval van een minimum zal deze verhouding nog sterker geaccentueerd zijn.

Wij verkrijgen derhalve uit (14a):

$$H_e > \frac{1.5}{10.3} \sqrt{30} \cdot \omega M_\infty : \frac{1.35}{10.3} \frac{\omega}{A_2},$$

of eindelijk:

$$H_e > \frac{1}{9} \sqrt{30} \cdot A_2 M_\infty, \quad (14b)$$

opdat β negatief zij en er een minimum kan intreden.

Is $H = H_e = 0$, of zeer dicht bij 0 (zeer zwakke velden), dan heeft men:

$$A_1 = \frac{1}{4} \gamma - c; \quad A_2 = \gamma - c,$$

waaruit dan volgt $\gamma = \frac{4.5}{2.9} (A_2 - A_1) = \frac{4.5}{2.9} \omega$, en $c = \frac{1.6}{2.9} A_2 - \frac{4.5}{2.9} A_1$, (16) zoodat γ en de coëfficiënt van het moleculaire veld c wederom uit de stukken A_2 en A_1 bepaalbaar zijn. Daar c steeds positief wordt ondersteld, zoo is thans $A_2 > \frac{4.5}{1.6} A_1$, d. w. z. grooter dan bijna 3 maal A_1 ; terwijl deze verhouding in het grensgeval, dat juist een minimum zal optreden (zie boven), 4,22 was.

II. OVER DE MAGNETISATIEVERSCHEINSELEN VAN PARAMAGNETISCHE STOFFEN BENEDEN HET CURIEPUNT.

1. In het voorgaande gedeelte hadden wij het over de *temperatuur*-afhankelijkheid der paramagnetische susceptibiliteit. Thans willen wij nog iets zeggen over de *labiele* toestanden die beneden het Curiepunt kunnen optreden.

¹⁾ Uit de uitdrukkingen voor A_1 en A_2 volgens (7a) en (11a) volgt dat geheel algemeen

$$\gamma = \frac{4.5}{2.9} \omega - \frac{9}{2.9} \frac{C}{R\gamma} H^2; \quad c = (\frac{1.6}{2.9} A_2 - \frac{4.5}{2.9} A_1) - \frac{1.6}{14.5} \frac{C}{R\gamma} H^2 \text{ is.}$$

Wij zagen reeds dat zodra het Curiepunt bij het absolute nulpunt begint te verschijnen ($(u_r)_{\text{Curie}} = \frac{1}{3} c N \mu^2 = \frac{1}{3} \frac{c M_\infty^2}{N}$ derhalve $= (u_r)_0$ wordt), de $1/\chi'$ -kromme bij $T=0$ juist in O eindigt (het door den asymptoot afgesneden stuk OC is dan reeds lang

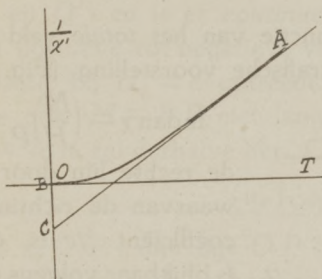


Fig. 2

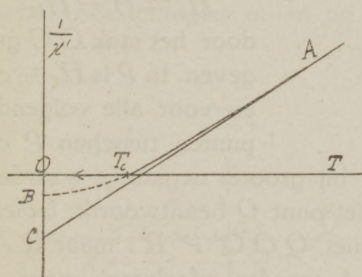


Fig. 3.

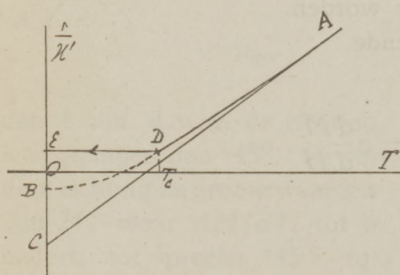


Fig. 3a.

negatief (zie Fig. 2)); terwijl bij een Curiepunt boven $T=0$ — een *werkelijk* Curiepunt derhalve — het punt B eveneens beneden O komt te liggen (Fig. 3).

Maar daar in het laatste geval $1/\chi' = 0$ zal zijn in het Curiepunt, tengevolge der alsdan optredende *spontane magnetisatie* (immers H_c wordt $= 0$ ondersteld, terwijl M een eindige waarde heeft; zie Fig. 7) en deze waarde van $1/\chi'$ bij lagere temperaturen om dezelfde reden $= 0$ zal blijven, zoo zal natuurlijk het stuk $T_c B$ niet gerealiseerd worden en de kromme hare voortzetting vinden in het stuk $T_c O$ der T -as.

Is echter H niet $= 0$ of uiterst zwak, zoodat het laatst gedeelte der kromme in de nabijheid van B eenigszins wordt opgelicht en er zelfs een minimum kan ontstaan (zie het voorgaande gedeelte), dan zal bij het Curiepunt en daar beneden $1/\chi'$ ook niet precies $= 0$ zijn, en zal het laatste stuk DE iets boven de T -as liggen. Hierbij zal feitelijk E iets lager liggen dan D , wijl het bedrag der spon-

tane magnetisatie bij $T=0$ iets grooter zal zijn dan bij $T=T_c$, omdat u_{r0} een weinig kleiner is dan μ_{rc} .

In het voorgaande zagen wij, dat bij alle bestudeerde paramagnetische stoffen de punten B en C *boven* de T -as vallen (hoogstens valt C in O), en deze verhoudingen noodzakelijk medebrengen

$$\chi_0 = \frac{1}{3} \frac{N \mu^2}{u_r} = \frac{1}{3} \frac{M_\infty^2}{N u_r}$$

is, dat alsdan bij de beschouwde temperatuur

$$u_r < \frac{1}{3} c N \mu^2$$

moet wezen. Is χ_0 juist $= 1/c$, dan verdwijnen de punten P en Q (P' en Q') en is er *continue* overgang door O bij den overgang van positieve tot negatieve velden H_e , zonder dat spontane magnetisatie bij $H_e = 0$ optreedt. Want bij P , waar $H_e = 0$ is, is dan ook $M = PF$ niet langer positief. De temperatuur, waarbij $\chi_0 = 1/c$ is, zal derhalve het „Curiepunt” bepalen, en blijkbaar is dan

$$(u_r)_{\text{Curie}} = \frac{1}{3} c N \mu^2.$$

Is $\chi_0 < 1/c$, dan ligt OP buiten de kromme, en is alles normaal geworden zonder spoor van spontane magnetisatie, wanneer $H_e = 0$ is. Wij zijn dan *boven* het Curiepunt. De volgende grafische voorstellingen zullen nu vanzelf duidelijk zijn.

In Fig. 5 is in O

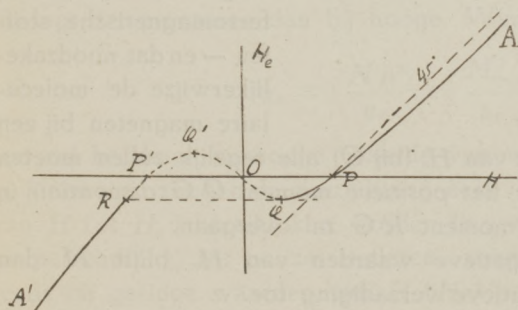


Fig. 5

$$\begin{aligned} \frac{dH_e}{dH} &= 1 - c \frac{dM}{dH} \\ &= 1 - c \chi_0; \end{aligned}$$

derhalve < 1 , omdat $c \chi_0 > 1$ (zie boven).

En in P , waar $\frac{dM}{dH}$ klein positief is, zal $\frac{dH_e}{dH}$ dus iets kleiner

dan 1 zijn, d. w. z. de richting iets geringer dan 45° , terwijl deze richting bij groote waarden van H , waar dM/dH tot 0 nadert, tot precies 45° zal naderen. In Q is $dH/dH_e = 0$ (zie boven).

In Fig. 6 is het verloop van $1/\chi'$ geteekend, waar χ' dus $M: H_e$ voorstelt. Het is de susceptibiliteit, welke *werkelijk*

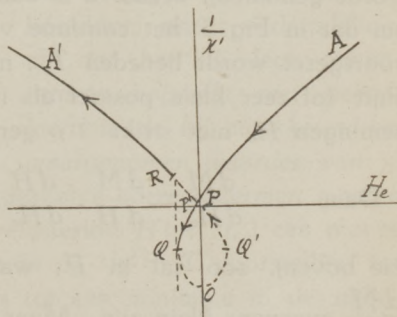


Fig. 6.

wordt waargenomen, aangezien niet met het totale veld wordt geëxperimenteerd, maar alleen met het *uitwendige* veld.

Het wordt nu steeds duidelijker, dat wanneer het uitwendige veld grooter negatief wordt dan de aan Q beantwoordende waarde, er een *plotselinge* overgang op R zal plaats hebben. Want tusschen Q en R (dus in O, Q', P') zijn de waarden van H_e kleiner negatief en zelfs weer positief!

Maar het meest suggestief is wel Fig. 7 ($M=f(H_e)$), waarvan men eigenlijk bij de bestudeering dezer verschijnselen had moeten uitgaan, en niet van Fig. 4, waar M slechts als functie van H gegeven is.

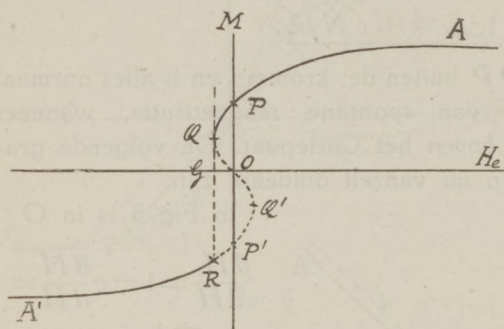


Fig. 7.

Wij zien nu duidelijk dat bij afnemende positieve velden H_e er bij $H_e = 0$ een magnetisch moment OP overblijft — spontane magnetisatie dus als bij ferromagnetische stoffen — en dat noodzakelijkerwijze de moleculaire magneten bij een zekere negatieve waarde van H_e (bij Q) alle tegelijk zullen moeten „omklappen”, waardoor het *positieve* moment QG *discontinu* in het (grootere) *negatieve* moment RG zal overgaan.

Bij nog grootere negatieve waarden van H_e blijft M dan verder negatief, tot negatieve verzadiging toe.

Beneden het Curiepunt is dus voor $H_e = 0$ M voortdurend positief ($= OP$, afnemend naarmate de temperatuur hooger wordt genomen), derhalve is dan $1/\chi' = H_e/M = 0$. Het is daarom dat in Fig. 3 het continue verloop der kromme AT_cB niet voortgezet wordt beneden T_c , maar dat dan eenvoudig $1/\chi' = 0$ blijft (of zeer klein positief als in Fig. 3^a, wanneer bij de waarnemingen H_e niet strikt $= 0$ genomen wordt).

$$\text{Daar} \quad \frac{dM}{dH_e} = \frac{dM}{dH} \cdot \frac{dH}{dH_e} = \frac{dM}{dH} : \left(1 - c \frac{dM}{dH}\right)$$

(zie boven), zoo zal in P , waar dM/dH klein is (zie Fig. 4)

$\frac{dM}{dH_e}$ eveneens klein zijn. Maar in Q , waar $dM/dH = 1/c$ is,

wordt $dM/dH_e = \infty$. En in O , waar $dM/dH = \chi_0$ is, zal $dM/dH_e = \chi_0 : (1 - c\chi_0)$ worden, hetgeen met $c\chi_0 > 1$ (zie boven) een negatieve waarde voor dM/dH_e oplevert.

De overgangen van Fig 4–7 voor de gevallen $T = T_{\text{Curie}}$ en $T > T_c$ zal de lezer zelf kunnen maken. In het Curiepunt zal de raaklijn in O (Fig. 4) tot richtingscoëfficiënt hebben $1/c$. P en Q , P' en Q' vallen dan allen samen in O . In Fig. 5 zal de kromme de H -as raken in O , waar wederom alle bijzondere punten samenvallen. In Fig. 6 id.; de kromme lijn heeft dan een keerpunt in O . Terwijl in Fig. 7 de kromme de M -as zal raken.

En *boven* het Curiepunt verloopt alles continu: In Fig. 4 is de richtingscoëfficiënt der raaklijn in $O < 1/c$; in Fig. 5 maakt de raaklijn in O een positieve hoek met de H -as; in Fig. 6 snijdt de kromme de $1/\chi'$ -as boven O , in welk snijpunt de bolle zijde naar de H_e -as is toegewend, terwijl aan beide zijden inflectiepunten optreden.

Wat Fig. 7 betreft (en dit geldt ook voor Fig. 4), willen wij nog opmerken, dat de verzadigingstoestand bij A eerder optreedt bij lage temperaturen dan bij hooge. Want aangezien

$$\chi_0 = \frac{1}{3} \frac{N\mu^2}{u_r} = \frac{1}{3} \frac{M_\infty^2}{u_r},$$

zoo zal blijkbaar bij hooge waarde van u_r (hooge temperaturen) χ_0 klein zijn, zoodat de verzadiging eerst bij zeer groote waarden van H (of H_e) bereikt kan worden (b.v. OB_1) — terwijl bij lage temperaturen χ_0 tot ∞ zal naderen, zoodat verzadigingstoestand reeds bij geringe waarden van H (H_e) wordt bereikt (bij OB_2 reeds b.v.)

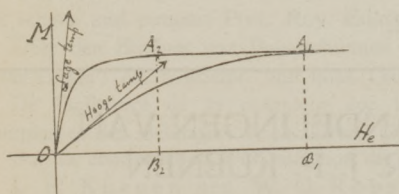


Fig. 8.

met χ_0 te vereenzelfen, en dat er derhalve correctietermen moeten worden aangebracht, waarin de veldsterkte H (of H_e) een niet te verwaarloozen rol zal spelen, wat in de $1/\chi' - T$ voorstelling tot een oplichten der kromme en zelfs tot een minimum in de nabijheid van O kan aanleiding geven.

Deze opmerking is vooral van belang in verband met het hoofddoel onzer verhandeling, nl. dat het bij lage temperaturen volstrekt niet geoorloofd is de bij zwakke velden waargenomen waarden van χ'

En hiermede achten wij het verloop, speciaal van de kromme $M=f(H_e)$ (zie Fig. 7) beneden het Curiepunt, met hare labiele stukken links en rechts van O , voldoende opgehelderd.

Résumé.

On peut conclure de tout ce qui précède:

1) Qu'il faut déduire une formule pour $\chi'=f(T)$, où $\chi'=M:H_e$, et non pour $\chi=f(T)$, où $\chi=M:H$, puisque seulement le champ magnétique extérieur H_e est donné expérimentalement et non le champ total $H=H_e+cM$.

Les deux grandeurs χ et χ' sont liées entre elles par la relation simple $1/\chi'=1/\chi-c$.

2) Qu'il ne faut pas considérer — surtout aux températures très basses — la valeur limite de χ pour $H=0$ ($=\chi_0$); mais qu'il faut calculer encore un terme correctif avec H^2 , puisque le champ magnétique employé — quoique faible — n'est jamais exactement $=0$.

3) Qu'on trouvera alors que la courbe $1/\chi'=f(T)$ dans la représentation graphique est toujours quelque peu soulevé — surtout aux températures très basses — comparé à la courbe idéale avec $H=0$.

4) Que pour une valeur déterminée de H — que nous avons calculé — ce soulèvement peut devenir tel qu'une valeur minimale peut se présenter dans le voisinage de $T=0$ (comme on a en effet peut-être déjà trouvé pour le $FeSO_4$).

5) Que le coefficient du champ moléculaire c peut être calculé aisément à partir des segments coupés par la courbe et de sa tangente à $T=\infty$ de l'axe des $1/\chi'$.

6) Qu'il n'est pas nécessaire d'admettre des champs moléculaires négatifs, quand on introduit avec Keesom, Debye et d'autres une énergie rotatoire finie au zéro absolu.

7) Qu'il ne se présentera jamais un point de Curie chez les substances, où les segments désignés dans 5) sont positifs.

8) Que les courbes $M=f(H)$ et $M=f(H_e)$ présentent dans le cas, où la température est inférieure au point de Curie, des parties labiles dans le voisinage de H ou $H_e=0$; de sorte que les moments magnétiques M varient d'une manière discontinue de valeurs positives à des valeurs négatives, quand H_e aura atteint une certaine valeur négative.

Tavel sur Clarens, zomer 1922.

LIJST VAN VERHANDELINGEN VAN PROFESSOR DR. J. P. KUENEN

In deze lijst is Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam afgekort tot K. A.; evenzeer Communications from the Physical Laboratory of the University of Leiden tot Comm.

Niet zijn opgenomen de handboeken, Gidsartikelen e. d.

Metingen over het oppervlak van van der Waals, voor mengsels van koolzuur en chloormethyl. van Doesburg 1892; K. A. 9, 1892; Comm. no. 4, 1892;

On retrograde condensation and the critical phenomena of mixtures of two substances Comm. no. 4, 1892.

Mesures concernant la surface de Van der Waals pour les mélanges d'acide carbonique et de chlorure de méthyle.

Arch. Néerl. 26; Zs. f. phys. Chem. 11 (1) 1893.

Eenige waarnemingen over gasmengsels. Handelingen van het vierde Nederl. natuur- en geneesk. congres 1893.

Eenige proeven over het verband van de twee plooiën in het oppervlak van van der Waals voor mengsels, K. A. 24 Juni 1893, 2; Comm. no. 7.

Over de abnormale verschijnselen bij het kritische punt, K. A. 1893, 2; Comm. no. 7.

Eenige proeven over de abnormale verschijnselen bij het kritisch punt, K. A. 26 Mei 1894 (3) Comm. no. 11, 1894.

Verdere proeven over de abnormale verschijnselen bij het kritisch punt; K. A. 30 Juni 1894 (3); Comm. no. 11, 1894.

Over de condensatie van een gasmengsel, K. A. 29 September 1894, (3); Comm. no. 13, 1894.

On the condensation and the critical phenomena of mixtures of ethane and nitrous oxide. Comm. no. 16, 1895, revised reprint from: Phil. Mag. (5) 40, 1895; Proc. Phys. Soc. London, 13, 1895.

Invloed van de zwaartekracht op de kritische verschijnselen van enkelvoudige stoffen en van mengsels; K. A. 25 Mei 1895 (4); Comm. no. 17.

J. P. Kuenen and W. W. Randal: The expansion of argon and of helium as compared with that of air and hydrogen. Chem. News, 72, 1895; Proc. Roy. Soc. 59, 1896.

E. W. Reid and J. P. Kuenen, The Röntgen rays; Nature 53, 1896.

Sur la condensation et les phénomènes critiques des mélanges d'éthane et de protoxyde d'azote; Arch. Néerl. (2) 1, 1897; Proc. Phys. Soc. of London 15, 1897; Phil. Mag. (5) 44, 1897; Zs. f. phys. chem. 24, 1897.

Some experiments on critical phenomena. Phys. Soc. 25 Juni 1897.

Quelques expériences relatives aux rapports entre les deux plis de la surface de van der Waals pour les mélanges. Arch. Néerl. (2) 1, 1897.

Sur les anomalies au voisinage du point critique. Arch. Néerl. (2) 1, 1897.

Quelques expériences relatives aux anomalies au voisinage du point critique; Arch. Néerl. (2) 1, 1897.

On ethane prepared from ethyl iodide and on the properties of some mixtures of ethane and butane; Proc. Roy. Edinb. Soc. 21, 1897.

Über den Einfluss von Beimischungen auf die Erscheinungen beim Verflüssigen von Gasen; Zs. f. kompr. und flüss. Gase, 1, 1897.

De l'influence de la pesanteur sur les phénomènes critiques des substances simples et des mélanges; Arch. Néerl. (2) 1, 1898.

Sur la condensation d'un mélange de deux gaz; Arch. Néerl. (2) 1, 1898.

J. P. Kuenen and W. G. Robson: On the Mutual Solubility of Liquids — Vapour pressure and Critical Points; Phil. Mag. (5) 48, 1899; Zs. f. phys. Chem. 28, 1899.

Simple proof of Gibbs' phase-rule; Proc. Roy. Edinb. Soc. 23, 1901.

Gemische von Salzsäure und Methyläther; Zs. physik. Chem. Leipzig, 37, 1901; Arch. Néerl. (2) 5, 1900.

Change of the coefficient of absorption of a gas in a liquid with temperature. Proc. R. Edinb. 23, 1901.

On the law of the constancy of the quantity of heat; Arch. Néerl. (26, 1901).

Bemerkungen zur Abhandlung des Herrn Caubet. Ueber die Verflüssigung von Gasgemischen; Zs. f. phys. Chem, 41, 1902.

Kritische verschijnselen bij gedeeltelijk mengbare vloeistoffen, ethaan en methyl-alkohol; K. A. 11, 1902.

J. P. Kuenen and W. G. Robson. Observations on mixtures with maximum or minimum vapour pressures; Phil. Mag. (6) 4, 1902.

J. P. Kuenen and W. G. Robson. Vapour pressures of carbon dioxide and of ethane at temperatures below 0° C.; Phil. Mag. (6) 3, 1902.

J. P. Kuenen and W. G. Robson, The thermal properties of carbon dioxide and of ethane; Phil. Mag. (6) 3, 1902.

Over het kritisch mengpunt van twee vloeistoffen; K. A. 12, 1903.

On the mutual solubility of liquids; Phil. Mag. (6) 6, 1903.

Zur Theorie der Destillation von Gemischen; Boltzmann-Festschrift 1904.

Ueber die Berechnung der Konstanten a und b der van der Waalschen Gleichung aus den kritischen Werten; Ann. d. Phys. Leipzig, 4e F. 17, 1905.

On Pirani's method of measuring self inductance; Phil. Mag. (6) 19, 1910.

Onderzoekingen omtrent de mengbaarheid van vloeistoffen; Proc. Amsterd. 14, 1911; K. A. 20, 1911.

Distillatie van mengsels; Chem. Weekblad 8, 1911.

Enkele opmerkingen aangaande het beloop der binodale lijnen in de $v-x$ -figuur bij het driephasenevenwicht. K. A. 20, 1911; Comm. supplement no. 22, 1911.

Onderzoekingen omtrent de mengbaarheid van vloeistoffen. K.A. 20, 1911; Comm. 125.

On the effect of passing a mixture of two vapours into a mixture of the liquids. Comm. suppl. no. 22 to nos. 121—132.

On the deduction of thermodynamical relations; Phil. Mag. (6) 23, 1912.

De diffusiecoëfficiënt van gassen volgens O. E. Meyer. K. A. 21, 1913; Comm. suppl. no. 28, to nos. 133—144.

J. P. Kuenen en S. Visser. Een viscosimeter voor vluchtige vloeistoffen; K. A. 22, 1913, Comm. 136, 1913.

J. P. Kuenen en S. Visser, De viriaal coëfficiënt B voor normaal butaan. K. A. 22, 1913. Comm. 138b 1913.

J. P. Kuenen en S. Visser. De viscositeit van den damp van normaal butaan. K. A. 22, 1913. Comm. 138a.

De diffusiecoëff. van gassen en de wrijvingscoëff. van gasmengsels. K. A. 22, 1914; Comm. suppl. no. 36a.

Over het meten van de drukking in een zeepbel; K. A. 23, 1914; Proc. Amst. 17, 1915; Comm. 145a.

Over den diffusiecoëfficiënt van gassen en den wrijvingscoëfficiënt van gasmengsels. K. A. 23, 1915; Proc. Amst. 17, 1915; Comm. Suppl. 38.

J. P. Kuenen and A. L. Clark, Het kritisch punt, kritische verschijnselen en eenige condensatiegrootheden van lucht; K. A. 25, 1917; Proc. Amst. 19, 1917; Comm. 150b.

Deze lijst werd — onder medewerking van den heer J. Bouman, phil. doct. — op verzoek der redactie samengesteld door Prof. Dr. W. J. de Haas. — Red.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 28 October 1922 in het Natuurkundig Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

Prof. Zernike houdt een voordracht over:

Objectieve en subjectieve tonen en de resonantie-theorie van het hooren.

Vervolgens doet de heer K. F. Niessen eene *Mededeeling omtrent de theorie van het positieve waterstof-ion*.

In het kort zal hier de hoofdlijn uit mijn dissertatie: „Zur Quantentheorie des Wasserstoffmoleküls“¹⁾ worden weergegeven. Zooals bekend is, bestaat het waterstofmolekuul uit twee atoomkernen en twee electronen, zoodat het probleem van het molekuul-ion eigenlijk een drie-lichamen-probleem zou worden. Van zijn drie bestanddeelen, twee kernen en een electron, kunnen wij echter gevoegelijk aannemen, dat de beide eersten wegens hun relatief groote massa zich slechts uiterst traag zullen bewegen. Wij zullen dan ook aanvankelijk aannemen, dat zij stil staan, waarbij dan minstens twee verwaarloozingen worden aangenomen:

1e wordt afgezien van de beweging der kernen als afspiegeling van de beweging van het electron, en

2e laten wij het ion voorloopig niet roteeren.

De eerste verwaarloozing is zeker geoorloofd, gezien het geringe bedrag aan energie; dat voor de beweging van de kern in het waterstofatoom vereischt is.

De tweede beperking zal later worden opgeheven. Ook zal de behandeling van de z.g. kerntrillingen later geheel in het schema onzer berekening passen.

Al zien wij nu voorloopig van de genoemde kernbewegingen af, toch moet het aldus vereenvoudigde ionmodel nog aan een zeer bepaalden eisch voldoen, willen de kernen niet op den duur van elkaar af of naar elkaar toegaan. Zoolang zij n.l. niet als oneindig zwaar zijn te beschouwen, moet voor elke kern geëischt worden, dat het tijd-gemiddelde van de resultante van alle hierop werkende krachten nul zij.

¹⁾ Utrecht, 1922.

Hier is sprake van een tijd-gemiddelde en niet van een weg-gemiddelde, omdat alleen het eerste equivalent is met de algebraisch-gemiddelde waarde van de opgenomen hoeveelheid van beweging. Is deze dus nul, dan blijft de bewuste kern gemiddeld op haar plaats en wegens haar groote zwaarte practisch op dezelfde plaats.

Deze eisch, die de stationariteitseisch wordt genoemd, kan geformuleerd worden als :

$$\bar{K}_1 = e^2/4d^2 \text{ en } \bar{K}_2 = e^2/4d^2,$$

waarbij $2d$ den afstand der kernen voorstelt en $\bar{K}$ het tijdgemiddelde van de langs de verbindingslijn der kernen gerichte aantrekkingskomponent afkomstig van de aantrekkings kern—electron (Fig. 1).

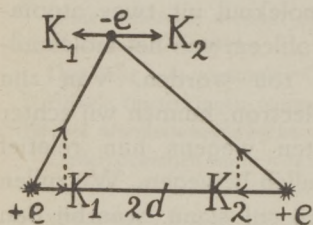


Fig. 1.

De stationariteitseisch schijnt dus tweeledig, maar is toch eigenlijk enkelvoudig, zooals gemakkelijk kan worden aangetoond :

$K_2 - K_1$ is de kracht, waarmee het electron op een gegeven moment naar rechts wordt getrokken, maar daar het electron voortdurend in de omgeving der kernen blijft, zal het op den duur evenveel naar recht als naar links moeten gaan, m. a. w. moet : $\bar{K}_2 - \bar{K}_1 = 0$ zijn.

Staat de linker kern dus gemiddeld stil, dan is dit van zelf ook reeds met de rechter het geval.

Bij stilstaande kernen nu wordt het vraagstuk voor het vinden van de electronenbaan teruggebracht tot het tweecentrapprobleem, dat door Euler en Jacobi is opgelost. Wij zullen Jacobi's methode gebruiken, daar deze meer omvat en direct aan de quantiseeringsregels van Bohr en Sommerfeld kan worden aangepast.

Door het invoeren van elliptische coördinaten wordt de differentiaalvergelijking van Hamilton voor de werking namelijk scheidbaar en daarmee het mechanische probleem niet alleen oplosbaar, maar tevens voor een toepassing der tegenwoordige quantumtheorie geschikt.

Zijn de afstanden van het electron tot de linker en tot de rechter kern resp. r_1 en r_2 , dan zijn van de elliptische coördinaten ξ , η , φ de twee eerste gedefinieerd door :

$$\xi = \frac{1}{2}(r_1 + r_2), \quad \eta = \frac{1}{2}(r_1 - r_2),$$

terwijl φ den hoek voorstelt, dien het vlak door kernen en electron maakt met een vast vlak door de verbindingslijn der kernen (de as van het ion).

Door het invoeren van deze coördinaten kan de bewuste differentiaalvergelijking voor de werking W gesplitst worden in het volgende drietal:

$$\frac{\delta W}{\delta \xi} = f_1(\xi, A, a, \sigma, d)$$

$$\frac{\delta W}{\delta \eta} = f_2(\eta, A, a, \sigma, d)$$

$$\frac{\delta W}{\delta \varphi} = a,$$

waarbij de constanten A , a , σ en d de volgende beteekenis hebben:

A is de totale energie van het zich bewegende deeltje, d. w. z. van het electron,

a is het moment om de as,

σ is een grootte, die eenige analogie vertoont met de perksnelheid in het waterstofatoom,

d is de halve kernafstand.

De quantumvoorwaarden luiden nu:

$$\int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\delta W}{\delta \xi} d\xi = n_1 h, \quad \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{\delta W}{\delta \eta} d\eta = n_2 h, \quad \int_0^{2\pi} \frac{\delta W}{\delta \varphi} d\varphi = n_3 h,$$

waarbij ξ_1 en ξ_2 , η_1 en η_2 de grenzen zijn, waartusschen de coördinaten van het electron bij de hier ontstane quasi-periodieke beweging heen en weer trillen.

Daar de stationairiteitsvergelijking eveneens de constanten A , a , σ en d blijkt te bevatten, hebben wij aldus precies het benoodigde aantal vergelijkingen om deze parameters te bepalen, waarmee dan het geheele ionmodel bekend wordt.

De grootte wordt n.l. vastgelegd door den kernafstand $2d$, en de vorm door de omkeerwaarden van ξ en η , die uit de formules voor $\dot{\xi}$ en $\dot{\eta}$ volgen (welke alleen A , a , σ en d als parameters bevatten).

Verder heeft men voor de totale energie E :

$$E = A + e^2/2d.$$

Door nu op de energiën van de verschillende ionmodellen den regel van Bohr voor de lichtfrequenties toe te passen, kan het spektrum van het waterstofmolekuulion theoretisch worden voorspeld.

Alvorens hiertoe over te gaan heb ik allereerst de mogelijke baantypes beschouwd en kon van het meerendeel bewijzen, dat zij voor een ionmodel ongeschikt waren, òf omdat zij nu eenmaal niet stationair zijn te maken (a), òf omdat de baan van het electron labiel zou worden (b), òf de kernen in een labiel evenwicht zouden verkeeren (c), òf omdat het electron oneindig dicht langs de kern zou moeten passeeren (d), of een dergelijke baan zou moeten beschrijven na een kleine storing te hebben ondergaan (e).

Van de mogelijke baantypes, waarbij het electron in het eindige blijft, zullen wij nu even degene aanwijzen, welke om een der voorafgaande redenen komen te vervallen.

De vlakke banen vindt men voor het meerendeel daar, waar $\varphi = 0$ is (fig. 2).

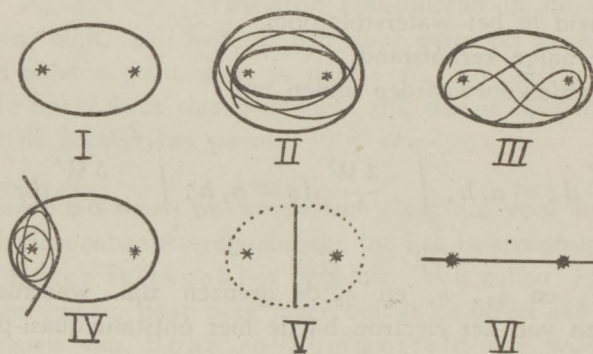


Fig. 2.

Het zijn:

- I een ellips met de kernen tot foci. (Verviel om reden a)
- II een Lissajous-kromme, die afwisselend twee ellipsen aanraakt en het hiertusschen gelegen gebied overal even dicht opvult. (Verviel eveneens om reden a. Zoowel in I als in II zouden de kernen reeds uit elkaar gaan, zonder dat hun onderlinge afstooting nog behoefde mede te werken.)

- III Een andere Lissajous-kromme, die telkens tusschen de kernen door passeert (vervalt om reden *d*). ¹⁾
- IV Een Lissajous-kromme, die het gebied tusschen een ellipsboog en een hyperboolboog opvult (vervalt om dezelfde reden). ¹⁾
- V Een rechtlijnige trilling langs de middelloodlijn, de baan is echter labiel en gaat bij de minste storing over òf in die van III òf in die van IV. (reden *b* en *e*)
- VI Een beweging langs de as, die altijd op een botsing met een kern uitloopt.

Ook bij $\varphi \neq 0$ (fig. 3) zijn nog vlakke banen mogelijk, o. a. cirkels in het middenloodvlak (VII) of asymmetrisch gelegen cirkels (VIII). De eerste zijn steeds labiel, als voor de stationairiteit

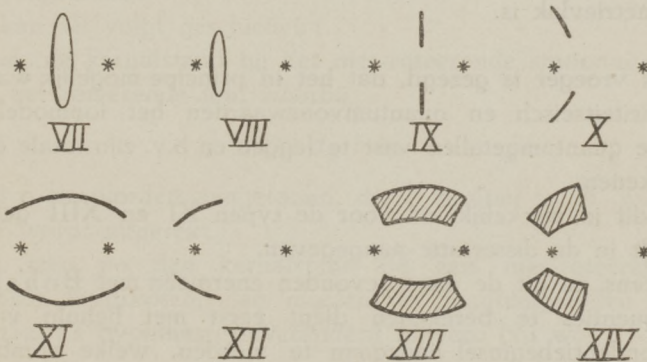


Fig. 3.

gezorgd is, de tweede zijn wel steeds stabiel, maar nooit stationair te maken.

Verder zijn in het middenloodvlak nog Lissajous-krommen (IX) mogelijk, die twee concentrische cirkels met het middelpunt op de as afwisselend aanraken, doch van deze kon bewezen worden, dat zij labiel zijn, zoodra de kernen in evenwicht gebracht worden.

Alle vlakke banen hebben het dus tegen de diverse eischen afgelegd.

De vele ruimtelijke banen, die nog mogelijk zijn, kan men het beste omschrijven met behulp van het gebied, dat zij in het geval eener quasiperiodieke beweging geheel opvullen. Deze gebieden,

¹⁾ Weliswaar zou bij een zuiver periodieke baan van een botsing op de kern geen sprake zijn, maar de periodiciteit gaat toch bij de geringste verstoring verloren en dan wordt een dergelijke botsing onvermijdelijk.

die steeds omwentelingsoppervlakken of omwentelingslichamen zijn, worden in fig. 3 door hun doorsnee met het teekenvlak aangegeven.

Wanneer het electron een baan beschrijft, geheel op een blad eener hyperboloïde gelegen (X) bleek de aantrekking steeds te klein om de afstooting op te kunnen heffen. Daarentegen kon bij XII, een baan op de eene helft eener ellipsoïde gelegen en bij XIV, de algemeene asymmetrische beweging wel voor een kern-evenwicht gezorgd worden, maar dit was in de onderzochte gevallen, $n_1 + n_2 + n_3 \leq 6$, steeds labiel. ¹⁾

Aldus blijven ons slechts over:

XI: de banen op de middenzone eener ellipsoïde, en

XIII: de algemeene symmetrische banen, d. z. ruimtekrommen binnen een ringvormige buis, waarvan het middenvlak symmetrievlak is.

Reeds vroeger is gezegd, dat het in principe mogelijk was door stationairiteitseisch en quantumvoorwaarden het ionmodel voor bepaalde quantumgetallen vast te leggen en b.v. zijn totale energie te berekenen.

Hoe dit in werkelijkheid voor de typen XI en XIII geschiedt is, wordt in de dissertatie aangegeven.

Alvorens nu uit de daar gevonden energieën met Bohr's regel de frequenties te berekenen dient eerst met behulp van het correspondentiebeginsel nagegaan te worden, welke combinaties van quantsprongen bij de overgangen der symmetrische modellen geoorloofd zijn.

Men vindt de mogelijke combinaties in de volgende tabel verzameld:

Δn_3	Δn_2	Δn_1
0	oneven (pos. of neg.)	willekeurig
+1	even " " "	"
-1	even " " "	"

Wordt dit in acht genomen, dan kan het spectrum van het ion worden berekend.

¹⁾ Er zijn ook wel asymmetrische modellen met een stabiel kernevenwicht, b.v. in XII, maar dan moet hier $n_3 > 16$ en dan wordt de kernafstand grooter dan 80 maal den straal van het normale waterstof-atoom, wat me voor een ionmodel te onwaarschijnlijk leek om er langer bij stil te blijven staan.

De golflengten heb ik, vermoedelijk tot op $\pm 50 \text{ \AA}$ nauwkeurig, bepaald, wat voor een rechtstreeksche toetsing zeker niet nauwkeurig genoeg is, gezien de enorme uitgebreidheid van het veellijnenspektrum, maar niets staat een nog nauwkeuriger berekening, uitgaande van de reeds gevonden modellen, in den weg.

Het zou echter reeds de moeite waard zijn, als in de buurt van de aangegeven plaatsen in het spektrum lijnen waren aan te wijzen, die zich b.v. tegenover magnetische of elektrische invloeden anders gedragen dan de overige, of pas onder andere omstandigheden ontstaan. Zij zouden dan aan het ion, en de overige aan het molecuul kunnen worden toegeschreven.

Er zouden zelfs op de aangewezen plaatsen meerdere lijnen moeten liggen, daar wij nog steeds niet de rotatie van het ion hebben ingelascht.

Dit kan als volgt geschieden:

Is $2d_0$ de kernafstand bij het niet-roterende stationaire en $2d$ die bij het roterende ion, waarbij

$$d = d_0 + \delta,$$

dan zal o. a. worden aangetoond, dat δ positief is, d. w. z. dat het ion wordt uitgerekt.

Gaat men nu den kernafstand bij een niet-roterend ion adiabatisch vergrooten, dan moeten de quantumgetallen volgens Ehrenfest's hypothese onveranderd blijven. Nu was:

$$\begin{aligned} n_1 &= F_1(A, a, \sigma, d), \\ n_2 &= F_2(A, a, \sigma, d), \\ n_3 &= \text{een constante} \times a. \end{aligned}$$

Bij dit adiabatisch uit te voeren proces is dus $da = 0$, en daar tevens dn_1 en dn_2 nul moeten zijn, geeft dit twee homogene vergelijkingen tusschen dA , $d\sigma$ en dd , waaruit dus

$$(dA/dd)_n$$

kan worden bepaald, opgemaakt bij constante quantumgetallen.

Om te zien wat dit is, stelle men zich voor, dat de kernen elkaar niet zouden afstooten, maar wel door het electron zouden worden aangetrokken, dan zou A tevens de totale energie van het ion zijn en zou het ons een arbeid

$$(dA/dd)_n \times dd$$

kosten om het ion adiabatisch over den afstand $2dd$ uit te rekken.

Daar deze arbeid ook geschreven kan worden als $2\bar{K}dd$, waarbij $\bar{K}$ het tijdgemiddelde is van de binnenwaarts gerichte kracht, die op elk der kernen werkt, blijkt hieruit, dat

$$\bar{K} = \frac{1}{2} (dA/dd)_n.$$

Wegens onderlinge afstooting der kernen is de totale energie van het ion echter $E = A + e^2/2d$.

Dus is :

$$\left(\frac{dE}{dd}\right)_n = \left(\frac{dA}{dd}\right)_n - \frac{e^2}{2d^2} = 2\bar{K} - \frac{e^2}{2d^2}.$$

Daar bij een stationair niet-roteerend ion $\bar{K} = e^2/4d^2$, is hiervoor dus tevens $(dE/dd)_n = 0$, m. a. w.

Een stilstaand ion, dat stationair gemaakt is, bevat tevens bij constant gehouden quantumgetallen een maximum of minimum energie.

Die met een maximale energie waren voor ons doel ongeschikt, daar de kernen hier in een labiel evenwicht staan. Een kleine buitenwaartsche beweging der kernen zal n.l. in den beginne een adiabatische vervorming van het ion tengevolge hebben; de vrijkomende energie (daar hier een maximum was ondersteld) zal de beweging der kernen ten goede komen, die zich dus steeds meer zullen verwijderen.

De modellen met minimale energie echter zullen juist bij een eventueele storing in den stand der kernen om den vorm van minimale E heen en weer gaan schommelen; deze zijn dus stabiel. In de gebruikte modellen, die wij ten slotte overhielden, was dit het geval; daar is dus:

$$\left(\frac{d^2E}{dd^2}\right)_n > 0.$$

Het bovenstaande stelt ons in staat de berekening van het geval van een langzame rotatie door te voeren. De omwentelings-tijd is dan groot t.o.z. van de periode in de beweging van het electron in het stilstaande ion, zoodat bij de rotatie kan worden aangenomen, dat:

$$\bar{K} - \frac{e^2}{4d^2} = M\omega^2 d,$$

waarbij het rechterlid de middelpuntvliedende kracht der kernen voorstelt (M = massa v. d. kern, ω = hoeksnelheid). Wegens het voorafgaande is dit ook te schrijven als:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dE}{dd} \right)_n = M \omega^2 d.$$

Bij vastgehouden quantumgetallen zijn beide leden functies van d en kunnen volgens Taylor worden ontwikkeld:

$$\frac{1}{2} \frac{dE}{dd}(d_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2 E}{d^2 d}(d_0) \times \delta + \dots = M \omega^2 (d_0 + \delta)$$

Daar bij het stationaire ion $\frac{dE}{dd}(d_0) = 0$ was en $\frac{d^2 E}{d^2 d} > 0$ volgt hieruit voor δ dus niet alleen het positieve teken maar ook zijn grootte:

$$\delta = 2 M \omega^2 d / \frac{d^2 E}{d^2 d}.$$

Door de rotatie te quantiseeren wordt ω vastgelegd, en daarmee dus ook de uitrekking van het ion.

De hiermee gepaard gaande energieverandering kan nu in rekening worden gebracht.

Door verspringen van het aantal rotatiequanta bij de overgangen der verschillende modellen ontstaan dan op de bekende wijze de nevenfrequenties uit de hoofdfrequentie.

Ook kunnen de kernen nog langs hun verbindingslijn trillen. Wegens de groote kernmassa zal het ion zich hierbij steeds weer adiabatisch vervormen.

Om deze beweging te quantiseeren kan men zich laten leiden door de quantumregels voor den vibrator, want de kernen zijn hier als het ware aan hun evenwichtsstand gebonden door een bindingskracht, evenredig aan hun uitwijking (de bindingscoëfficiënt is evenredig met $d^2 E / dd^2$).

Dit is dus de tweede mogelijkheid om uit de berekende hoofdfrequenties een serie nevenfrequenties af te leiden. Zoowel het verspringen van het rotatie- als van het oscillatiequantumgetal is echter aan het Auswahlprincipe gebonden.

Alleen de sprongen 0, +1 en -1 zijn toegestaan, tenminste bij den overgang van twee verschillende ionen.

In een en hetzelfde symmetrische ion (d. w. z. bij konstant gehouden inwendige quantumgetallen n_1, n_2, n_3) zijn zij echter verboden, zoodat er geen ultrarood spektrum te verwachten is.

Of op de verschillende, in de dissertatie nader aangewezen plaatsen in het spektrum iets bijzonders valt waar te nemen moet het experiment nog leeren.

Voor een tweede toetsingsmogelijkheid, die der ionisatiespanning, zij eveneens naar de dissertatie verwezen. Het is echter zeer de vraag of er bij het plotseling ioniseeren van het molecuul wel direct *stationaire* ionen mogen worden verwacht. Bovendien kan het mogelijk zijn, dat het molecuul door zijn eigenaardigen bouw misschien steeds in atomen uiteenvalt, die dan op hun beurt geïoniseerd kunnen worden. Toch is men uit kanaalstraalwaarnemingen overtuigd van het bestaan van stationaire ionen.

Het is voor een toetsing dezer theorie dus het beste uit te gaan van een gas, waarin deze ionen zeker reeds lang aanwezig zijn en dus stationair zullen zijn geworden en dan op een handige manier na te gaan, bij welke spanningen (nooit hooger dan 7 Volt ¹⁾) deze ionen kunnen worden stukgeschoten.

Omtrent de ionisatiespanning van 30,5 Volt, die Franck onlangs ²⁾ in verband meende te moeten brengen met het ontstaan van een ion, kan nog worden medegedeeld, dat Franck's opvatting niet waarschijnlijk lijkt.

Het standpunt, dat hij eerst innam ³⁾, was, dat het molecuul bij deze spanning totaal in vier stukken zou uiteengeslagen worden, waardoor die spanning precies en ongedwongen werd verklaard. Zou het molecuul hier nu toch in een ion en in een electron worden gesplitst, dan zou de totale energie van het ion dus nul moeten zijn.

Een stationair ion kan het dan zeker niet zijn, want hiervoor is de totale energie altijd negatief, zooals gemakkelijk als volgt is in te zien.

Bij stationaire bewegingen, waarbij alle aantrekkende en afstootende krachten door de wet van Coulomb worden beheerscht, geldt voor het tijdgemiddelde van de potentiële en kinetische energie:

$$\overline{Pot.} = -2 \overline{Kin.}$$

Natuurlijk is steeds:

$$\overline{Pot.} + \overline{Kin.} = E,$$

waarin E de totale energie is. Zou deze dus nul zijn, dan moest er uit volgen, dat:

$$\overline{Kin.} = 0$$

¹⁾ Het is n.l. te bewijzen, dat het symmetrische ion met de quantumgetallen $n_1=0$, $n_2=1$, $n_3=1$, welks energie $-0,516 N h$ is (N =Rydbergsche constante) van alle gequantiseerde stationaire ionen de kleinste energie bezit.

²⁾ Franck: Lichtanregung und Ionisation von Atomen und Molekülen, Physik. Zeitschr. 1921, S 469

³⁾ Franck, Knipping, Thea Krüger, Verh. d. D. Phys. Ges. 21, 728, 1919.

is, doch daar de kin. energie een essentieel positieve grootheid is, zou er dus geen beweging mogen zijn, m. a. w. het ion bestaat niet meer, maar is in zijn drie bestanddeelen uiteengevallen.

Bij een stationair ion kan de totale energie dus nooit streng nul zijn, maar ook niet nagenoeg nul, tenminste niet bij de gebruikelijke quantumgetallen, wat uit mijn numerieke berekeningen volgt.

Al kan er nu bij 30,5 Volt dus geen sprake van een stationair ion zijn, daarom is hiermee nog niet de mogelijkheid uitgesloten voor het ontstaan van een ion, dat nog niet direct stationair is, maar misschien nog op de een of andere wijze met het vroegere molecuul verband moet houden, b.v. den kernafstand hiermee gemeen moet hebben.

Nu is de kernafstand in het molecuul door Reiche ¹⁾ uit het gedrag der specifieke warmte bepaald. Berekent men nu den kernafstand in een quanteus ionmodel, waar de totale energie vooraf gelijk nul genomen is, dan vindt men, wat voor quantumgetallen ook gekozen mogen worden, steeds geheel andere waarden dan Reiche, zoodat er zeer veel tegen de opvatting is te zeggen, dat er bij 30,5 Volt een ion zou moeten ontstaan en er daarentegen juist zeer veel voor de eerste opvatting van Franck is aan te voeren.

De boven gegeven theorie van het ion zal dus hoofdzakelijk door het spektrum en door de ionisatiespanningen van het ion zelf moeten worden getoetst.

1) Ann. d. Phys. 58, 682 (1919).

BOEKBESPREKING.

Everh. Bouwman, Physica, Leerboek der Natuurkunde, vooral ten dienste van de hoogste klassen van Gymnasia en Lycea, 200 blz., 220 fig. — J. B. Wolters, Groningen, 1922. Prijs f 3,90.

„Dit boek is bedoeld voor leerlingen, die een meer elementaire cursus natuurkunde al eens hebben doorgemaakt. In de eerste jaren kan men nu het onderwijs zoo aanschouwelijk en demonstratief mogelijk geven, terwijl dan in het laatste jaar ook de meer abstracte gedeelten met vrucht behandeld kunnen worden.”

Aldus eenige regels uit het voorbericht.

In het boek wordt onder meer besproken, zij het ook soms

maar oppervlakkig, bij de Mechanica: Arbeidsvermogen bij draaiïng om een as; hoeveelheid van beweging; botsing.

Bij Vloeistoffen en Gassen: doorsnee en snelheid van een vloeistofstroom; invloed van de wrijving op de drukverdeeling.

Bij Warmte: Isothermische en adiabatistische veranderingen; P-t-diagram; tweede hoofdwet.

Bij Trillingen en Geluid: Uitrekking en samendrukking.

Bij Licht: Grootte en verdeeling van de stralingsenergie. Wet van Kirchhoff. Kleuren van dunne vliezen. Rooster.

Bij Magnetisme: Bepaling van H .

Bij statische Electriciteit: Betrekkingen tusschen het Arbeidsvermogen, de veldsterkte en de verschuiving.

Bij Electriscbe stroomen: Thermodynamische afleiding van de E. M. K. van een Daniëll; impedans en fazeverschil bij wisselstroomen; atoommodel.

En, om toch te toonen, dat er nog veel meer is, sluit het boek met de woorden: Hoogfrequentiespectrum, kernlading en atoomnummer, isotopie. Geen commentaar er bij, alleen de klanken!

Wanneer al deze onderwerpen „met vrucht” zullen kunnen worden besproken — ik zeg nog niet eens „behandeld” — dan is daar een grondige kennis van de beginselen der Natuurkunde voor noodig. En deze kennis zou dan door de leerlingen van het Gymnasium in de 3e, 4e en 5e klas moeten worden vergaard met in totaal slechts 7 uur les per week. (op een H. B. S. 5 j. c. in een omgeving van veel meer wis- en werktuigkunde hebben de jongens er 10 uur per week voor). Dat is toch onmogelijk, dunkt mij. En dan gaat de leerstof toch ongetwijfeld te ver! Dat is immers geen voorbereidend hooger onderwijs meer, dat is inderdaad universitaire studie.

Maar afgezien nu daarvan, wat brengt het boek ons eigenlijk? Het is niets anders dan het Leerboek der Natuurkunde van Dr. Bouwman verminderd met wat er staat in het Beknopte Leerboek van denzelfden schrijver. Op de Gymnasia zal dus in de eerste jaren het Beknopte Leerboek wel moeten dienen, om aan de hand daarvan het Natuurkunde-onderwijs „zoo aanschouwelijk en demonstratief mogelijk” te geven, terwijl dan in het laatste jaar het leerboek „Physica” gebruikt zal worden om „ook de meer abstracte gedeelten” te leeren kennen. Voor het gemak is dus het gewone Leerboek eenvoudig in 2 deelen gesplitst, met dat gevolg dat „Physica” alleen met het Beknopte Leerboek

als voorlooper een geheel vormt, terwijl het zonder dat geen waarde heeft, want dan geeft het slechts de behandeling van natuurkundige onderwerpen, die los van elkaar liggen, waar geen samenhang in zit en met allerlei hiaten. Dan is het zelfs geen boek voor herhaling geschikt. Iets van een concentrische leergang kan ik er onmogelijk in zien. Het „behandelen van meer abstracte gedeelten” heeft daar toch niets mee te maken. Het verband tusschen de verschillende onderdeelen moet dan in het licht worden gesteld; de trillingen bijvoorbeeld moeten worden bekeken door de heele Natuurkunde heen, of het arbeidsvermogen door alle gebieden.

Iets nieuws derhalve, vind ik niet dat er met het leerboek „Physica” is gebracht. Wil men eventueel Dr. Bouwman bij de lessen in de Natuurkunde volgen, dan neme men òf het gewone Leerboek, òf het Beknopte Leerboek plus „Physica”, dat komt op hetzelfde neer. H.

H. A. Lorentz, Lessen over theoretische natuurkunde. VI. Het relativiteitsbeginsel voor eenparige translaties (1910—1912).
Bewerkt door A. D. Fokker, 164 blz. — E. J. Brill, Leiden, Prijs f 6.—.

Voor wie de vroeger verschenen deeltjes dezer „Lessen etc.” gelezen heeft, zal het overtoollig zijn te zeggen, dat ook dit deeltje een aanwinst is voor den beoefenaar der theoretische natuurkunde. Men zou kunnen verwachten, dat ik hieraan zou toevoegen, „meer dan eenig ander deeltje”. Immers de titel van het deel had ook kunnen luiden: „de Lorentz-transformatie en wat daaruit is af te leiden.” En waarover zou Lorentz belangrijker lessen kunnen geven, dan over zijn eigen geesteskind? En toch is dit slechts gedeeltelijk waar. Dat dit slechts gedeeltelijk waar is, is aan twee oorzaken toe te schrijven. In de eerste plaats aan de verwonderlijke universaliteit van Lorentz, die het toestaat over anderer geesteskinderen lessen te geven, die van even grootte volledigheid van kennis en diepte van inzicht in de problemen getuigen, als hij zou bezitten, wanneer hij zelf de vader der behandelde theorie was. In de tweede plaats is het toe te schrijven aan het feit, dat een nu ongeveer 10 jaar geleden gegeven uiteenzetting der relativiteitstheorie meer van den tegenwoordigen stand der wetenschap verschilt, dan van haast eenig ander onderwerp.

Neemt men b.v. de eveneens in 1910-1911 voorgedragen lessen over „Kinetische problemen” (deel V der uitgave), dan zouden die in 1920 in nagenoeg denzelfden vorm kunnen zijn voorgedragen. Lorentz zelf echter zou in 1920 ongetwijfeld de relativiteitstheorie in anderen vorm hebben voorgedragen. Gedeeltelijk is hieraan tegemoet gekomen, doordat de bewerker het een en ander heeft toegevoegd „dat in een ander college eenige jaren later ter sprake kwam”, en dat betrekking heeft op de vierdimensionale vectorrekening. Maar ook met die toevoeging vormen deze „lessen” niet een leerboek der speciale relativiteitstheorie, zooals men dat tegenwoordig zou schrijven.

Maar beschouwt men ze niet als zoodanig — en ze hebben ongetwijfeld niet de bedoeling het te zijn — dan kan men zeggen, dat het voor den studeerende in de relativiteitstheorie van groote waarde is naast een ander studieboek deze lessen te kunnen bestudeeren. Men vindt erin de begrippen der relativiteitstheorie in den vorm, waarin zij het eerst zijn ontstaan, en op een uitermate eenvoudige en heldere wijze uiteengezet. Het verband tusschen relativiteitstheorie en oudere electronentheorie komt er duidelijker in uit, dan in andere uiteenzettingen der relativiteitstheorie. En terwijl men eensdeels wel wat mist door het late invoeren van vierdimensionale beschouwingen, heeft dit aan den anderen kant toch weer het voordeel dat het physische op den voorgrond blijft staan, en dat niet het genoegen, dat in het toepassen van vierdimensionale schema's is gelegen, de belangstelling in de physische problemen overwoekert. Ook degene, die de in het boekje behandelde problemen reeds verscheidene malen op college heeft uiteengezet, kan er nog veel nieuws uit leeren.

Eigenaardig is, dat in het boekje herhaaldelijk een geheimzinnige „men” optreedt, die in de physica allerlei heeft „opgemerkt” wat met name genoemde physici hebben verzuimd op te merken. Ook is in het boekje nergens te vinden, dat de transformatie, waarvan bij voortduring gebruik moet worden gemaakt, door de geheele physische wereld als „Lorentz-transformatie” wordt aangeduid.

J. D. v. d. W. Jr.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

H. J. Oosting, Photographiën van Proeven met Lichtstralen, Terugkaatsing op Spiegels, Breking door Lenzen, enz., 31 opnamen, 18 blz. tekst. — J. B. Wolters, Groningen. 1922, Prijs f 2.40.

Kapteyn-nummer van „Hemel en Dampkring”, Augustus 1922.

H. A. Lorentz, Het Relativiteitsbeginsel voor Eenparige Translaties, bewerkt door A. D. Fokker, 164 blz. 12 fig. — Firma E. J. Brill, Leiden, 1922. Prijs f 6,—.

N. Bohr, Drei Aufsätze ueber Spektren und Atombau, 148 blz., 7 fig. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1922. Prijs f 3.10.

F. Rinne, Das feinbauliche Wesen der Materie nach dem Vorbilde der Kristalle, 2e en 3e druk, 168 blz., 203 fig. — Gebr. Borntraeger, Berlin 1922. Prijs f 5.20.

R. A. Millikan, Das Elektron, vertaald door K. Stöckl, (Sammlung Wissenschaft. Bd 69) 263 blz., 32 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 6.75. geb. f 8.25.

H. G. Möller, Die Elektronenröhren und ihre technischen Anwendungen, 2e Aufl. 200 blz. 208 fig. 1 plaat — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1922. Pr. f 3.40.

Aloys Müller, Die philosophischen Probleme der *Einstein*-schen Relativitätstheorie. Bd 39 der Sammlung Wissenschaft. 224 blz. 10 fig. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1922. Prijs f 3.75, geb. f 4.65.

Aloys Müller, Der Gegenstand der Mathematik mit besonderer Beziehung auf die Relativitätstheorie, 94 blz. 3 fig. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 1.50.

A. Kneser, Die Integralgleichungen und ihre Anwendungen in der mathematischen Physik, 2e Auflage. 292 blz. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 3,—, geb. f 3.90.

Zeitschrift für angewandte Geophysik, herausgegeben von Dr. Richard Ambronn, Band 1, Heft 1. — Gebr. Borntraeger, Berlin,

W. R. Eckardt, Grundzüge einer Physioklimatologie der Festländer, 123 blz., 17 fig. — Gebr. Borntraeger, Berlin, 1922. Prijs f 2.70.

A. Wasmuth, Grundlagen und Anwendungen der statistischen Mechanik, 2e Aufl. (Heft 25 der Sammlung Vieweg), 115 blz. 4 fig. — Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 2,—.

MEDEDEELINGEN.

Mej. Dr. H. Stücklen, assistente aan het Natuurkundig en Electrotechnisch Laboratorium te Delft, heeft verworven de prijs van de Universiteit Frankfurt, Emil Cohnstaedt Stiftung, voor haar onderzoek: Ueber den Nachweiss von Wasserdampfschichten auf festen Körper.

VAN DE REDACTIE.

In dit nummer vinden de lezers een portret van Prof. Kamerlingh Onnes met eene karakterschets door een onzer medewerkers. Waar van andere zijde een gedenkboek werd samengesteld, dat

het werk zou resumeeren, in de laatste twintig jaren in het cryogeen laboratorium verricht, een boek welks voorbereiding de naaste wetenschappelijke vrienden en medewerkers van Prof. Onnes in beslag nam, en dat hem op zijn feestdag zou worden aangeboden, zou het van onzen kant pretentius geweest zijn, om te trachten een speciaal nummer te redigeeren. Onze deelneming aan de hulde, diende dus binnen bescheidener perken te blijven.

Niettemin nemen wij deze gelegenheid te baat om Professor Kamerlingh Onnes onze hartelijke gelukwensen aan te bieden. Wij hadden reeds het voorrecht, hem op den feestdag zelf in zijne woning te mogen begroeten, bij die gedenkwaardige receptie in Huize ter Wetering te Leiden, waar een uitgelezen gezelschap zich niet alleen vereenigde, maar in een dichten drom haast verdrong om met een handdruk de toespraak te bekrachtigen, waarin Prof. Zeeman den jubilaris huldigen zou.

Het moet voor den laatste een gelukkige dag geweest zijn. Weinigen zal het als hem gegeven zijn om aldus de verwerkelijking hunner jeugdaspiraties te beleven. Dat hij deze uitkomst mocht bereiken hangt ongetwijfeld daarmee samen dat de harts-tocht voor het onderzoek hem bezielde, ja dusdanig bezat, dat hij steeds slechts zijn ideaal, zijn doel voor oogen had. Zijn eigen gaven en de talenten zijner medewerkers maakte hij daaraan dienstbaar, industriele en regeeringskringen wist hij tot belangstelling en financieele offers te prikkelen, en de materiele en de levende krachten van zijn laboratorium te kweken en te organiseeren tot een goed sluitend, vlot werkend bedrijf.

Het zal den aanwezigen, onder wie ook de vertegenwoordiger was van den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen, opgevallen zijn, welk een rijkdom van inhoud, gepaard aan eenvoud en bescheidenheid zoowel toespraak als antwoord kenmerkten. Inderdaad, onze natuurkundige aanvoerders, zooals zij daar bij elkander stonden, met hun wereldreputatie, dragers van talrijke en hooge onderscheidingen door buitenlandsche wetenschappelijke lichamen en vreemde regeeringen, zij hielden niet van ophef. Gelukkig met wat hun hand en hoofd te ontdekken en ontsluiëren vinden, verlangen zij overigens slechts gewone menschen te zijn. Moge hun voorbeeld ons nog langen tijd de ware wegen wijzen!

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

2e JAARGANG

DECEMBER 1922

NUMMER 12.

HET ELECTROMAGNETISCHE VELD VAN EEN MAGNETISCHEN DIPOOL

(Vervolg)¹⁾

door G. J. ELIAS.

Behalve in het geval van eene stroomlus, die induceerend werkt op een naburigen geleider (b.v. de aarde), is ook het veld van een raamzender voor electromagnetische golven op te vatten als van een magnetischen dipool afkomstig te zijn. In het laatstgenoemde geval zal het vooral aankomen op de kennis van dit veld op afstanden, groot t. o. v. de golflengte, terwijl in eerstgenoemd geval, vooral bij lage frequentie, het veld op afstanden klein t. o. v. de golflengte van belang zal zijn. Dit laatstgenoemde geval zullen we vooropstellen in de onderstelling, dat aan den geleider een diëlectricum met geleidingsvermogen nul grenst. Verder zullen we aannemen, dat zoowel voor geleider als voor diëlectricum $\mu = 1$ kan worden gezet, en dat de frequentie zóó laag is, dat $|k_2| \gg |k_1|$. Bij eene zeer slecht geleidend aardoppervlak is zulks reeds bij eene frequentie van b.v. 50 vervuld. Waar het voorloopig te doen is om de in den geleider geïnduceerde stroomen in de omgeving van den dipool, zullen we de in (26) en (31) voorkomende uitdrukkingen voor de potentialen Π_2 , P_{x2} en P_{z2} ²⁾ in de onderstelling $Rk_1 \ll 1$ moeten berekenen.

¹⁾ Zie *Physica* 2, p. 207, 1922.

²⁾ Abusievelijk is op blz. 215 bij de formules op het midden van de bladzijde het cijfer (31) weggevalen.

B 2. Verticale dipool.

De functie van Hertz is aangegeven door

$$\Pi_2 = 2 \int_0^{\infty} I_0(\lambda r) \frac{e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \cdot \lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \quad (32)$$

waarvoor geschreven kan worden

$$\Pi_2 = \frac{2}{k_1^2 - k_2^2} \int_0^{\infty} I_0(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \left[\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} - \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \right] \lambda d\lambda.$$

Met inachtneming van (23) kan voor den eersten term worden geschreven

$$\frac{2}{k_1^2 - k_2^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{i k_2 R}}{R} \quad (33)$$

Om den tweeden term te berekenen stellen we $\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} = t$, waardoor we verkrijgen

$$- \frac{2}{k_1^2 - k_2^2} \int_{i k_1}^{\infty} I_0(r \sqrt{t^2 + k_1^2}) e^{z \sqrt{t^2 - x^2}} t^2 dt, \quad (34)$$

waarin $x^2 = k_2^2 - k_1^2$ gesteld is.

Deze integraal moet genomen worden in het t -vlak van $i k_1$ tot 0 langs de imaginaire as, vervolgens van 0 tot ∞ langs de reële as. We beschouwen eerst de laatste integraal, waarvoor gezet kan worden

$$\frac{2 \left(x^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)}{k_1^2 - k_2^2} \int_0^{\infty} I_0(r \sqrt{t^2 + k_1^2}) e^{z \sqrt{t^2 - x^2}} dt.$$

We voeren nu in

$$I_0(r \sqrt{t^2 + k_1^2}) = I_0(r k_1) - \frac{r^2 t^2}{2 \cdot 1!} \frac{I_1(r k_1)}{r k_1} + \frac{r^4 t^4}{2^2 \cdot 2!} \frac{I_2(r k_1)}{r^2 k_1^2} - \dots \quad ^1)$$

¹⁾ Deze ontwikkeling, waarin k_1 en t beide reëel zijn, kan, evenals de op blz. 363 en 373 gebezigde formule, verkregen worden door de bekende uitdrukking voor I_0 uit te werken en de termen dan te rangschikken, waarbij de reeks steeds convergent blijft, voor reële waarden van t . Op grond hiervan zullen de verkregen uitdrukkingen ook voor alle reële waarden van t gelden.

Dit invoerende verkrijgen we

$$\begin{aligned} \int_0^\infty I_0(r\sqrt{t^2+k_1^2}) e^{z\sqrt{t^2-x^2}} dt &= I_0(rk_1) \int_0^\infty e^{z\sqrt{t^2-x^2}} dt - \\ &- \frac{r I_1(rk_1)}{2 \cdot 1! k_1} \int_0^\infty e^{z\sqrt{t^2-x^2}} t^2 dt + \dots = \\ &= \sum_{n=0}^\infty (-1)^n \frac{r^n I_n(rk_1)}{2^n n! k_1^n} \int_0^\infty e^{z\sqrt{t^2-x^2}} t^{2n} dt. \end{aligned}$$

Stellen we hierin $t^2 = x^2(1-\omega^2)$, dan komt er

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^\infty (-1)^{n+1} \frac{r^n x^{2n} I_n(rk_1)}{2^n \cdot n! k_1^n} \int_{-1}^{i\infty} e^{ixz\omega} (1-\omega^2)^{n-1/2} \omega d\omega &= \\ = i \sum_{n=0}^\infty (-1)^n \frac{r^n x^{2n} I_n(rk_1)}{2^n \cdot n! k_1^n} \frac{\partial}{\partial(xz)} \int_{-1}^{i\infty} e^{ixz\omega} (1-\omega^2)^{n-1/2} d\omega &= \\ = \frac{\pi i}{2} \sum_{n=0}^\infty (-1)^n \frac{r^n x^{2n} I_n(rk_1)}{2^n \cdot n! k_1^n} \frac{\partial}{\partial(xz)} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{x^n z^n} H_n^{(2)}(xz) &^1) \\ = -\frac{\pi i}{2} \sum_{n=0}^\infty (-1)^n \frac{r^n x^n I_n(rk_1) (2n!)}{2^{2n} (n!)^2 k_1^n z^n} H_{n+1}^{(2)}(xz). & \quad (35) \end{aligned}$$

Deze reeks zal convergereen, wanneer $r < |z|$ en $|rx| < 1$.

Eene ontwikkeling geschikt voor kleine waarden van $k_1 r$ kan worden verkregen door in te voeren

$$I_0(r\sqrt{t^2+k_1^2}) = I_0(rk_1) I_0(rt) - 2 I_2(rk_1) I_2(rt) + \\ + 2 I_4(rk_1) I_4(rt) - \dots \quad ^2)$$

1) Zie Jahnke & Emde, Funktionentafeln, Leipzig 1909 p. 170.

2) Zie noot 1) op bldz. 362.

Zoodoende verkrijgen we

$$\int_0^{\infty} I_0(r\sqrt{t^2+k_1^2}) e^{z\sqrt{t^2-x^2}} dt = I_0(rk_1) \int_0^{\infty} I_0(rt) e^{z\sqrt{t^2-x^2}} dt - \\ - 2 I_2(rk_1) \int_0^{\infty} I_2(rt) e^{z\sqrt{t^2-x^2}} dt + \dots \quad (36)$$

Bepaald moet dus worden $\int_0^{\infty} I_{2n}(rt) e^{z\sqrt{t^2-x^2}} dt$, waarvoor geschreven kan worden

$$\frac{(-1)^n}{2\pi} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{irt \cos \omega + z\sqrt{t^2-x^2}} \cos 2n\omega d\omega dt. \quad 1)$$

Door te stellen $t = x \sin \varphi$ komt er

$$\frac{(-1)^n \cdot x}{2\pi} \int_0^{\pi} \int_{-i\infty}^{+i\infty} e^{irx \sin \varphi \cos \omega + iz \cos \varphi} \cos 2n\omega \cdot \cos \varphi d\varphi d\omega = \\ = \frac{i(-1)^{n-1}}{2\pi} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\pi} \int_{-i\infty}^{+i\infty} e^{irx \sin \varphi \cos \omega + ix \cos \varphi} \cos 2n\omega d\varphi d\omega.$$

Door invoering van $r \cos \omega = p \sin a$, $z = -p \cos a$, waarin $p = \sqrt{z^2 + r^2 \cos^2 \omega}$ positief is, komt er

$$\frac{i \cdot (-1)^{n-1}}{2\pi} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\pi} \int_{-i\infty}^{+i\infty} e^{+ipx \cos(\varphi+a)} \cos 2n\omega d\varphi d\omega,$$

waarvoor we, na $\varphi + a = \psi$ te hebben gesteld, gebruikmakende van het theorema van Cauchy, kunnen schrijven

1) Zie o.a. Jahnke & Emde, l. c. p. 169.

$$\begin{aligned} & \frac{i \cdot (-1)^{n-1}}{2\pi} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{+ipx \cos \psi} \cos 2n\omega \, d\psi \, d\omega = \\ & = \frac{i(-1)^{n-1}}{2} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\pi H_0^{(1)}(px) \cos 2n\omega \, d\omega. \quad ^1) \end{aligned}$$

Ter uitvoering van de integratie van 0 tot π naar ω ontwikkelen we als volgt

$$\begin{aligned} H_0^{(1)}(x\sqrt{z^2 + r^2 \cos^2 \omega}) &= H_0^{(1)}(x\sqrt{z^2}) I_0(xr \cos \omega) - \\ &- 2 H_2^{(1)}(x\sqrt{z^2}) I_2(xr \cos \omega) + \dots \quad ^2) \end{aligned}$$

Dit invoerende verkrijgen we ten slotte na integratie ³⁾

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty I_{2n}(rt) e^{z\sqrt{t^2 - x^2}} \cdot dt = -\frac{\pi i x}{2} \left[H_0^{(1)'}(x\sqrt{z^2}) I_n^2\left(\frac{xr}{2}\right) - \right. \\ & \left. - 2 H_2^{(1)'}(x\sqrt{z^2}) I_{n-1}\left(\frac{rx}{2}\right) I_{n+1}\left(\frac{xr}{2}\right) + \dots \right] \quad (37) \end{aligned}$$

Deze reeks zal slechts convergereen voor $r < |z|$. Volgens (36) moeten de reeksen (37) telkens met $I_{2n}(rk_1)$ worden vermenigvuldigd. Deze ontwikkeling zal b.v. geschikt zijn voor zeer kleine waarden van rk_1 , dus in de nabijheid van den dipool.

Nog eene andere ontwikkeling kan worden verkregen door in (36), die ook kan worden geschreven

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{irt \cos \omega + z\sqrt{t^2 - x^2}} \left[I_0(rk_1) + 2 I_2(rk_1) \cos 2\omega + \right. \\ & \left. + 2 I_4(rk_1) \cos 4\omega + \dots \right] d\omega \, dt \end{aligned}$$

in te voeren de bekende betrekking

$$I_0(rk_1) + 2 I_2(rk_1) \cos 2\omega + \dots = \cos(rk_1 \sin \omega).$$

¹⁾ Zie Jahnke & Emde l.c. p. 168.

²⁾ Zie o.a. Nielsen l.c. p. 280, formule (4).

³⁾ " " " " 63, " (2).

Na een eenvoudige herleiding op dezelfde wijze als op blz. 364 v.v. is gebezigd komt er dan

$$\begin{aligned}
 & -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\pi H_0^{(1)}(x\sqrt{z^2 + r^2 \cos^2 \omega}) \cos(r k_1 \sin \omega) d\omega = \\
 & = \frac{i x^2 z}{2} \int_0^\pi H_1^{(1)}(x\sqrt{z^2 + r^2 \cos^2 \omega}) \frac{\cos(r k_1 \sin \omega)}{x\sqrt{z^2 + r^2 \cos^2 \omega}} d\omega
 \end{aligned}$$

We stellen nu $z^2 + r^2 \cos^2 \omega = R^2 - r^2 \sin^2 \omega$ en bezigen de ontwikkeling voor

$$\frac{H_1^{(1)}(x\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 \omega})}{x\sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 \omega}} \quad 1).$$

Zoodoende wordt verkregen

$$\begin{aligned}
 & \frac{i x^2 z}{2} \int_0^\pi \left[\frac{H_1^{(1)}(xR)}{xR} + \frac{x^2 r^2 \sin^2 \omega}{2 \cdot 1!} \frac{H_2^{(1)}(xR)}{x^2 R^2} + \right. \\
 & \left. + \frac{x^4 r^4 \sin^4 \omega}{2^2 \cdot 2!} \frac{H_3^{(1)}(xR)}{x^3 R^3} + \dots \right] \cos(r k_1 \sin \omega) d\omega = \\
 & = \frac{\pi i x^2 z}{2} \left[\frac{H_1^{(1)}(xR)}{xR} I_0(r k_1) - \frac{x^2 r^2}{2 \cdot 1!} \frac{H_2^{(1)}(xR)}{x^2 R^2} I_0''(r k_1) \right. \\
 & \left. + \dots \right]. \quad (38)
 \end{aligned}$$

Deze ontwikkeling zal vooral bruikbaar zijn voor $|xr| \ll 1$, terwijl $|z| \gg r$, zoodat $|xR|$ niet bepaald klein is.

Voor $r=0$ wordt verkregen $\frac{\pi i x}{2} H_1^{(1)}(xz)$. Is $|xR|$ zeer klein, dan wordt de integraal, aangezien dan ook $r k_1$ zeer klein is, wanneer we de benadering van $H_1^{(1)}$ voor zeer klein argument bezigen, gelijk aan

$$-\frac{z}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\omega}{z^2 + r^2 \cos^2 \omega} = \frac{1}{R}.$$

1) Zie Nielsen l.c. p. 28, formule (8).

Voor $r > |z|$ kunnen we ontwikkelen¹⁾

$$\frac{H_n(xR)}{x^n R^n} = \frac{H_n(xr)}{x^n r^n} - \frac{z^2 x^2}{2 \cdot 1!} \frac{H_{n+1}(xr)}{x^{n+1} r^{n+1}} + \frac{z^4 x^4}{2^2 \cdot 2!} \frac{H_{n+2}(xr)}{x^{n+2} r^{n+2}} + \dots$$

Wanneer nu $|z|$ zoo klein is, dat $|xz| \ll 1$, wat we bij aardstroomen kunnen aannemen in de nabijheid van het oppervlak der aarde, dan verkrijgen we voor (38)

$$\begin{aligned} & \frac{\pi i x^2 z}{2} \left[\frac{H_1(xr)}{xr} I_0(rk_1) - \frac{H_2(rk_1)}{2 \cdot 1!} I_0''(rk_1) + \right. \\ & + \frac{xr H_3(xr)}{2^2 \cdot 2!} I_0^{IV}(rk_1) \dots - \frac{x^2 z^2}{2 \cdot 1!} \left\{ \frac{H_2(xr)}{x^2 r^2} I_0(rk_1) - \right. \\ & \left. \left. - \frac{H_3(xr)}{2 \cdot 1! xr} I_0''(rk_1) + \frac{H_4(xr)}{2^2 \cdot 2!} I_0^{IV}(rk_1) - \dots \right\} \right] \quad (39) \end{aligned}$$

Is ook $|xr|$ klein, dan kan de ontwikkeling (38) worden gebruikt, zoolang $r > |z|$.

Is echter $r < |z|$, terwijl ook weer $|xz| \ll 1$, dan zijn de reeksen (36) en (37) bruikbaar.

Ten slotte blijft van de integraal (34) nog over het stuk tusschen de grenzen ik_1 en 0. Hierin bezigen we voor $e^{z\sqrt{t^2-x^2}}$ de ontwikkeling naar Taylor

$$e^{z\sqrt{t^2-x^2}} = e + izx + \frac{t^2}{2!} \frac{z}{ix} e + izx + \dots$$

zoolang $|zk_1| \ll |x/k_1|$ zijn van deze reeks maar weinig termen noodig. Stellen we verder $t = ik_1 \cos \varphi$, dan wordt verkregen

$$\begin{aligned} & + \frac{2}{k_1^2 - k_2^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I_0(rk_1 \sin \varphi) e^{+izx} \left[1 - \frac{zk_1 \cos^2 \varphi}{2! ix} + \dots \right] \cdot \\ & \quad ik_1^3 \cos^2 \varphi \cdot \sin \varphi d\varphi = \\ & = \frac{\sqrt{2\pi} ik_1^3 e^{izx}}{k_1^2 - k_2^2} \left[\frac{1 \cdot 3 I_{3/2}(rk_1)}{r^{3/2} k_1^{3/2}} - \frac{zk_1^2}{2! ix} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 I_{5/2}(rk_1)}{r^{5/2} k_1^{5/2}} + \dots \right]^2 \quad (40) \end{aligned}$$

1) Zie Nielsen l.c. p. 28 formule (8).

2) Zie Nielsen l.c. p. 222 formule (3).

Voor zeer kleine waarden van rk_1 kan $I_0(rk_1) = 1$ worden gesteld en wordt de integratie zeer eenvoudig.

C 2. Horizontale dipool.

Het veld in den geleider is bepaald door de volgende uitdrukkingen:

$$P_{x2} = 2k_1^2 \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{\frac{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{k_1^2\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + k_2^2\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}} \lambda d\lambda \quad (41)$$

$$P_{z2} = 2(k_1^2 - k_2^2) \cos \varphi \int_0^\infty I_1(\lambda r) e^{\frac{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{\lambda^2 d\lambda}} \times \\ \times \frac{\lambda^2 d\lambda}{(\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + \sqrt{\lambda^2 - k_2^2})(k_1^2\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + k_2^2\sqrt{\lambda^2 - k_1^2})}$$

wanneer $\mu_1 = \mu_2$ gesteld wordt

De eerste integraal geeft bij vermenigvuldiging van teller en noemer met $k_1^2\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} - k_2^2\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}$

$$P_{x2} = \frac{2k_1^2}{k_2^4} \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{\frac{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{s^2 - \lambda^2}} \left[\frac{k_1^2\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{s^2 - \lambda^2} + \frac{k_2^2}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \right] \lambda d\lambda,$$

waarin
$$s^2 = \frac{k_1^2 k_2^2}{k_1^2 + k_2^2}.$$

Voor den eersten term kunnen we schrijven

$$\frac{2k_1^4}{k_2^4} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{\frac{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{(s^2 - \lambda^2)\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}} \lambda d\lambda \quad (42)$$

op welke integraal we in het tweebledige Riemann'sche λ -vlak de stelling van Cauchy toepassen. Daartoe voeren we eerst in

$$I_0(\lambda r) = \frac{1}{2} H_{0+}^{(1)}(\lambda r) + \frac{1}{2} H_{0-}^{(2)}(\lambda r).$$

terwijl we de vertakkingssneden leggen vanaf de punten $\pm k_2$ naar

't oneindige, zoodanig, dat langs deze vertakkingssneden $\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$ zuiver imaginair is. Zoodoende verkrijgen we

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{(s^2 - \lambda^2) \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} = \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{i\infty} H_0^{(1)}(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{(s^2 - \lambda^2) \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} + \\
 &+ \frac{1}{2} \int_0^{-i\infty} H_0^{(2)}(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{(s^2 - \lambda^2) \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} + \\
 &+ \frac{1}{2} \int_{-s}^{\cdot} H_0^{(2)}(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{(s^2 - \lambda^2) \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} - \\
 &- \int_{-k_2}^{-i\infty} H_0^{(2)}(\lambda r) \frac{\cos h z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{s^2 - \lambda^2},
 \end{aligned} \tag{43}$$

waarbij de laatste integraal moet worden genomen langs de vertakkingssnede, terwijl de integraal met den index $-s$ moet worden genomen rondom den pool $-s$ in negatieven zin.

Door in de tweede integraal in het rechterlid te stellen $\lambda' = -\lambda$ blijken wegens de betrekking

$$H_0^{(2)}(x) = e^{\pi i} H_0^{(1)}(x e^{\pi i})$$

de eerste twee integralen in dat lid tegen elkaar weg te vallen.

Voor de integraal rondom den pool $-s$ wordt verkregen

$$-\frac{\pi k_1}{2 k_2 s} H_0^{(1)}(s r), e^{\frac{i k_2}{k_1} s z}, \tag{44}$$

aangezien $\sqrt{s^2 - k_2^2} = \frac{i k_2}{k_1} s$.

In de laatste integraal van (43) kunnen we ten slotte substitueeren $\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} = -i t$, waarbij t van 0 tot ∞ varieert, waardoor verkregen wordt

$$-i \int_0^{\infty} H_0^{(1)}(r \sqrt{k_2^2 - t^2}) \frac{\cos z t \, dt}{t^2 + q^2} \quad (45)$$

wanneer we $s^2 - k_2^2 = q^2$ stellen.

In de onderstelling $|z| > r$ kunnen we aan de integraal (45) eene andere gedaante geven. Daartoe stellen we

$$H_0^{(1)}(r \sqrt{k_2^2 - t^2}) = H_0^{(1)}(r \sqrt{s^2 - q^2 - t^2})$$

Aangezien $|\sqrt{q^2 + t^2}| > |s|$, kunnen we als volgt ontwikkelen ¹⁾

$$H_0^{(1)}(r \sqrt{s^2 - q^2 - t^2}) = H_0^{(1)}(ir \sqrt{q^2 + t^2}) - \frac{r^2 s^2}{2 \cdot 1!} \frac{H_1^{(1)}(ir \sqrt{q^2 + t^2})}{i^2 r^2 \sqrt{q^2 + t^2}} + \frac{r^4 s^4}{2^2 \cdot 2!} \frac{H_2^{(1)}(ir \sqrt{q^2 + t^2})}{i^2 r^2 (q^2 + t^2)} - \dots$$

Voeren we dan nog in

$$\cos z t = \sqrt{\frac{\pi}{2}} z t \cdot I_{-1/2}(z t)$$

dan wordt (45)

$$-i \int_0^{\infty} \left[H_0^{(1)}(ir \sqrt{q^2 + t^2}) - \frac{r^2 s^2}{2 \cdot 1!} \frac{H_1^{(1)}(ir \sqrt{q^2 + t^2})}{ir \sqrt{q^2 + t^2}} + \dots \right] \times \\ \times \frac{I_{-1/2}(z t) \sqrt{\frac{\pi}{2}} z t \, dt}{q^2 + t^2}.$$

Onder gebruikmaking van eene integraalformule ²⁾ wordt hier-voor verkregen

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot r^2 \left(\frac{q i}{R} \right)^{1/2} \left[H_{-1/2}^{(1)}(i q R) + \frac{s^2}{2 \cdot 1!} \frac{i R}{q} H_{1/2}^{(1)}(i q R) + \right. \\ \left. + \frac{s^4}{2^2 \cdot 2!} \left(\frac{i R}{q} \right)^2 H_{3/2}^{(1)}(i q R) + \dots \right]$$

Gebruikmakende van eene reeds vaker gebezigde ontwikkeling ¹⁾ verkrijgen we hieruit

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot r^2 \cdot \left(\frac{i q}{R} \right)^{1/2} (k_2 R)^{1/2} \cdot H_{-1/2}^{(1)}(k_2 R) = r^2 \left(\frac{i q}{R} \right)^{1/2} \cdot e^{i k_2 R}. \quad (46)$$

Daar de gebezigde integraalformule volgens Nielsen alleen geldt voor $|z| > r$, kan (46) ook alleen onder deze voorwaarde worden gebruikt.

¹⁾ Zie Nielsen l. c. p. 28 formule (8).

²⁾ Zie Nielsen l. c. p. 258 formule (6).

De uitkomst van (43) wordt verkregen door (44) en (46) bij elkaar op te tellen. Voor $r=0$ geldt intusschen de gebezigde methode niet.

We kunnen nu voor $r < |z|$ ook nog anders te werk gaan. Daartoe ontwikkelen we in het linkerlid van (43) $I_0(\lambda r)$ in de bekende reeks. We verkrijgen dan termen van het type

$$\int_0^\infty e^{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda^{2n+1} d\lambda}{(s^2 - \lambda^2)\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}$$

die door differentiatie zijn af te leiden, wanneer bekend is de integraal

$$\int_0^\infty e^{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{(s^2 - \lambda^2)\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}$$

Door te stellen $\lambda^2 - k_2^2 = -t^2$ verkrijgen we

$$i \int_{-k_2}^{-i\infty} \frac{e^{izt} dt}{q^2 + t^2}$$

welke integraal terug te brengen is tot den integraallogarithmus.

Voor het geval $r > |z|$ kunnen we bij de toepassing van het theorema van Cauchy in het Riemann'sche vlak de vertakkings-snede van $-k_2$ naar $+k_2$ in het eindige leggen. We verkrijgen dan op dezelfde wijze

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{(s^2 - \lambda^2)\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-s}^\infty H_0^{(2)}(\lambda r) e^{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{(s^2 - \lambda^2)\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} + \\ &+ \int_0^{-k_2} H_0^{(2)}(\lambda r) \frac{\cosh z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \cdot \frac{\lambda d\lambda}{s^2 - \lambda^2}, \end{aligned}$$

daar twee integralen weer tegen elkaar wegvallen. In de tweede integraal in het rechterlid kunnen we stellen $\sqrt{\lambda^2 - k_2^2} = -it$ en vervolgens $H_0^{(2)}(-r\sqrt{k_2^2 - t^2})$ ontwikkelen, zooals op blz. 366, hetgeen voor $|t| < |k_2|$ geoorloofd is. We verkrijgen dan integralen zonder cylinderfuncties, die zich tot den integraalcosinus laten herleiden.

Nog eene andere ontwikkeling verkrijgen we door gebruik te maken van de betrekking

$$\frac{1}{q^2 + t^2} = \frac{1}{q} \int_0^\infty e^{-qx} \cos tx \, dx.$$

Door dit in te voeren in (45) en eerst naar t te integreeren, waartoe we eene integraalformule bezigen ¹⁾, vervolgens naar x , verkrijgen we eene asymptotische ontwikkeling, die voor groote waarden van $|k_2 r|$ en kleine waarden van $|qz|$ wel bruikbaar is.

Vervolgens komt in de uitdrukking voor P_{x2} (op bladz. 368 (41) voor de integraal

$$\frac{2k_1^2}{k_2^2} \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{z\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \cdot \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}$$

Door hierin te stellen $\lambda^2 - k_1^2 = t^2$ komt er

$$\frac{2k_1^2}{k_2^2} \int_{ik_1}^\infty I_0(r\sqrt{t^2 - k_1^2}) e^{z\sqrt{t^2 - x^2}} \cdot dt,$$

de bepaling waarvan reeds boven besproken is voor het geval, dat rk_1 eene kleine grootheid is.

Ten slotte moet de integraal in de uitdrukking voor P_{x2} in (41) worden berekend. Eerst kunnen we schrijven

$$I_1(\lambda r) = -\frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial r} I_0(\lambda r)$$

Verder wordt na eene eenvoudige bewerking verkregen

¹⁾ Zie Nielsen l.c. p. 253, formule (7).

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{(\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} + \sqrt{\lambda^2 - k_2^2})(k_1^2 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + k_2^2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2})} = \\
 & = \frac{1}{(k_2^2 - k_1^2)} \frac{\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}}{s^2 - \lambda^2} + \frac{1}{(k_2^2 - k_1^2)} + \\
 & + \frac{k_1^2 k_2^2}{(k_1^2 + k_2^2)(k_2^4 - k_1^4)(s^2 - \lambda^2)}.
 \end{aligned}$$

Voor P_{z2} verkrijgen we diensgevolge de som van drie integralen waarvan de eerste wordt

$$\frac{2 \cos \varphi}{k_2^2 - k_1^2} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \cdot \frac{\lambda d\lambda \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}{s^2 - \lambda^2} \quad (47)$$

Door invoering van $\lambda^2 - k_1^2 = t^2$ wordt hiervoor verkregen

$$- \frac{2 \cos \varphi}{k_2^2 - k_1^2} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \int_{ik_1}^\infty I_0(r \sqrt{t^2 + k_1^2}) e^{z \sqrt{t^2 - x^2}} \cdot \frac{t^2 dt}{t^2 - s^2 + k_1^2} \quad (48)$$

De integratieweg kan in tweeën worden gesplitst. één stuk van ik_1 tot 0 en één stuk van 0 tot ∞ . In de integraal tusschen de grenzen 0 en ∞ kunnen we ontwikkelen

$$I_0(r \sqrt{t^2 + k_1^2}) = I_0(rt) I_0(rk_1) - 2 I_2(rt) I_2(rk_1) + \dots$$

We verkrijgen dan integralen van het type

$$\int_0^\infty I_{2n}(rt) e^{z \sqrt{t^2 - x^2}} \cdot \frac{t^2 dt}{t^2 - s^2 + k_1^2} \quad (49)$$

De integralen van dit type kunnen teruggebracht worden tot het op blz. 364 behandelde type. Aangezien n.l. $s^2 - k_1^2$ eene in vergelijking met k_1 en k_2 zeer kleine grootheid is, wanneer $k_2 \gg k_1$ is, kan bij eerste benadering de breuk $t^2/t^2 - s^2 + k^2$ gelijk aan de eenheid worden gesteld. Om de benadering verder voort te zetten kan de integratieweg zoodanig in het complexe vlak worden gelegd, dat langs dien weg overal $|t| > |\sqrt{s^2 - k_1^2}|$ is, waarna de breuk in (49) kan worden ontwikkeld en de verschillende verkregen termen afzonderlijk geïntegreerd.

Het andere stuk van de integraal (48) kan eveneens, wanneer de breuk, die er in voorkomt, gelijk aan de eenheid wordt gesteld, worden teruggebracht tot het overeenkomstige stuk van (34). Eene verdere benadering kan worden verkregen door ontwikkeling, zoowel van de Bessel'sche als van de exponentiële functie naar machten van t^2 , waardoor zeer eenvoudige integralen worden verkregen.

De tweede integraal, die in P_{z2} voorkomt, is

$$\frac{2 \cos \varphi}{k_2^2 - k_1^2} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \cdot \lambda d\lambda = \frac{2 \cos \varphi}{k_2^2 - k_1^2} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \frac{e^{i k_2 R}}{R}, \quad (50)$$

onder gebruikmaking van (23).

De derde integraal, die P_{z2} bevat, wordt ten slotte

$$2 \frac{k_1^2 k_2^2 \cos \varphi}{(k_2^4 - k_1^4)(k_2^2 + k_1^2)} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty I_0(\lambda r) e^{z \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}} \frac{\lambda d\lambda}{s^2 - \lambda^2}, \quad (51)$$

welke integraal van het type (42) is.

Met behulp van de gegeven uitdrukkingen zal het mogelijk zijn de stroomverdeling in den geleider, die het gevolg is van de aanwezigheid van den magnetischen dipool, na te gaan, in hoofdzaak in de nabijheid ervan. De behandeling door Sommerfeld en v. Hoerschelmann van het veld van een electrischen dipool richt zich op de beschouwing van het veld op groter afstand in het diëlectricum met het oog op de voortplanting van electromagnetische golven. Bij de boven gegeven behandeling worden de veldcomponenten in de onmiddellijke nabijheid van den dipool oneindig groot, wanneer het moment eindig is, de magnetische kracht van de orde $1/R^3$. Dit vindt zijne oorzaak daarin, dat de dipool puntvormig is aangenomen en aan het oppervlak van den geleider gelegen. Wordt het moment over een eindig oppervlak verdeeld, dan zou deze oneindigheid vermeden worden. Eveneens blijven de veldcomponenten binnen den geleider eindig, wanneer de dipool zich op een eindigen afstand ervan bevindt. Ten slotte moet nog worden opgemerkt, dat een magnetische dipool steeds kan worden verkregen door een aantal electrische dipolen met gelijke ladingen tot een gesloten keten te vereenigen. Deze wijze van behandeling is echter minder eenvoudig dan de hier gegevene.

DE SCHIJNBARE AANTREKKING VAN TWEE GEDEELTELIJK IN VLOEISTOF GEDOMPSELDE VOORWERPEN

door A. MICHELS.

Een reden om bovenstaand verschijnsel nog eens nauwkeuriger te bekijken, leverde een onderzoek over de oorzaken, welke de gevoeligheid van een absolute drukbalans kunnen beïnvloeden. ¹⁾ Hierbij stuitte we n.m. op de volgende vraag: wanneer een as excentrisch in een lager ligt, zonder dat er tusschen as en lager een metaal contact aanwezig is, en de tusschenruimte tusschen beiden is geheel met vloeistof gevuld, hoe groot is dan wel de resultante van de capillaire krachten op de as uitgeoefend?

In ons geval was de stand van de as verticaal (volgens fig. 1).

Vaak echter ligt een as horizontaal. Het was daarom, dat we wilden trachten het algemeene vraagstuk op te lossen, waarbij we aan kunnen nemen, dat de as een hoek ϑ met de verticaal maakt.

De schijnbare attractie werd het eerst uitvoerig behandeld door Laplace ²⁾, en wel voor het geval de beide voorwerpen 2 evenwijdige platen waren, waartusschen de

vloeistof zich had omhoog geheven.

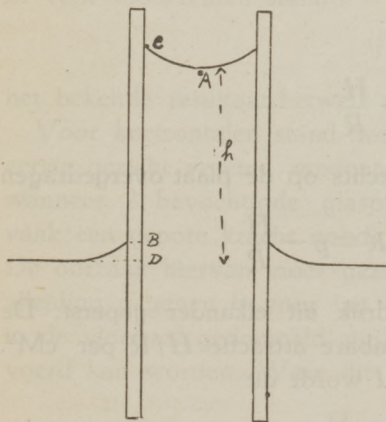


Fig. 2.

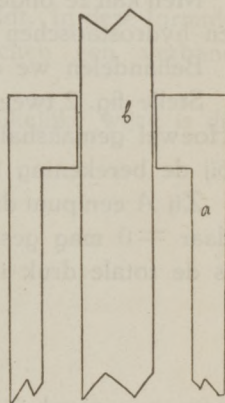


Fig. 1.

Figuur 2 geeft een schematische voorstelling. Laplace bewees nu, dat de schijnbare attractie gelijk is aan het gewicht van een vloeistofkolom met hoogte $\frac{1}{2} (CD + BD)$ en basis $l \times BC$. Hierin stelt l de breedte der platen voor.

Wordt in de meer uitgebreide leerboeken het vraagstuk behandeld, dan vindt men steeds

¹⁾ De resultaten van dit onderzoek zelf wachten nog slechts op publicatie.

²⁾ *Traité de Mécanique céleste*, Suppl. au Xe Livre § 11.

een vereenvoudigde methode van Laplace terug ¹⁾). Met geringe verwaarloozing wordt dan het resultaat:

$$\frac{1}{2} l \delta h^2$$

waarin δ het soortelijk gewicht van de vloeistof is.

Zoowel afleiding als resultaat zouden den indruk vestigen, dat de kracht direct evenredig moet zijn met het quadraat van de bereikte hoogte h , zoodat b.v. twee horizontale platen waartusschen een vloeistoflaagje aanwezig is, elkander niet zouden aantrekken. Tevens blijft de vraag onbeantwoord: wat moet men voor h nemen, wanneer de hoogte der platen geringer is dan de hoogte, die de vloeistof zou kunnen bereiken? Moet men de werkelijke plaathoogte nemen of de hoogte, waartoe de vloeistof zou kunnen stijgen? Beide moeilijkheden lieten zich in ons geval gelden.

Men kan ze ondervangen, door bij de afleiding capillaire werking en hydrostatischen druk gescheiden te houden.

Behandelen we eerst de capillaire kracht.

Stelle fig. 2 twee platen voor, gedeeltelijk in vloeistof gedompeld. Hoewel gemakshalve de stand verticaal is geteekend, wordt deze bij de berekening niet verondersteld.

Zij A een punt direct onder de grenslaag, zoodat de vloeistofdruk daar $= 0$ mag gesteld worden. De atmosferische druk zij p , dan is de totale druk in A

$$p + K - H \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

voor ons geval is $R_1 = \infty$

$$p + K - \frac{H}{R}$$

hierin wordt (zie Laplace l.c.) slechts op de plaat overgedragen

$$p + K - \frac{H}{R} - K = p - \frac{H}{R}$$

de platen worden dus met dezen druk uit elkander geperst. De uitwendige druk is p , dus de schijnbare attractie H/R per cm^2 . Over een hoogte h en een lengte l wordt dit

$$\frac{H}{R} h l.$$

¹⁾ B.v. O. Chwolson, Lehrbuch der Physik I pag. 594.

Hiertegenover staat eventueel de hydrostatische druk. Maken de platen een hoek ϑ met de verticaal dan is deze druk

$$\int_0^h \delta h l \cos \vartheta dh \\ = \frac{1}{2} \delta h^2 l \cos \vartheta$$

waarin δ het soortelijk gewicht der vloeistof voorstelt.

De totale schijnbare attractie wordt dus

$$P = \frac{H}{R} h l - \frac{1}{2} \delta h^2 l \cos \vartheta \\ = h l \left(\frac{H}{R} - \frac{1}{2} \delta h \cos \vartheta \right)$$

welke formule voor iederen stand der platen geldt. In deze formule staan echter nog twee grootheden waartusschen een verband bestaat, n.l. R en h .

Op de gewone, voor verticalen stand gebruikelijke wijze is dit verband te berekenen. Men verkrijgt dan

$$\frac{H}{R} = h \delta \cos \vartheta$$

waaruit

$$P = \frac{1}{2} h^2 l \delta \cos \vartheta$$

of voor loodrechten stand

$$\frac{1}{2} h^2 l \delta$$

het bekende resultaat hetwelk dus hier als bijzonder geval optreedt.

Voor horizontalen stand wordt ook hier $P=0$, wat op het eerste gezicht vreemd aandoet, daar toch genoeg bekend is, dat, wanneer 2 bevochtigde glasplaten op elkander gelegd worden, vaak een groote kracht noodig is om ze van elkander te lichten. De oorzaak hiervan moet gezocht worden in het feit dat onze afleiding gegeven is voor het geval de platen aan de eene zijde in de vloeistof gedompeld zijn, zoodat voldoende vloeistof aangevoerd kan worden. Ware dit het geval dan zou volgens

$$\frac{H}{R} = h \delta \cos \vartheta$$

zich een $R = \infty$ instellen aan het andere einde der platen. Aan

deze voorwaarde is in het bovengenoemde geval niet voldaan. Hier is te weinig vloeistof, zoodra de platen even uit elkander worden getrokken. Dan stelt zich wel degelijk een kromtestraal in gelijk aan den halven afstand. De formule

$$\frac{H}{R} = h \delta \cos \vartheta \quad \text{gaat niet door}$$

zoodat we moeten houden

$$P = h l \left(\frac{H}{R} - \frac{1}{2} \delta h \cos \vartheta \right) \quad \vartheta = 90$$

$$P = h l \frac{H}{R}$$

waarbij R zeer klein is.

Keeren we thans tot ons algemeen geval terug. Vragen we ons af, wat het gevolg zal zijn, wanneer de hoogte der spleet geringer is, dan de hoogte waartoe de vloeistof zou kunnen stijgen.

De formule

$$P = h l \left(\frac{H}{R} - \frac{1}{2} \delta h \cos \vartheta \right)$$

blijft geldig.

De vloeistof zal tot boven in de spleet stijgen en het bovenvlak zal zulk een gedaante aannemen dat de capillaire krachten in staat zijn het vloeistofgewicht te dragen (fig. 3).

Ook nu geldt dus

$$h = \frac{H}{R} \cos \vartheta.$$

Bij verandering van den afstand der platen wijzigt zich nu echter niet de h , doch de R .

De formule voor P blijft dus:

$$P = \frac{1}{2} h^2 l \delta \cos \vartheta.$$

Thans zijn we in staat de vraag op te lossen welke we in den aanvang gesteld hadden. Is werkelijk de tusschenruimte tusschen lager en as geheel gevuld, dan is de resultante der **capillaire krachten** = 0 daar overal

$$P = \frac{1}{2} h^2 \delta \cos \vartheta dl.$$

(dl gemeten langs den omtrek) in ieder punt even groot is.

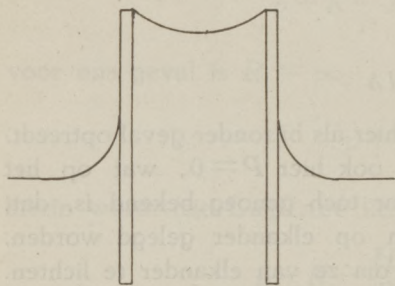


Fig. 3

Zoodra echter de vloeistof de ruimte niet geheel vult zal aan de zijde van grootste toenadering de h het grootst worden. Ook P bereikt daar een grootste waarde en de as ondervindt een met de excentriciteit toenemende kracht naar dit punt.

EEN NIEUWE SPOELGALVANOMETER MET SNELLE AANWIJZING

door I. MANN

Voor bijkans alle onderzoeken, waarbij een galvanometer te pas komt, levert een snelle aanwijzing van dit instrument onmiskenbare voordeelen op. Dat men zoo lange jaren met de gebruikelijke zeer langzame apparaten tevreden geweest is, zal wel hieruit te verklaren zijn, dat de gevoeligheid als hoofdzaak werd beschouwd, en algemeen de meening gold, dat groote gevoeligheid slechts bij langzaam aanwijzende apparaten te verwachten was.

Groote gevoeligheid zocht de constructeur te bereiken door een spoel van groot windingsoppervlak en door deze op te hangen aan een lange band van kleine richtkracht. Het voordeel van beide maatregelen is gewoonlijk echter slechts schijnbaar, het wordt grootendeels weer te niet gedaan door de electromagnetische demping, die bij de meeste galvanometer-constructies als spelbreker optreedt. Als men de spoel niet wil laten „kruipen”, moet men de overmatige demping opheffen door in de buitenketen ballastweerstand in te schakelen, tengevolge waarvan de (volt-)gevoeligheid naar evenredigheid weer kleiner wordt.

Zooals door Moll is opgemerkt zijn echter snelheid van aanwijzing en gevoeligheid geen uiteraard tegenstrijdige factoren. Wanneer men — het geval van aperiodiciteit voorop stellende — het probleem stelt: hoe moeten richtkracht en traagheidsmoment der spoel gevarieerd worden, opdat zoowel de snelheid van aanwijzing als de gevoeligheid groot uitvallen, komt men tot de conclusie, dat verkleining van traagheidsmoment gepaard met een geringere verkleining der richtkracht *beiden* factoren ten goede komt.

Naast de snelheid van aanwijzing en de gevoeligheid moet een derde kenmerk genoemd worden, dat de bruikbaarheid van een galvanometer bepaalt, n.l. zijn dreunvrijheid. Dreuningen zijn nooit

te vermijden, en bij een galvanometer van geringe dreunvrijheid is het voordeel van een groote gevoeligheid voor een goed deel illusoir. Moll heeft het middel aan de hand gedaan om een hoogen graad van dreunvrijheid te bereiken, door n.l. de spoel niet, zooals gebruikelijk was, op te hangen, maar ze tusschen twee draden uit te spannen.

Zooals bekend is, wordt in onze fabriek sinds eenige jaren een galvanometer volgens Moll geconstrueerd, waarin een spoel van zeer klein traagheidsmoment tusschen dunne metaaldraden uitgespannen is.

Naast dezen galvanometer bestond echter, naar onze meening, behoefte aan een eenvoudig en minder kostbaar apparaat. We ontwierpen daarom een eenvoudigen spiegelgalvanometer, waarvan we in het volgende een korte beschrijving willen geven. We hebben ons daarbij laten leiden door hetzelfde principe, als aan onzen oorspronkelijken galvanometer volgens Moll ten grondslag ligt. Het nieuwe instrument bezit een even groote dreunvrijheid en eenzelfde snelle aanwijzing, maar we meenden gevoegelijk wat van de gevoeligheid te mogen opofferen. Dientengevolge kon het bewegend systeem veel sterker worden gebouwd, een grootere spiegel worden gekozen, een inwendige demping worden toegepast, en de zeer subtiële arrêteering van het oorspronkelijke apparaat door een eenvoudige constructie worden vervangen. De niettemin bereikte gevoeligheid is voor de meeste doeleinden ruim voldoende.

De spoel van den nieuwen galvanometer is vrij fors van bouw. De (honderd) windingen van dunnen draad liggen vastgekit rondom een roodkoperen raampje, inwendig 12 mm. breed en 20 mm. hoog. Dit in zichzelf gesloten raampje levert een voldoende demping, om ook bij open galvanometerketen een vrijwel aperiodysche aanwijzing te krijgen, wat bij allerlei toepassingen een groot gemak beteekent. Bij een zooveel wijdere spoel was het mogelijk het magnetische veld van een ijzeren kern te voorzien, welke kern tevens een eenvoudige arreteering mogelijk maakte. De spoel is uitgespannen tusschen betrekkelijk zeer sterke metaalbandjes.

De weerstand van dezen nieuwen galvanometer bedraagt circa 20 ohm, de aanwijstijd 2 seconden, de dreunvrijheid is zeer hoog. En wat de gevoeligheid betreft, een microvolt geeft bij een meter schaalafstand (voor het geval, dat de uitwendige keten ook 20 ohm bevat) een uitslag van 0,2 mm, of anders uitgedrukt, 1 mm uitslag op de schaal op 1 meter afstand beteekent $1,25 \times 10^{-7}$ amp.

WERKPLAATSEN DER N.V. v/h P. J. KIPP & ZONEN.

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

DE BOUW DER ATOMEN EN DE PHYSISCHE EN CHEMISCHE EIGENSCHAPPEN DER ELEMENTEN ¹⁾

door H. A. KRAMERS,

II. DE SUCCESSIEVE OPBOUW DER ATOMEN EN HET CORRESPONDENTIE-PRINCIPE.

Bohr's grondgedachte is deze, dat hij onderzoekt tot welk resultaat men komt wanneer men zich de atomen gevormd denkt door *successieve binding der electronen aan de kern*, dat wil zeggen, hij denkt zich een proces waarbij een aanvankelijk vrije atoomkern onder 't verloop van onderling onafhankelijke processen één voor één electronen vangt en aan zich bindt. Bij ieder bindingsproces zal het nieuw aankomende electron telkens de keus hebben tusschen een groot aantal stationnaire toestanden waarin het om de kern heenloopt, maar na een of meerdere overgangen tusschen zulke banen, — welke overgangen onder uitzending van electromagnetische straling plaats vinden, — zal het ten slotte in een baan blijven rondloopen van waaruit geen verdere uitstraling meer mogelijk is. De normale toestand van het atoomion is daarmede bereikt, en men kan overgaan tot de beschouwing van de binding van het volgend electron, waarvan het eindresultaat in hooge mate zal afhangen van de configuratie der reeds gebonden electronen. Zoo gaat het voort totdat het atoom neutraal geworden is.

Het springt dadelijk in 't oog, dat het een buitengewoon moeilijke taak zal wezen bovenstaand program nauwkeurig uit te voeren. Een der grootste moeilijkheden bestaat al dadelijk hierin dat bij ieder bindingsproces een nauwkeurige kennis van de stationnaire toestanden van het te binden electron verlangd wordt. Maar dat brengt ons weer terug tot het probleem van stationnaire toestanden in het atoom met twee of meer electronen en schijnbaar zijn we dus niet veel verder gekomen.

Diezelfde gedachte om door successieven opbouw de structuur van het atoom ondubbelzinnig te bepalen had Bohr reeds in 1913 nader trachten uit te voeren, toenmaals met de beperkende onderstelling dat de electronen zich steeds in kringen in één-quants-cirkelbanen bewegen. De verkregen resultaten waren

¹⁾ Vervolg van blz. 276.

echter, gelijk reeds vermeld, onbevredigend. De reden, waarom Bohr nu met meer succes het vraagstuk van den atoombouw kon aangrijpen is in hoofdzaak te zoeken in het diepere inzicht, dat men sindsdien in den bouw der *reeksenspectra der elementen* verkregen heeft tengevolge van de ontwikkeling van de quantumtheorie der meervoudig periodieke systemen, benevens in de nieuwe *algemeene gezichtspunten* waartoe die theorie Bohr geleid heeft.

De lijnen van het reeksenspectrum van een element met atoomnummer N worden, gelijk men weet, uitgezonden, wanneer een neutraal atoom overspringt tusschen verschillende stationnaire toestanden waarbij één electron zich in verschillende banen beweegt, welker afmetingen groot zijn vergeleken met de afmetingen der banen waarin de $N-1$ overige electronen zich rondom de kern bewegen. De vertolking van de door Rydberg voor de reeksenspectra gevonden wetten maakt de onderstelling noodzakelijk dat het uitsluitend veranderingen in de beweging van het buitenste electron zijn, die tot het uitzenden der waargenomen spectraallijnen leiden en tot gevolg hebben dat het electron vaster aan de kern gebonden wordt; men moet aannemen dat in het systeem, bestaande uit kern en $N-1$ binnenste electronen, geen ingrijpende veranderingen meer kunnen plaats vinden. Men kan dit als volgt uitdrukken: het uitzenden van een reeksenspectrum getuigt van het N^{de} en laatste stadium van het opbouwproces van het normale neutrale atoom dat in het achtereenvolgende vangen en binden der electronen bestaat.

In één lijn hiermede ligt de opvatting dat we bij het uitzenden van de zoogenaamde „vonken-spectra” getuigen zijn van het $(N-1)^{\text{ste}}$ ofwel op een na laatste stadium van het proces, waarbij reeds van te voren $N-2$ electronen zoo vast als mogelijk aan de kern gebonden waren, terwijl een $(N-1)^{\text{de}}$ electron ingepalmd wordt en van grootere op kleinere stationnaire banen overspringt. Tot deze opvatting leiden de welbekende wetten voor deze spectra die door Fowler gevonden zijn, en die zich tot de wetten voor de gewone reeksenspectra verhouden zooals het spectrum van het positief geladen heliumatoom zich tot het waterstofspectrum verhoudt.

Een nader theoretisch inzicht in de details van den bouw der reeksenspectra heeft men verkregen door Sommerfeld's theorie

der stationnaire toestanden van een partikel dat zich onder den invloed van een centraal krachtveld beweegt. De beweging nl. die het buitenste electron beschrijft in de stationnaire toestanden, welke in het reeksenspectrum voor den dag komen, zal zeer groote analogie vertoonen met een centrale beweging (periodiek in vlakke baan die in haar vlak roteert), en het is inderdaad gelukt om aan elk der empirische spectraaltermen van een element twee quantumgetallen toe te kennen, die bij het reeksenspectrum precies dezelfde rol spelen als de quantumgetallen die men in de bovenvermelde theorie van een deeltje in een centraal krachtveld invoert. Die getallen willen we n en k noemen; ze leggen de beweging in de stationnaire toestanden op de volgende wijze vast. Het produkt $k \cdot h/2\pi$ stelt het moment der hoeveelheid van beweging t. o. v. het centrum voor, terwijl de uitdrukking $(n-k)h$ gelijk is aan de zgn. „radiale fasenintegraal”:

$$(n-k)h = \int_0^{\circ} m \frac{dr}{dt} dr, \quad (3)$$

waar m de massa van het deeltje voorstelt, en r zijn afstand van het centrum, en waar de integraal over een volledige periode in de verandering van r uitgestrekt moet worden. Het getal n noemen we het „hoofdquantumgetal”, of kortweg het „hoofdgetal”, omdat het, in de grens waar het centrale krachtveld zeer weinig van een Coulombiaansch veld verschilt, met het quantumgetal identiek is, dat Bohr in zijn theorie voor het waterstofspectrum invoerde. Een baan met het hoofdgetal n zullen we in 't vervolg vaak een „ n -quants-baan” noemen. Het getal k , dat alleen bij cirkelbanen gelijk is aan n , maar overigens altijd kleiner dan n is, kunnen we gevoegelijk „nevenquantumgetal” of „nevengetal” noemen.

Van belang voor het volgende zijn nog de formules die de afmetingen en de energie der beweging in genoemde grens weergeven. De groote as $2a$ der baan en de energie E zijn met groote benadering gelijk aan

$$2a = \frac{n^2 h^2}{2\pi^2 N e^2 m} = \frac{n^2}{N} 2A, \quad E = -\frac{1}{n^2} \frac{2\pi^2 N^2 e^4 m}{h^2}, \quad (4)$$

(Ne = kernlading, $-e$ = electronenlading, m = electronenmassa), waar A de straal van de electronbaan in den normalen toestand van het waterstofatoom beduidt, terwijl de parameter $2p$ der baan, d.w.z. de lengte van de koorde door het brandpunt, die loodrecht op de groote as staat, gelijk is aan

$$2p = \frac{k^2}{N} 2A. \quad (5)$$

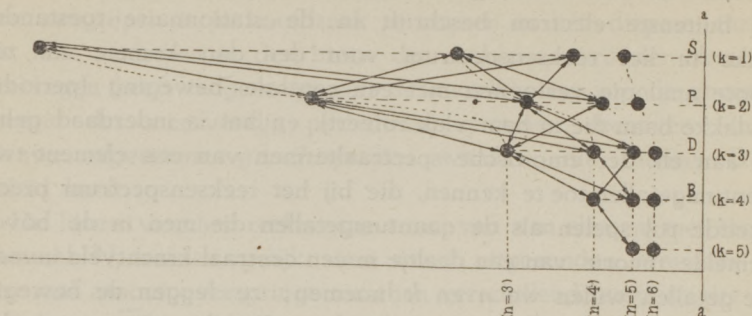


Fig. 1.

Figuur 1 geeft ons een illustratie van het optreden der quantumgetallen n en k in het reeksenspectrum van natrium. De zwarte punten beteekenen de verschillende spectraaltermen (en dus de corresponderende stationnaire toestanden); hun afstand tot de lijn $a-a$ is evenredig met de empirische waarden dezer termen. De pijlen beantwoorden aan waargenomen spectraallijnen. De snijpunten van de stippellijnen $n=3$, $n=4$, enz. met de horizontale getrokken lijn geven de waarden der overeenkomende termen in het waterstofspectrum aan. De empirische reeksen S , P , D , enz. van spectraaltermen beantwoorden aan $k=1$, 2 , 3 enz. terwijl in elk zoo'n reeks het hoofdgetal, van een zeker minimum af, de rij van positieve geheele getallen doorloopt.

De termen in het reeksenspectrum van natrium zijn, met uitzondering van den S -term, eigenlijk dubbel, d.w.z. aan een gegeven stel waarden van n en k beantwoorden telkens twee termen die dicht bij elkaar liggen. Van de „complexe structuur” die dit voor de spectraallijnen tengevolge heeft, heeft men een natuurlijke verklaring kunnen geven door op te merken, dat men verwachten moet dat de invloed, dien het systeem „kern plus $(N-1)$ binnenste electronen” (dat we in het vervolg „atoomromp” zullen noemen) op het buitenste electron uitoefent, in 't algemeen niet zuiver centraal symmetrisch is. Als gevolg daarvan zullen het baanvlak van dat electron en eveneens de atoomromp nog een regelmatige præcessie uitvoeren rondom de zgn. „onveranderlijke as” van het geheele atoom, en we moeten nog een derde quantumgetal invoeren dat de oriëntatie van dat baanvlak ten opzichte van den atoomromp vastlegt. Dit quantumgetal, j , dat we gevoeglijk „koppelingsquantumgetal” kunnen noemen, heeft deze beteekenis, dat het

totale moment der hoeveelheid van beweging van het atoom, — hetwelk gelijk is aan de geometrische som van het moment der hoeveelheid van beweging van den romp alleen en dat van het buitenste electron, — numeriek gelijk is aan $j \cdot h/2\pi$.

Een bespreking van de argumenten welke leiden tot de onduidelijke bepaling van de waarden voor n , k en j die men den gevonden spectraalterm moet toeschrijven, brengt ons nu vanzelf tot de gezichtspunten die in Bohr's beschouwingen over den atoombouw zoo'n groote rol spelen. In de eerste plaats denk ik hier aan het zoogenaamde *correspondentieprincipe* van Bohr, waarover we tot nu toe niet gesproken hebben. Dit principe is een quantumtheoretische wet, die het bestaan van een algemeen verband uitspreekt tusschen de beweging der electronen in een atoom en de stralingsprocessen die in dat atoom kunnen plaatsgrijpen. Een innig verband tusschen de beweging van electriche deeltjes en de straling die van deze uitgaat was één der belangrijkste kenmerken van de klassieke theorie der straling, en heeft den natuurkundigen altijd in hoogen graad een physische noodzakelijkheid toegeschenen. Een der ernstigste bezwaren tegen Bohr's theorie is dan ook steeds de omstandigheid geweest, dat met het tweede postulaat (het „stralingspostulaat”) het bestaan van een dergelijk verband schijnbaar ontkend werd. In zijn beschouwingen over het correspondentieprincipe is Bohr nu echter in staat aan te toonen, dat ook in zijn quantumtheorie zoo'n verband wel degelijk bestaat; hij laat zelfs zien dat dit verband zoo innig is, als maar met de postulaten te vereenigen is. Bohr's streven in deze richting kwam reeds in zijn eerste verhandelingen van 1913 duidelijk voor den dag, maar beschouwingen over meervoudig periodieke systemen brachten hem pas tot een meer algemeene en ook meer quantitatieve formuleering. Voor zulke systemen drukt hij het principe op volgende wijze uit: *het voorkomen van een bepaalden stralingsovergang tusschen twee stationnaire toestanden is het gevolg van de aanwezigheid van een bepaalde, „correspondeerende”, harmonische trillingscomponent in de beweging van het atoom.* Evenzoo als bij de klassieke opvatting van straling het geval zou zijn, is dus het verschijnen van een gegeven spectraallijn het gevolg van de aanwezigheid van een zekere trillingscomponent in de beweging der electriche deeltjes. Maar natuurlijk blijft daarbij het groote verschil tusschen de spronggewijze stralings-

processen in de atomen en de continue straling volgens de oudere opvatting steeds bestaan, een verschil dat klaarblijkelijk direct met de stabiliteit der atomen ten nauwste verband houdt.

Willen we het correspondentieprincipe op de theorie der reeksen-spectra toepassen, dan dienen we dus allereerst de oplossing van de beweging van het electron in elektrische trillingscomponenten te onderzoeken. We zullen de frequentie waarmee het buitenste electron periodiek zijn verste afstand van het centrum bereikt ω_n noemen, de frequentie waarmee de periodieke baan van het electron in het baanvlak rondloopt ω_k , en eindelijk de frequentie waarmee dit vlak om de onveranderlijke as van het atoom roteert ω_j . Dan laat zich eenvoudig aantoonen, dat de *beweging* van het electron *evenwijdig met die as* in harmonische trillingen met de frequenties

$$\tau \omega_n + \omega_k \text{ en } \tau \omega_k - \omega_k$$

ontbonden kan worden, waarbij τ de waarden 0, 1, 2, 3,... aan-nemen kan. De *beweging loodrecht op de as* kan daarentegen in trillingen met de frequenties

$$\tau \omega_k \pm \omega_k + \omega_j \text{ en } \tau \omega_k \pm \omega_k - \omega_j$$

ontbonden worden. Nu leeren de algemeene beschouwingen over het correspondentieprincipe dat een overgang van een station-naire toestand gekenmerkt door de quantumgetallen n', k', j' , naar een anderen toestand, gekenmerkt door de getallen n'', k'', j'' , met de harmonische trillingscomponenten

$$(n' - n'') \omega_n + (k' - k'') \omega_k + (j' - j'') \omega_j$$

correspondeert. In gevallen n.l. waar de breuken $(n' - n'')/n'$, $(k' - k'')/k'$, $(j' - j'')/j'$ kleine waarden hebben valt de frequentie der uitgezonden straling asymptotisch met die der corresponderende component samen. Aangezien nu echter in ons geval de beweging uitsluitend trillingscomponenten van den bovenvermelden aard bevat, kunnen we met Bohr de gevolgtrekking maken dat uitsluitend zulke overgangen tusschen stationnaire toestanden plaats vinden waarbij het nevengetal k één grooter of één kleiner wordt, terwijl het koppelingsgetal j of onveranderd blijven kan of eene eenheid grooter of kleiner worden kan. De verandering van het hoofd-getal n is daarentegen aan geen beperking onderhevig.

Laat ons nu terugkeeren tot het reeksenschema voor het Natriumspectrum in Fig. 1. Hier zien we dadelijk dat de waarden voor k die we den verschillenden termenreeksen toegeschreven

hebben, precies in overeenstemming zijn met den regel dat bij een overgang tusschen twee stationnaire toestanden k altijd één eenheid grooter of kleiner moet worden. Gelijk de pijlen aangeven, zijn in het spectrum (onder gewone omstandigheden) alleen zoodanige lijnen waargenomen die aan combinaties tusschen termen in op elkaar volgende reeksen beantwoorden. Wat de veranderingen in het koppelingsgetal j betreft, die nauw met de complexe structuur der spectraallijnen samenhangen, zoo beantwoordt ook hier de theoretische verwachting geheel aan de gevonden combinatieregels (volledige doubletten van Rydberg!). Bij Natrium komt dit nog niet duidelijk voor den dag, omdat hier alleen de splitsing der P -termen in dubbele termen groot genoeg is om waargenomen te worden, maar bij Cs en Rb treden zoowel de P - als de D -term zeer duidelijk als dubbele op en kunnen er combinatieregels worden vastgesteld. Op de kwestie van de complexe structuur wil ik echter niet verder ingaan; ze geeft aanleiding tot vele vragen die tot nu toe onopgelost bleven, niet het minst omdat ze met de gedetailleerde structuur van den atoomromp in verband staan. Ik wil alleen nog vermelden dat men met zeer groote zekerheid uit de waarnemingen de gevolgtrekking kan maken dat de atoomromp zelf bij Natrium (en de andere alkaliën) een totaal moment der hoeveelheid van beweging gelijk aan $h/2\pi$ bezit. Uit algemeene beschouwingen mag men besluiten dat het totale moment der hoeveelheid van beweging in de stationnaire toestanden voor ieder atoom of atoomsysteem een geheel veelvoud van $h/2\pi$ is. Dit geldt ook voor den atoomromp, die bij afwezigheid van 't buitenste electron met het atoomion in den normalen toestand identiek is.

Hoe staat het nu ten slotte met de waarden van het hoofdquantumgetal n in de stationnaire toestanden? Hier meende Bohr oorspronkelijk naar analogie met het waterstofspectrum te mogen besluiten dat n altijd zulke waarden bezit dat de grootste term in een reeks aan $n = k$ beantwoordt, omdat er geen redenen aanwezig schenen waarom men stationnaire toestanden, die aan bepaalde combinaties der quantumgetallen zouden beantwoorden, zou uitsluiten. Zooals op de figuur is aangegeven moet men nu echter aannemen dat geen der stationnaire toestanden die in het reeksenschema van Natrium voorkomen een hoofdquantumgetal bezit dat kleiner is dan 3. Zoo beantwoordt de normale toestand van het natriumatoom, die door den eersten S -term vertegenwoordigd

is, aan een 3_1 -baan voor het buitenste electron, terwijl de eerste P -term aan een 3_2 -baan beantwoordt. De redenen die Bohr er toe gebracht hebben aan te nemen dat enkele lage waarden voor het hoofdquantumgetal uitgesloten zijn, staan in nauw verband met de structuur en de stabiliteit van het atoom, en we zullen trachten de hoofdtrekken van zijn gedachtengang weer te geven.

Laat ons eerst de banen van het buitenste electron beschouwen voor welke het nevengetal k gelijk is aan 1; terwijl n niet een al te kleine waarde bezit. Gedurende het grootste gedeelte van zijn omloop zal het electron zich op betrekkelijk grooten afstand van den atoomromp bewegen onder invloed van een kracht welke niet veel verschilt van de kracht die van een waterstofkern ter plaatse van de kern zou uitgaan. Hadden we inderdaad met een waterstofatoom te doen, dan zou het electron, op het punt waar het de kern het meest nabij is, ongeveer op een afstand gelijk aan de halve parameter van zijn elliptische baan van deze verwijderd zijn, d.w.z. (vgl. formule (5)) op een afstand $\frac{1}{2} A$. De bol om de kern met een straal gelijk aan $\frac{1}{2} A$ ($= 0,25 \text{ \AA}$), zal echter zonder twijfel geheel binnen den atoomromp vallen, welks straal o.a. op grond van empirische gegevens minstens gelijk aan A moet zijn. Dit beteekent dus dat het electron in de S -banen met tusschenpoozen in den atoomromp indringt en dezen weer verlaat. Zonder zich in de structuur van den atoomromp te verdiepen kan men dadelijk hieruit besluiten dat bij die kortstondige bezoeken het electron de kern veel sterker nadert dan een afstand gelijk aan $\frac{1}{2} A$, omdat binnen in den romp de kracht, die de kern op het electron uitoefent niet meer zoo sterk door de andere romp-electronen gecompenseerd wordt als in de andere punten van de baan het geval was, maar dat beteekent, ingevolge formule (5), waar in de uitdrukking voor de parameter de kernlading in de noemer staat, dat binnen in den romp de electronbaan op een Kepleriaansche beweging zal gaan gelijken, die de kern veel dichter nadert.

Hoe het nu met het baanstuk binnen in den atoomromp precies zal gaan kunnen we natuurlijk pas beoordeelen als we de rompstructuur beter kennen. Daarover zullen we zoo dadelijk te spreken komen, maar vooraf dient er een enkel woord gezegd over het verband tusschen het hoofdquantumgetal en de afmeting van de S -banen. Bekijken we namelijk de definitie van het hoofdgetal volgens formule (3), dan zien we dat de waarde van de radiale

phasenintegraal voor een gegeven S -baan grooter zal zijn dan voor een mechanische baan in het waterstofatoom voor welke het moment der hoeveelheid van beweging ook gelijk is aan $h/2\pi$, en waarvan het buitenste gedeelte dezelfde afmetingen heeft; het gedeelte van de S -baan dat binnen den atoomromp verloopt zal namelijk tengevolge van het optreden van den factor dr/dt in de integrand van de phasenintegraal, die binnen in den atoomromp zeer groote waarden kan aannemen, een groot stuk tot de waarde van de integraal kunnen bijdragen. Het gevolg is dat een S -baan met hoofdgetal n in zijn buitenste lus op een Kepleriaansche baan in het waterstofatoom zal gelijken, waarvan het nevenquantumgetal gelijk aan 1 is, maar waarvan het hoofdquantumgetal heel wat kleiner kan zijn dan n . Dit „schijnbare” hoofdquantumgetal, dat we n^* zullen noemen, is daarom zoo belangrijk omdat het tevens de energie van de beschouwde S -toestanden bepaalt; de groote as van de lusellips en de energie zullen door de formule (4) bepaald zijn wanneer men in deze n door n^* vervangt. De afmetingen van de lus kan men dus, om zoo te zeggen, uit de waarden der empirische spectraalterm aflezen.

We zijn nu een stuk verder gekomen met de bepaling van de hoofdquantumgetallen, maar klaar zijn we nog lang niet. Waarom kunnen er in Natrium geen S -toestanden bestaan die aan $n=2$ en $n=1$ beantwoorden? Dit kan men pas inzien wanneer men de structuur van den atoomromp kent, en hiertoe is wederom noodig dat men bestudeerd heeft hoe door successieve binding de eerste 10 electronen in Natrium aan de kern gebonden zijn. Experimenteel kent men natuurlijk niet al de spectra die onder de daarbij optredende processen uitgezonden worden, maar men komt al een heel eind door te zien hoe het met de binding der electronen bij atomen met lager atoomnummer gaat. Vooral belangrijk daarbij is de studie van het waterstof-, van het helium- en van het lithiumspectrum, die ons respectievelijk over de binding van het eerste, tweede en derde electron door een atoomkern inlichten.

Op de theorie van het waterstofspectrum, die de leidstar voor de geheele atoomtheorie is geweest, behoeven we hier niet verder in te gaan. De theoretische onderzoeking van het heliumspectrum, gesteund door de merkwaardige resultaten die Franck en zijn medewerkers met behulp van electronenstootproeven in heliumgas verkregen hebben, is voor Bohr's nieuwe beschouwingen van het

allergrootste belang geweest. Het zou echter te ver voeren om hieraan een gedetailleerde bespreking te wijden. Ik wil alleen vermelden dat men aan moet nemen, dat in den normalen toestand van 't helium-atoom, en ook in den normalen toestand van ieder ander atoomion met twee electronen, beide electronen zich in één-quants-cirkulaire banen ($n=1, k=1$) om de kern bewegen, niet in den vorm van een vlakken electronenkring, maar op zoodanige wijze dat het totale moment der hoeveelheid van beweging gelijk is aan $h/2\pi$. De baanvlakken moeten dus een hoek van ongeveer 120° met elkaar maken.

Die configuratie van de banen der eerste twee electronen vormt, gelijk men mag besluiten uit de chemische inactiviteit van helium, een bijzonder harmonisch, symmetrisch en afgesloten geheel, dat noch bijzonder geneigd is een zijner electronen af te staan, noch, veel minder, een derde electron in zich op te nemen. Dit komt bijzonder duidelijk voor den dag bij de binding van het derde electron, waarvan we in het lithiumspectrum getuige zijn. Het reeksenschema voor het lithiumspectrum lijkt buitengewoon veel op dat voor het natriumspectrum: o.a. getuigt het van een normaaltoestand van het lithiumatoom, beantwoordend aan de eerste S-term, waarin het buitenste electron betrekkelijk zwak gebonden is. Nu kan er bij de S-toestanden van het lithiumspectrum niet in denzelfden graad als bij het natriumspectrum sprake zijn van een regelrecht indringen van het buitenste electron in den atoomromp, omdat deze in 't onderhavige geval zoo klein is (de straal der binnenste electronenbanen is minder dan $\frac{1}{2} A$) maar toch komt het die configuratie van éénquants-electronenbanen zoo nabij dat het een tijdje lang aan een veel sterkere aantrekking naar de kern onderhevig is, zoodat er een verschijnsel optreedt hetwelk veel aan dat bij natrium doet denken; het schijnbare hoofdquantumgetal is niet weinig kleiner dan het werkelijke (het verschil bedraagt ongeveer 0,4). Empirisch kunnen we hieruit met zekerheid besluiten dat de normale toestand in lithium aan een 2_1 -baan (met dit symbool bedoelen we een baan waarvoor $n=2, k=1$) beantwoordt, en dat er voor het derde electron geen 1_1 -baan voorkomt. Waarom komt die niet voor? Men kan zich toch zeer wel denken dat drie electronen alle drie in 1_1 -banen rond de kern loopen? Daarbij kan men zich dan duidelijk maken dat, tengevolge van de sterke wisselwerking der electronen onderling, deze zich alle drie in gelijkwaardige banen in een min of meer symmetrische configuratie moeten

bewegen, en niet b.v. in een toestand, waarin het derde electron zich rondom de twee andere beweegt. — Zeker kan men zich zulk een bewegingstoestand denken, maar — en hierin komt een der voor Bohr typische gedachten te voorschijn — *een dergelijke toestand zal nooit uit zichzelf onder uitzending van straling voort kunnen komen uit toestanden, die onder 't bindingsproces optreden.* En bij deze uitspraak beroept Bohr zich op het correspondentie-principe.

Allereerst dient nu gezegd te worden, dat er van een strenge afleiding uit dit principe voorloopig nog geen sprake is. Met de zaak staat het op het oogenblik veel eerder zoo, dat Bohr tracht aan te toonen dat de gronden voor deze merkwaardige weigerachtigheid van het derde electron om in een 1_1 -baan rond te loopen, geheel en al van denzelfden diepen en algemeenen aard zijn als de gronden die bij de gewone meervoudig periodische systemen, gelijk we uit vele voorbeelden zoo nauwkeurig weten, aanleiding geven tot het al of niet optreden van bepaalde overgangen tusschen stationnaire toestanden. Het correspondentieprincipe geeft hier, grof gesproken, de wijze aan waarop we uit de beweging van de deeltjes af kunnen lezen welke stralingsprocessen zich in 't atoom kunnen afspelen; in nauw verband met de mogelijkheid voor 't optreden van zulke processen stond, gelijk we zagen, de omstandigheid dat de stationnaire tot een klasse van bewegingstoestanden behoorden, welker beweging op bepaalde wijze in discrete harmonische trillingen ontbonden kan worden. Dit beeld van den samenhang tusschen beweging en stationnaire toestanden wil Bohr nu geheel algemeen toepassen, ook op zulke gevallen van wisselwerking tusschen meerdere electronen, waar de mechanisch mogelijke bewegingen van een onverkwikkelijke ingewikkeldheid zijn. De mechanica kan hier slechts in zooverre op het geval toegepast worden, als dat tot bewegingen aanleiding geeft, welke op rationeele wijze met behulp van onze quantumgetallen vastgelegd kunnen worden. De quantumgetallen zijn, in zekeren zin, hoofdzaak, en als de mechanica in conflict met hun definitie en bepaling komt, dan trekt de mechanica aan het kortste eind. (*Principe van de permanentie der quantumgetallen.*)

Keeren we nu tot het lithiumatoom terug. Hier drukt Bohr zich als volgt uit. Een bewegingstoestand van het derde electron in een 1_1 -baan die in harmonisch wisselspel staat met de banen der twee andere electronen, en de bewegingstoestand waarin dat

derde electron zich nog in banen met grooter hoofdgetal bewoog, zijn in zoo hooge mate verschillend van aard, dat er geen sprake kan zijn van een trillingscomponent in de beweging van het derde electron, die correspondeert met een stralingsovergang vanuit een der laatstgenoemde toestanden naar den eerstgenoemden toestand. Denken we aan de analogie van het correspondentie-principe met het nauwe verband dat in de klassieke stralingstheorie tusschen beweging en straling bestaat, dan kunnen we Bohr's gedachte ook nog eenigszins anders vertolken: een stralingsovergang van den genoemden aard is hierom uitgesloten, omdat hij niet voldoende analogie bezit met een stralingsproces, zooals dat volgens de klassieke voorstellingen plaats grijpt.

Het is zeker overbodig het tastende karakter van de in 't voorgaande weergegeven beschouwingen, die in den grond van de zaak tot een ontelbaar aantal vragen aanleiding geven, te onderstrepen. Velen zullen misschien zelfs van meening zijn dat een gedachtengang welke in die mate onaf en vaag is liever nog niet gedrukt moest worden. Het lijkt me evenwel van belang den lezers niet alleen een categorische opsomming van de resultaten die Bohr bereikt heeft te geven, maar hen ook in kennis te stellen met den merkwaardigen instinctieven gedachtengang, die hem bij het bereiken van dat resultaat althans onontbeerlijk is geweest; vooral ook omdat de stijl van zijn geschriften in zoo hooge mate van zijn denkwijze doordrongen is, en van de grondgedachte dat de quantumtheorie der atomen als een natuurlijke en rationeele generalisatie van de klassieke electronentheorie moet worden beschouwd.

(Slot in volgend nummer).

VERGADERING VAN DEN CONSEIL INTERNATIONAL
DES RECHERCHES (INTERNATIONAL RESEARCH
COUNCIL) TE BRUSSEL OP 25, 26, 27, 28
EN 29 JULI 1922. ¹⁾

Het zal aan velen bekend zijn, dat in 1918 een paar conferenties van wetenschappelijke mannen op het gebied der wis- en natuurkundige wetenschappen gehouden werden te Londen en Parijs, die gevolgd werden door een vergadering te Brussel in Juli 1919, waar besloten werd een organisatie in het leven te roepen, die beter dan vóór 1914 het geval was, in staat zou zijn internationaal wetenschappelijk werk te leiden of tot stand te brengen. Op het voorbeeld van de Vereenigde Staten, van Noord-Amerika, die een nationale Research Council hadden

¹⁾ Van geachte zijde werd ons verzocht deze mededeeling te plaatsen, aan welk verzoek wij gaarne voldoen. — Red.

in het leven geroepen, dacht men zich, dat die verschillende nationale Councils bijeen zouden komen tot een internationaal lichaam. Daar echter in vele landen dergelijke nationale organisaties niet te vinden waren, achtte men het gewenscht de toetreding ook mogelijk te maken, hetzij door middel van een Nationale Akademie van Wetenschappen of door middel van de Regeering.

Zoo kwam de Conseil international des Recherches tot stand, eerst alleen met vertegenwoordigers van de Entente-landen, terwijl daarna uitnodigingen gezonden werden aan de vroegere neutralen om toe te treden. Deze hebben allen die uitnodiging aangenomen, ook de Wis- en Natuurkundige Afdeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Laatstgenoemde deed dit na rijp beraad in de overtuiging, dat het eerder gelukken zou *alle* landen weer bijeen te brengen, wanneer allen die dat wenschten tot de nieuwe organisatie toetraden, dan wanneer zij zich afzijdig hielden.

Het Bestuur van den Conseil bestond uit een Comité exécutif, waarvan voorzitter was E. Picard te Parijs, algemeen secretaris Sir Arthur Schuster te Londen, leden G. Hale te Pasadena, Director of Mount-Wilson-Observatory, G. Lecoq te Brussel en V. Volterra te Rome. De bedoeling was, dat deze Conseil weer omvatten zou een aantal internationale *Unions*, die ieder een afzonderlijke wetenschap zouden vertegenwoordigen. Er werden al spoedig verschillende van zulke Unions opgericht, zoo voor chemie, voor astronomie, voor geodesie en geophysica voor wiskunde. Een land, dat lid van den conseil was, zou vrij blijven al of niet tot die verschillende Unions toe te treden. Dat zou het beste kunnen geschieden door het tot stand brengen van een nationalen raad voor die wetenschap in dat bepaalde land. Zoo is b.v. bij ons een chemische raad door de Nederlandsche Chemische Vereeniging gesticht, die de toetreding tot de Union de Chimie heeft mogelijk gemaakt, zoo is Nederland ook geheel of ten deele toegetreden tot de Union astronomique en de Union de Géodésie et de Géophysique.

De contributie zoowel voor den Conseil als voor de Unions wordt berekend naar het aantal inwoners van de toegetreden landen. Men betaalt een zeker aantal eenheden, dat van 1—8 bedraagt. Voor Nederland is dit 2, wanneer men de bevolking der Koloniën meerekent 8. In verband daarmee brengt Nederland 2 resp. het maximum van 5 stemmen uit.

Zetel van den Conseil is Brussel, waar om de drie jaren een algemeene vergadering plaats heeft, terwijl de Unions kunnen vergaderen waar en wanneer zij willen. Zoo vergadert b.v. de Union de Chimie elk jaar op een andere plaats.

De vergadering van den Conseil te Brussel in dezen zomer was dus de eerste die werkelijk vele landen bijeenbracht die op natuurwetenschappelijk gebied wenschten samen te werken. Nederland was daar vertegenwoordigd door de heeren Went en Holleman, voorzitter en ondervoorzitter van de Wis- en Natuurkundige Afdeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

Verder waren er de volgende landen, ieder met een aantal vertegenwoordigers, dat tusschen haakjes opgegeven staat; België (20), Canada (2), Denemarken (2), Frankrijk (41), Griekenland (1), Groot Brittanje (8), Italië (9), Japan (4), Noorwegen (3), Polen (3), Portugal (2), Spanje (5), Tsjecho-Slowakye (1), Vereenigde Staten van Noord-Amerika (10), Zweden (2), Zwitserland (2). Niet vertegenwoordigd waren: Australië, Mexico, Monaco en Yougo-Slavië. Als nieuwe leden werden toegelaten: Egypte, Marokko en Peru. Goedgevonden werd verder, dat protectoraten dezelfde zelfstandige positie zouden kunnen innemen als Dominions. Een

discussie over de verhouding van de Koloniën voerde nog tot geen resultaat.

Uit de rekening en verantwoording van de eerste 3 jaren bleek, dat er een tekort geweest zou zijn van £ 341.14.9, wanneer niet een gift van de Royal Society te Londen van £ 350.— en een van de National Academy of Science te Washington van £ 100.— was ontvangen. De begroting voor de volgende 3 jaren werd in ontvangst en uitgaaf goedgekeurd tot een bedrag van £ 300.—. Bepaald werd, dat de jaarlijksche bijdrage zoowel voor den Conseil international als voor de afzonderlijke Unions betaald zal moeten worden vóór 1 October van elk jaar.

Teneinde een nauwere samenwerking van de verschillende Unions te verkrijgen werd een wijziging van de Statuten aangenomen in dien zin, dat in het vervolg het Comité exécutif zal bestaan uit de 5 leden door de 3-jaarlijksche vergadering benoemd (de bovengenoemde heeren werden herbenoemd) en uit 1 lid voor elk van de Unions, waarbij dit lid aangewezen zal worden door het bureau van die Unie. Daartegenover werd bepaald, dat alleen landen, die lid zijn van den Conseil international des recherches tot een of meer van de Unies als lid kunnen worden toegelaten.

Een wensch door Japan uitgesproken werd bij acclamatie aangenomen n.l. „That the Research Council hopes that when request is made by one of the adhering Countries to another to exchange geophysical and astronomical data obtained either by observations or determinations, or recorded by instruments, such request may be complied with.”

Van meer belang was een voorstel van de Vereenigde Staten, dat als volgt luidde: „That the International Research Council should organize international research projects requiring the cooperation of men representing several branches of science. They suggest investigation of the energy supply of the world (fuel, solar energy etc.) as a promising field of research.” Hierover had een uitvoerige discussie plaats, daar aanneming van dit voorstel tengevolge zal hebben dat de Conseil zich niet alleen met administratie, maar ook met wetenschappelijke vragen zal gaan bemoeien. In verband met de wijziging van de samenstelling van het Comité exécutif werd dit voorstel aangenomen.

Een ander voorstel van Amerika: „That in order to secure effective co-operation between the International Research Council and the separate Unions, and further to develop local interest in International and Scientific affairs it is advisable that, while retaining the legal seat of the International Research Council at Brussels, the Executive Committee be authorized to arrange for the holding of the triennial meetings at such places as may seem most advantageous” — werd verdedigd door Professor Millikan, maar na het verzet van België en Frankrijk tijdelijk teruggenomen, hoewel Amerika zich voorbehield op dit voorstel terug te komen, wanneer het te eeniger tijd noodig mocht zijn.

Het spreekt vanzelf, dat de onderlinge verhouding tusschen de wetenschappelijke mannen der verschillende landen een belangrijk punt van discussie in de particuliere gesprekken uitmaakte. Daarbij bleek van sommige zijden nog niet veel neiging te bestaan om de samenwerking inderdaad tot *alle* landen uit te strekken, terwijl daartegenover zeer velen van meening waren, dat die samenwerking voor de toekomst van de wetenschap absoluut noodzakelijk te achten is. Men meende echter, dat men in deze moeilijke kwestie niets bruskeeren moet, maar dat men

vooral veel geduld moet hebben; een *dwingen* in welken zin ook, zou ten slotte de zaak van de toenadering der volken meer kwaad dan goed doen.

Een vijftal nieuwe Unions werden opgericht, namelijk een voor zuivere en toegepaste natuurkunde, een voor wetenschappelijke radiotelegraphie, een voor geographie, een voor biologie en een voor de medische wetenschappen. Oorspronkelijk was voorgesteld de twee laatstgenoemde Unions tot één enkele Union te vereenigen, maar vrijwel algemeen was men van meening, dat dit niet gewenscht was, hoewel toegegeven werd, dat het trekken van een scheidingslijn moeilijk is. Zoo wil men nu de zuivere physiologie in de biologische, de toegepaste in de medische Unie onderbrengen.

Uit het bovenstaande blijkt reeds, dat er dus te Brussel opgericht is een „Union Internationale de physique pure et appliquée”. Voorzitter van deze Union is Sir William Bragg, F.R.S., hoogleeraar in de physica aan de Londensche Univer-siteit; algemeen secretaris is H. Abraham, professeur à la faculté des sciences de Paris. De eenheid voor de bepaling van de contributie is gesteld op fr. 20⁰.— (Fransch). Besloten is, dat deze Union in 1923 een internationaal physisch congres zal organiseeren.

Het zal dus thans de zaak van de Nederlandsche natuurkundigen zijn, een organisatie tot stand te brengen, die zich bij deze Unie zal kunnen aansluiten. Nadere inlichtingen kunnen verkregen worden van de bovengenoemde bestuursleden of van de Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

PRIJSVRAAG

De Commissie voor Technische Zaken van de Koninklijke Nederlandsche Vereeniging voor Luchtvaart schrijft uit een prijsvraag ter bevordering van de veiligheid van het luchtverkeer en wel betreffende de landing bij mist.

Het reglement dezer prijsvraag bevat o.a. de volgende bepalingen:

I. De hoofdprijs van f 300.— is bestemd voor den inzender van de meest doelmatige inrichting (instrument of groep instrumenten), met behulp waarvan in een zich voortbewegend vliegtuig bij sterken mist de hoogte kan worden bepaald waarop het zich boven den vasten bodem of het wateroppervlak bevindt.

Hierbij gelden de volgende voorwaarden:

1. De aanwijzing moet kunnen plaats hebben onafhankelijk
 - a. van eenige inrichting aan den bodem of het wateroppervlak.
 - b. van den barometerstand.
 2. De fout in de aanwijzing mag
 - a. onder 10 M. hoogte niet meer zijn dan 1 Meter.
 - b. tusschen 10 en 300 M. hoogte niet meer bedragen dan 10 pCt. der ware hoogte.
 3. De aanwijzing als bovenbedoeld moet kunnen plaats hebben in een vliegtuig dat een snelheid bezit, waarvan
 - a. de horizontale component ligt tusschen 10 en 50 M/sec.
 - b. de verticale component van 0 tot 5 M/sec. bedraagt.
- II. De deelname is open voor inzenders van elke nationaliteit.
- III. Uiterlijk op 15 Maart 1923 moeten de volgende zaken zijn binnengekomen

bij de Jury, die daartoe domicilie kiest bij het Algem. Secretariaat der Koninklijke Nederlandsche Vereeniging voor Luchtvaart, Heerengracht No. 13, 's-Gravenhage.

- a. Een verzegelde enveloppe, van buiten voorzien van een woord of kenspreuk met een correspondentie-adres, inhoudende den naam van den inzender.

Dit woord of deze kenspreuk moet voorkomen op de verdere stukken of zaken van den inzender,

- b. Beschrijving der inrichting, voorzien van teekeningen of schetsen, welke ten hoogste 20 zijden quarto getypt en 5 M² teekening mag omvatten in drievoud. Als taal is toegelaten Nederlandsch, Fransch, Duitsch of Engelsch,
 c. Een voorstel van den inzender voor de wijze van beproeving zijner inrichting.
 d. Verklaring van den inzender, dat deze afziet van schadeloosstelling van welken aard ook en van iedere actie tegen de beslissing der Jury.
 e. Verklaring van den inzender, dat hij bereid is, om binnen 30 dagen na een desbetreffend verzoek van de Jury, gericht aan het correspondentieadres, zijne inrichting ter beproeving aan de Jury te doen toekomen.

V. De Jury beslist over de wijze en plaats van beproeving welke ook in de vlucht zal moeten geschieden.

VI. Alle inzendingen en rechten daarop blijven het eigendom van den inzender.

De beschrijvingen komen na beëindiging der proeven aan de Koninklijke Nederlandsche Vereeniging voor Luchtvaart. De Jury en hare adviseurs verplichten zich tot geheimhouding tot den aanvang der beproeving; daar de Jury en hare adviseurs echter geen verantwoording nemen voor ontijdige publicatie, beveelt de Jury inzenders aan, eventueel op uitvindingen octrooi aan te vragen voor het inzenden der beschrijving aan de Jury.

Een volledig programma is verkrijgbaar bij den Heer A. G. von Baumhauer, Jaagpad, a.d. Omval C 86, Amsterdam.

MEDEDEELINGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 6 Januari 1923, des namiddags te 3.45 uur, in de kleine collegezaal van het Fysisch Laboratorium der Universiteit te Amsterdam, Plantage Muidergracht.

Agenda:

G. Hertz, „Over de scheiding van gasmengsels door diffusie in een stroomend gas.”

H. G. Cannegieter, „Eenige mededeelingen omtrent het observatorium „Sonnblick””.

